

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИГНАЛІВ В СИСТЕМАХ АКУСТИЧНОГО ВИЯВЛЕННЯ БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

Вступ

Безпілотні літальні апарати (БПЛА) упродовж останніх років стали важливим елементом сучасних технологічних систем і активно застосовуються у військових, цивільних та комерційних сферах. Серед основних напрямів їх використання – проведення розвідувальних операцій, транспортування вантажів, екологічний моніторинг, а також виконання ударних завдань. Особливої актуальності БПЛА набули у військовій сфері, де малі коптери, літакові дрони та баражуючі боєприпаси типу «Shahed» становлять значну загрозу через високу мобільність, складність своєчасного виявлення та здатність наносити суттєві ураження [1].

В умовах повномасштабної війни в Україні проблема своєчасного виявлення безпілотників набула критичного значення. Противник широко застосовує БПЛА для розвідки, коригування вогню та ураження об'єктів критичної інфраструктури й цивільних цілей. Це обумовлює необхідність розроблення ефективних систем детекції та локалізації таких об'єктів як важливої складової забезпечення безпеки [2].

Одним із перспективних підходів є використання акустичних методів, що ґрунтуються на аналізі звукових сигналів, які генеруються двигунами, пропелерними системами та іншими механічними елементами БПЛА [3]. До переваг акустичних систем належать можливість функціонування за відсутності прямої видимості, незалежність від електромагнітних завад, а також відносно невисока вартість реалізації [4].

Водночас ефективність таких систем визначається низкою факторів, серед яких – умови поширення звуку в атмосфері, рівень фонового шуму, особливості рельєфу місцевості та метеорологічні параметри. Підвищення точності виявлення можливе завдяки вдосконаленню алгоритмів обробки сигналів, використанню методів машинного навчання для ідентифікації «акустичних підписів» дронів, а також інтеграції акустичних сенсорів з іншими типами датчиків [5].

Акустичне виявлення БПЛА

Акустичне виявлення БПЛА ґрунтується на реєстрації, обробці та аналізі звукових сигналів, що генеруються їхніми силовими установками та пропелерними системами. Основною метою такого підходу є встановлення факту присутності БПЛА, а також визначення його просторових координат і параметрів руху за допомогою багатопозиційних мікрофонних систем.

Функціонування акустичної системи виявлення передбачає послідовне виконання кількох етапів. На першому етапі здійснюється прийом сигналів мікрофонами, розташованими у заданій конфігурації. Далі проводиться попередня обробка сигналів, що включає фільтрацію, придушення шумів та виділення інформативних ознак. На наступному етапі виконується оцінювання часових затримок приходу сигналів до різних елементів мікрофонного масиву, що дозволяє визначити просторове положення джерела випромінювання. Завершальним етапом є аналіз зміни координат у часі з метою оцінювання траєкторії руху БПЛА. Узагальнену структурну схему алгоритму акустичного виявлення та локалізації БПЛА наведено на рис. 1.



Рис. 1. Узагальнена структурна схема алгоритму акустичного виявлення та локалізації БПЛА

Ефективність акустичних систем виявлення визначається сукупністю факторів, серед яких – характеристики джерела звуку (потужність, спектральний склад), тип і конструктивні особливості БПЛА, параметри атмосферного середовища (температура, вологість, швидкість вітру), а також конфігурація та геометрія розташування мікрофонів. Суттєвий вплив на якість виявлення мають також акустичні завади природного та техногенного походження.

З урахуванням зазначених факторів виникає необхідність побудови адекватних математичних моделей поширення акустичних сигналів у реальних умовах. Такі моделі повинні враховувати затримки сигналів, їх ослаблення в середовищі, вплив шумів і перешкод, а також просторову конфігурацію сенсорної системи. Це є необхідною передумовою для підвищення точності визначення координат джерела звуку та забезпечення надійності функціонування системи виявлення.

Математична модель акустичного сигналу в системі виявлення БПЛА

Нехай $s(t)$ – акустичний сигнал, що генерується БПЛА і поширюється в атмосферному середовищі з урахуванням ефектів поглинання та розсіювання. Тоді сигнал, зареєстрований i -м елементом мікрофонного масиву, може бути поданий у такому вигляді [6]:

$$x_i(t) = s(t - \tau_i) \cdot e^{-\alpha r_i} + n_i(t), \quad (1)$$

де τ_i – затримка поширення сигналу до i -го мікрофона, $\tau_i = r_i / c$; r_i – відстань між джерелом сигналу та i -м мікрофоном; α – коефіцієнт звукопоглинання в середовищі; n_i – адитивний шум у i -му каналі.

Для задачі локалізації джерела звуку ключове значення має не абсолютна затримка, а різниця затримок сигналів між парами мікрофонів. Відносна затримка між i -м та j -м мікрофонами визначається як

$$\tau_{ij} = \tau_i - \tau_j. \quad (2)$$

Використання різниці часових затримок дозволяє сформулювати задачу визначення координат джерела звуку як задачу багатопозиційної локалізації. У цьому випадку кожна пара мікрофонів задає гіперболічну поверхню можливих положень джерела, а їх перетин визначає шукані координати.

Нехай координати джерела акустичного сигналу задаються вектором

$$\vec{r}_s = (x, y, z), \quad (3)$$

а координати i -го та j -го мікрофонів відповідно мають вигляд

$$\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i), \quad \vec{r}_j = (x_j, y_j, z_j). \quad (4)$$

Тоді різниця часу приходу сигналу до пари мікрофонів i та j визначається співвідношенням

$$\tau_{ij} = \frac{1}{c} \left(\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} - \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2} \right). \quad (5)$$

Співвідношення (5) описує геометричний зв'язок між положенням джерела та різницею часових затримок сигналів, зареєстрованих мікрофонами. Саме ця величина є основою для оцінювання просторових координат БПЛА в багатопозиційній акустичній системі виявлення.

У реальних умовах сигнал, зареєстрований i -м мікрофоном, є сумою корисного сигналу від БПЛА, сигналів сторонніх акустичних джерел та адитивного шуму. Такий сигнал можна подати у вигляді

$$x_i(t) = \sum_{m=1}^M a_{im} s_m(t - \tau_{im}) + \sum_{k=1}^K b_{ik} v_k(t - \tau_{ik}) + n_i(t), \quad (6)$$

де s_m – сигнал від m -го корисного джерела (БПЛА); v_k – сигнал від k -го джерела перешкод; a_{im} , b_{ik} – коефіцієнти ослаблення сигналів; τ_{im} , τ_{ik} – затримки сигналів від відповідних джерел до i -го мікрофона; n_i – адитивний шум; M , K – кількість корисних джерел і перешкод.

Під час поширення в атмосфері акустичний сигнал зазнає ослаблення, зумовленого геометричним розходженням хвилі, поглинанням енергії в середовищі та розсіюванням на неоднорідностях атмосфери. З урахуванням зазначених чинників коефіцієнт передачі сигналу від джерела до мікрофона може бути поданий у вигляді [7]

$$a_{im} = \frac{1}{r_{im}} e^{-(\alpha+\beta)r_{im}}, \quad (7)$$

де r_{im} – відстань між m -м джерелом та i -м мікрофоном; α – коефіцієнт поглинання звуку в повітрі; β – коефіцієнт втрат, зумовлених розсіюванням.

Аналогічно для k -го джерела перешкод маємо

$$b_{ik} = \frac{1}{r_{ik}} e^{-(\alpha+\beta)r_{ik}}. \quad (8)$$

Коефіцієнт поглинання α формується внаслідок релаксаційних процесів у газових компонентах атмосфери та може бути поданий як сума внесків від основних складових повітря [7]:

$$\alpha = \alpha_{O_2} + \alpha_{N_2} + \alpha_{H_2O}, \quad (9)$$

де α_{O_2} – внесок поглинання, зумовлений киснем; α_{N_2} – внесок поглинання, зумовлений азотом; α_{H_2O} – внесок, пов'язаний із водяною парою.

Внесок, обумовлений азотом, визначається виразом [7]

$$\alpha_{N_2} = C_1 \frac{f^2}{f^2 + f_{r,N_2}^2}, \quad (10)$$

де f – частота сигналу; f_{r,N_2}^2 – частота релаксації азоту; C_1 – коефіцієнт, що залежить від температури та тиску.

Частота релаксації азоту визначається як [7]

$$f_{r,N_2}^2 = C_2 \frac{p}{p_0} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1/2}, \quad (11)$$

де p_0 , T_0 – нормальні атмосферні умови.

Аналогічно, внесок кисню описується співвідношенням [7]

$$\alpha_{O_2} = C_3 \frac{f^2}{f^2 + f_{r,O_2}^2}, \quad (12)$$

де f_{r,O_2}^2 – частота релаксації кисню, яка визначається як [7]

$$f_{r,O_2}^2 = C_4 \frac{p}{p_0} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-1/2}. \quad (13)$$

Внесок водяної пари визначається залежністю [7]

$$\alpha_{H_2O} = C_5 \frac{f^2}{f^2 + f_{r,H_2O}^2}, \quad (14)$$

де частота релаксації водяної пари має вигляд [7]

$$f_{r,H_2O}^2 = C_6 H \frac{P}{p_0}, \quad (15)$$

де H – відносна вологість повітря (у частках одиниці або у відсотках).

Наведені співвідношення відображають частотно-залежний характер поглинання звуку в атмосфері, який визначається релаксаційними процесами в газових компонентах повітря. Внески різних компонентів мають різну домінуючу частотну область, що призводить до складної спектральної залежності коефіцієнта поглинання. Урахування цих ефектів є необхідним для адекватного моделювання поширення акустичних сигналів БПЛА в реальних умовах.

Врахування відбиття акустичних сигналів від підстильної поверхні

Окрім поглинання, акустичний сигнал зазнає додаткового ослаблення внаслідок розсіювання на неоднорідностях атмосферного середовища. До таких неоднорідностей належать турбулентні флуктуації температури, густини та показника заломлення повітря.

Коефіцієнт втрат, зумовлений розсіюванням, може бути поданий у вигляді [7]

$$\beta = \frac{4\pi^2}{\lambda^2} \langle \Delta n^2 \rangle L, \quad (16)$$

де λ – довжина звукової хвилі; Δn – флуктуації показника заломлення середовища; $\langle \cdot \rangle$ – середньоквадратичне значення; L – характерний масштаб неоднорідностей (довжина кореляції турбулентності).

Розсіювання звуку зумовлює додаткове зменшення амплітуди сигналу та спотворення його спектральної структури, особливо у високочастотному діапазоні. Інтенсивність цього процесу визначається ступенем турбулентності атмосфери та довжиною хвилі сигналу. У практичних умовах вплив розсіювання проявляється у вигляді флуктуацій амплітуди та фази сигналу, що ускладнює задачі точного визначення часових затримок.

З урахуванням втрат на поглинання та розсіювання загальний коефіцієнт ослаблення сигналу визначається як

$$e^{-(\alpha+\beta)r}. \quad (17)$$

Під час поширення акустичних хвиль у приземному шарі атмосфери суттєву роль відіграє відбиття сигналу від підстильної поверхні. У результаті сигнал, зареєстрований мікрофоном, формується як суперпозиція прямої та відбитої хвиль.

Враховуючи цей ефект, сумарний сигнал на вході i -го мікрофона можна подати у вигляді

$$x_i(t) = A_i s(t - \tau_i) + A_{ir} s(t - \tau_{ir}), \quad (18)$$

де A_i , A_{ir} – амплітуди прямого та відбитого сигналів відповідно; τ_i , τ_{ir} – затримки прямого та відбитого сигналів; індекс (r) відповідає відбитій (reflected) хвилі.

Для моделювання відбитого сигналу використовується метод дзеркального джерела. У цьому підході відбиття від поверхні еквівалентне наявності уявного джерела, координати якого отримуються шляхом віддзеркалення реального джерела відносно площини землі.

Якщо координати джерела задані як

$$\vec{r}_s = (x, y, z), \quad (19)$$

то координати дзеркального джерела мають вигляд

$$\vec{r}_{sr} = (x, y, -z). \quad (20)$$

Відстань до відбитого джерела і затримка τ_{ir} визначаються аналогічно до (5).

Амплітуда відбитого сигналу визначається коефіцієнтом відбиття R , який залежить від типу поверхні:

- тверді поверхні (асфальт, бетон): $R \approx 0,8-0,9$;
- м'які поверхні (грунт, трава): $R \approx 0,2-0,5$.

У цьому випадку

$$A_{ir} = R \cdot A_i. \quad (21)$$

Суперпозиція прямого та відбитого сигналів призводить до інтерференційних ефектів, які визначаються різницею фаз:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r, \quad (22)$$

де Δr – різниця довжин шляхів прямого та відбитого сигналів.

Інтерференція між прямою та відбитою хвилями призводить до формування характерних максимумів і мінімумів у спектрі сигналу, що проявляється у вигляді частотних провалів. Просторовий розподіл цих ефектів залежить від геометрії системи та параметрів середовища. Урахування відбитого сигналу дозволяє суттєво підвищити адекватність моделі та точність визначення координат джерела звуку.

Результати чисельного моделювання та їх аналіз

На основі розробленої математичної моделі було виконано чисельне моделювання процесу поширення та прийому акустичних сигналів БПЛА мікрофонним масивом. У моделі враховано вплив атмосферного середовища, наявність шумових перешкод, а також ефект відбиття сигналу від підстильної поверхні.

Для моделювання відбитого сигналу застосовано метод дзеркального джерела, згідно з яким координата джерела за віссю z змінюється на протилежну [8]:

$$\text{source_reflected} = [x, y, -z]. \quad (23)$$

Такий підхід дозволяє врахувати додатковий шлях поширення сигналу та відповідну часову затримку без ускладнення геометрії задачі (рис. 2).

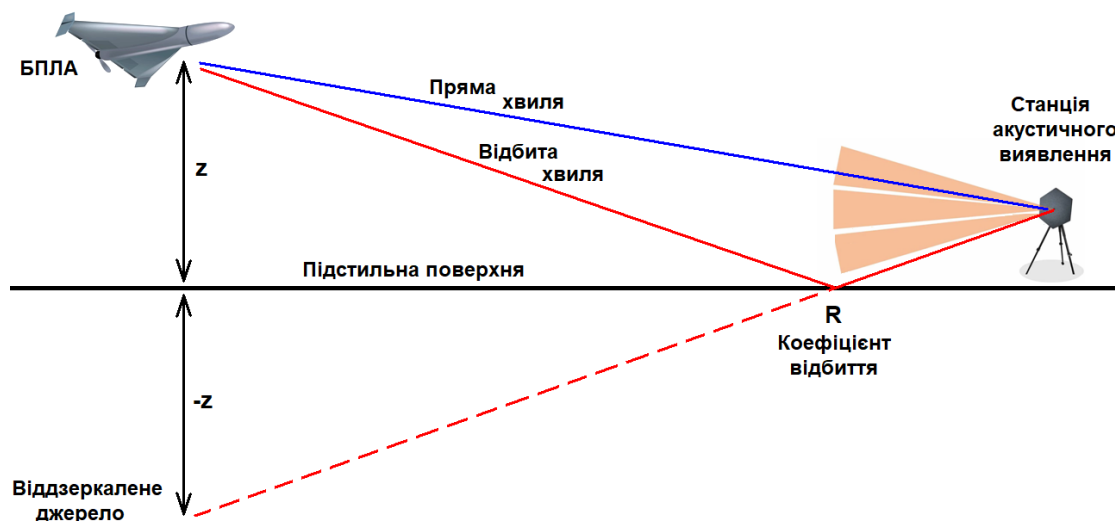


Рис. 2. Врахування відстані до джерела відбитого сигналу

Вхідними даними для моделі слугували реальні аудіозаписи акустичних сигналів БПЛА типу Mavic, а також записи фонових перешкод, сформованих шумом автомобільного транспорту. Траєкторія руху БПЛА задавалася аналітично у вигляді функції координат від часу, що дозволяло відтворити його переміщення у просторі в процесі моделювання.

Для коректного врахування нестационарності сигналу, зокрема змін його частотної структури, обробка виконувалася у ковзних часових вікнах фіксованої тривалості. Такий підхід забезпечує можливість врахування ефекту Доплера, який проявляється у вигляді зміни частоти сигналу внаслідок відносного руху джерела та приймача.

Обробка у ковзному вікні застосовується до сигналів $x_i(t)$, які вже враховують просторове розташування джерела через часові затримки та амплітудні коефіцієнти [9]:

$$x_{iw}(t, \tau) = \sum_m a_{im} s_m(t - \tau_{im}) w(t - \tau), \quad (24)$$

де $x_{iw}(t, \tau)$ – обмежена в часі (віконна) реалізація сигналу на виході i -го мікрофона; a_{im} – коефіцієнт передачі (ослаблення) сигналу від m -го джерела до i -го мікрофона; s_m – акустичний сигнал, що випромінюється m -м джерелом (БПЛА або перешкодою); $w(t - \tau)$ – віконна функція, центрована в момент часу τ ; i – номер елемента мікрофонного масиву.

Таким чином, інформація про координати БПЛА опосередковано присутня в оброблюваних сигналах і використовується на наступних етапах оцінювання.

У моделюванні використовувався мікрофонний масив, що складається з чотирьох елементів, координати яких задавалися у декартовій системі координат. Референтний мікрофон розташовувався в початку координат $\vec{r}_0 = (0,0,0)$. Інші мікрофони розміщувалися відносно нього наступним чином:

$$\vec{r}_1 = (-2,0,0); \vec{r}_2 = (2,0,0); \vec{r}_3 = (0,0,2), \quad (25)$$

де координати задані в метрах. Така конфігурація забезпечує просторову базу системи у горизонтальному та вертикальному напрямках [10].

У результаті моделювання отримано часові реалізації сигналів на виходах мікрофонів, а також їх спектральні представлення. На рис. 3 наведено приклади хвильових форм сигналів та відповідних спектрограм.

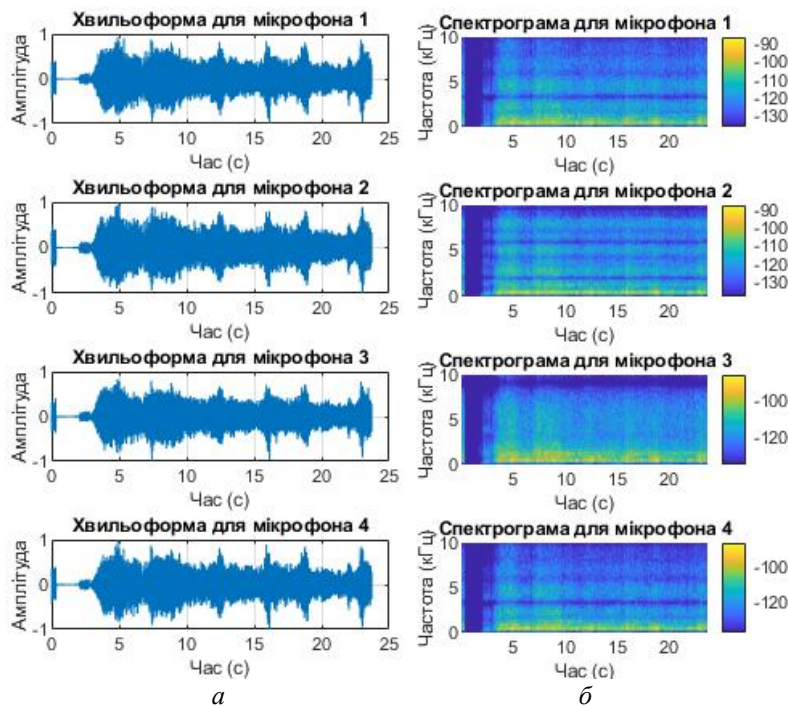


Рис. 3. Графіки хвильових форм сигналів мікрофонів (а) і відповідні спектрограми сигналів (б)

Аналіз спектрограм показує наявність характерних провалів у спектрі сигналів, які обумовлені деструктивною інтерференцією між прямою та відбитою хвилями. Зазначений ефект виникає у випадку протифазного накладання сигналів і призводить до локального зменшення енергії на окремих частотах.

При цьому структура спектральних провалів є різною для кожного мікрофона, що пояснюється відмінністю геометричних умов поширення сигналів. Така неоднорідність підтверджує коректність урахування просторових факторів у запропонованій моделі.

Для визначення часових затримок між сигналами мікрофонів використано крос-кореляційний аналіз. З метою зменшення впливу нестационарності сигналу обчислення виконувалося на коротких часових інтервалах фіксованої тривалості (порядку 100 мс). Такий підхід дозволяє підвищити точність оцінювання TDOA за рахунок локальної стаціонарності сигналу. Приклади крос-кореляційних функцій для різних пар мікрофонів наведено на рис. 4.

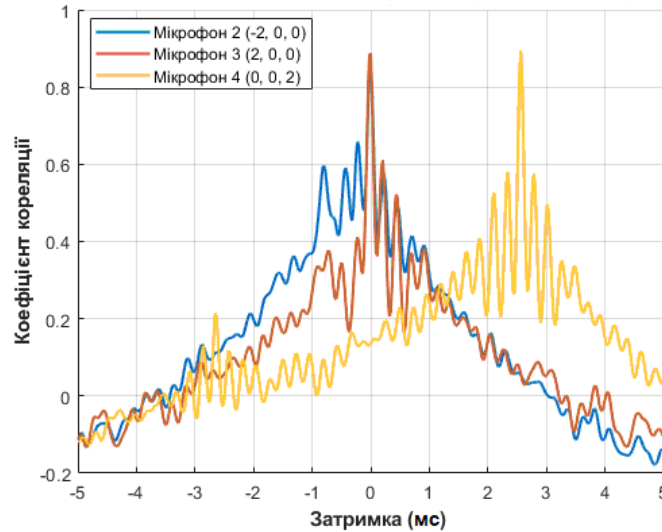


Рис. 4. Приклад графіків крос-кореляції сигналів мікрофонів 2–4 відносно референтного мікрофона 1

На основі оцінених часових затримок визначено координати джерела звуку та відновлення траєкторії руху БПЛА у тривимірному просторі. На рис. 5 представлено приклад змодельованої та відновленої траєкторій, а також розташування мікрофонів і джерел перешкод.

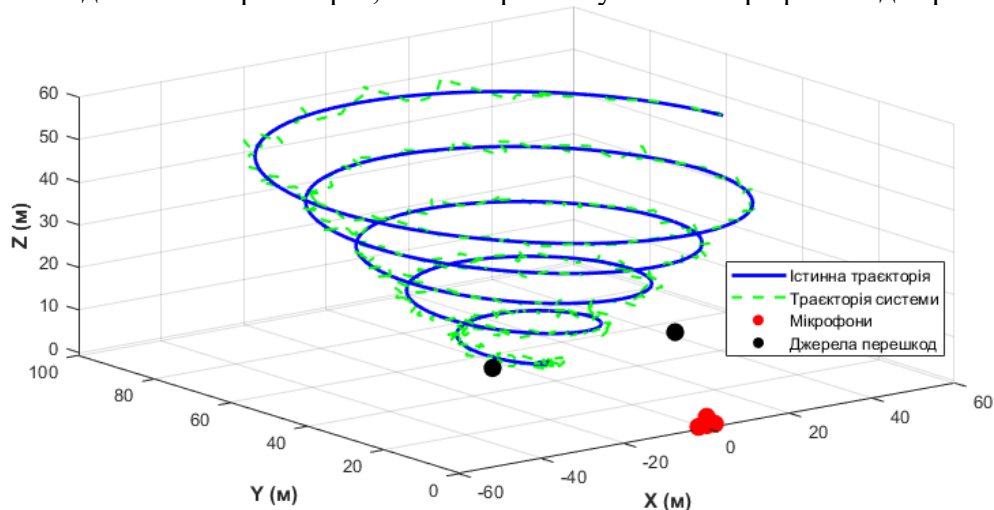


Рис. 5. Траєкторія руху БПЛА (синя лінія), оцінена траєкторія (зелена лінія), положення мікрофонів (червоні точки) та джерел перешкод (чорні точки)

Додатково результати локалізації подано у сферичних координатах (дальність, азимут, кут місця), що наведено на рис. 6.

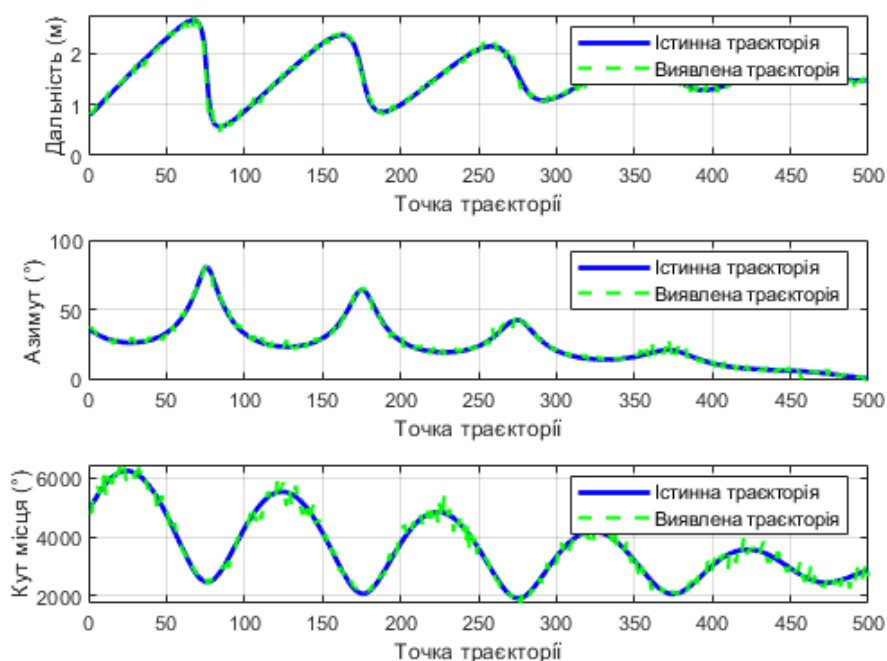


Рис. 6. Траєкторія БПЛА та результати її оцінювання у сферичних координатах

Порівняння істинної та оціненої траєкторій показує, що запропонований підхід забезпечує достатню точність визначення координат БПЛА в умовах наявності шумових перешкод. Найбільші похибки спостерігаються при оцінюванні кута місця, що пояснюється обмеженою апертурою мікрофонного масиву у вертикальній площині.

Отримані результати підтверджують працездатність запропонованої моделі та можливість її застосування для задач акустичного виявлення БПЛА в реальних умовах.

Висновки

Розроблено математичну модель сигналів в системах акустичного виявлення БПЛА, яка комплексно враховує основні фактори поширення звукових хвиль, що впливають на параметри сигналів, зокрема: геометричне розходження хвилі; атмосферне поглинання; вплив метеорологічних умов (температура, вологість, атмосферний тиск); затримку сигналу, зумовлену відстанню між джерелом і мікрофонами; багатопроменеве поширення внаслідок відбиття від підстилаючої поверхні; ефект Доплера, а також наявність акустичних перешкод реального середовища.

На основі реальних звукозаписів БПЛА та джерел перешкод змодельовано сумарні акустичні сигнали на виходах мікрофонного масиву, що формуються як суперпозиція сигналів із урахуванням часових затримок, ослаблення та багатопроменеве поширення. Результати моделювання можуть бути використані як тестові дані для розробки, верифікації та порівняльного аналізу алгоритмів обробки сигналів і визначення координат джерела звуку.

Отримані в результаті моделювання акустичні сигнали використано для тестування алгоритму визначення координат джерела звуку на основі методу різниці часу приходу сигналів (TDOA), що підтвердило працездатність підходу та коректність сформованої моделі.

Оцінювання точності визначення координат БПЛА на основі змодельованих сигналів показало, що при відношенні сигнал-перешкода 10–15 дБ сумарна похибка локалізації за всіма координатами для заданої геометрії мікрофонного масиву не перевищувала 10 %. При цьому найбільші відхилення спостерігаються при визначенні кута місця, що обумовлено меншою базою системи у вертикальній площині.

Результати моделювання підтверджують працездатність запропонованого підходу та можливість використання акустичних методів для виявлення та пеленгації малих БПЛА в умовах наявності реальних перешкод.

Практична цінність роботи полягає у можливості застосування розробленої моделі та алгоритмів при створенні та тестуванні систем акустичного моніторингу повітряного простору для задач безпеки та захисту критичної інфраструктури.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на оптимізацію конфігурації мікрофонного масиву, використання адаптивних методів обробки сигналів та інтеграцію акустичних методів з іншими сенсорними каналами (радіо, відео, інфрачервоним).

Список літератури:

1. Медведєв В. К., Коренівська І. С., Хажанець Ю. А., Салов А. О. Безпілотні літальні апарати та їхній вплив на перебіг російсько-української війни // Наука і оборона. 2023. № 2. С. 52–59.
2. Wang J., Liu Y., Song H. Counter-Unmanned Aircraft System(s) (C-UAS): State of the Art, Challenges, and Future Trends // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 2021. Vol. 36, No. 3. P. 4–29. DOI: 10.1109/MAES.2020.3015537.
3. Kartashov V.M., Oleynikov V.N., Sheyko S.A., Koryttsev I.V., Babkin S.I., Zubkov O.V. Peculiarities of small unmanned aerial vehicles detection and recognition // Telecommunications and Radio Engineering. New York. 2019. Vol. 78, Iss. 9. P. 771–781.
4. Олейніков В.М., Зубков О.В., Карташов В.М., Коритцев І.В., Бабкін С.І., Шейко С.О. Дослідження ефективності виявлення і розпізнавання малорозмірних безпілотних літальних апаратів по їх акустичному випромінюванню // Радіотехніка. 2018. Вип. 195. С. 209–217.
5. Карташов В.М., Олейніков В.М., Рябуха В.П., Бабкін С.І., Воронін В.В., Капуста А.І., Селезньов І.С. Методи комплексної обробки та інтерпретації радіолокаційних, акустичних, оптичних і інфрачервоних сигналів безпілотних літальних апаратів // Радіотехніка. 2020. Вип. 202. С. 173–182.
6. Piercy J. E., Bass H. E. Atmospheric Acoustics. Academic Press, 1972.
7. Wilson D. K., Ostashev V. E. Acoustics in Moving Inhomogeneous Media. CRC Press, 2015.
8. Allen J. B., Berkley D. A. Image method for efficiently simulating small-room acoustics // Journal of the Acoustical Society of America. – 1979. Vol. 65, No. 4. P. 943–950. DOI: 10.1121/1.382599.
9. Oppenheim A. V., Schaffer R. W. Discrete-Time Signal Processing. 3rd ed. Pearson, 2010.
10. Олейніков В.М., Зубков О.В., Карташов В.М., Коритцев І.В., Бабкін С.І., Шейко С.О., Селезньов І.С. Експериментальна оцінка ефективності алгоритмів пеленгування безпілотних літальних апаратів за акустичним випромінюванням // Радіотехніка. 2019. Вип. 199. С. 29–37.

Надійшла до редколегії 05.02.2026

Прийнята до друку після рецензування 23.04.2026

Публікація (оприлюднення) 30.04.2026

Відомості про авторів:

Шейко Сергій Олександрович – канд. техн. наук, доцент, Харківський національний університет радіоелектроніки, професор кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Україна; e-mail: sergiy.sheiko@nure.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1638-4478>

Шафроненко Євгеній Олександрович – Харківський національний університет радіоелектроніки, асистент кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Україна; e-mail: yevhenii.shafronenko@nure.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0867-9161>

Шаповалов Сергій Вікторович – канд. техн. наук, доцент, Харківський національний університет радіоелектроніки, доцент кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Україна; e-mail: serhii.shapovalov@nure.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0066-5291>