

А.В. БЕЗУГЛИЙ, канд. фіз.-мат. наук

ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА НА ОДНІЙ ТА ДВОХ НЕСКІНЧЕННО ВУЗЬКИХ ЩІЛИНАХ В ЕКРАНІ

Вступ

Перші результати експериментів з дифракції світла на одній окремій щілині та системі двох паралельних щілин, прорізаних в непрозорому екрані, датуються 1927 р. Однак і сьогодні пояснення результатів цих експериментів не задовольняють фізиків. Знов і знов з'являються спроби пояснити їх.

Отже, метою даної роботи є теоретичний аналіз явища дифракції світла на вказаних структурах.

Дифракція фотонів на одній щілині

Хай однорідний монохроматичний потік фотонів одиничної інтенсивності (рис. 1) падає нормально з боку негативних значень осі Y на екран із необмеженою вздовж осі Z нескінченно вузькою щілиною. В цьому випадку щілину можна представити як лінійне джерело вторинних хвиль [1]. Отже, фотону, що пройшов через нескінченно вузьку щілину, можна співставити, згідно з гіпотезою де-Бройля, амплітуду ймовірності

$$\psi(\vec{k}\vec{r}) = \psi(kr) = J_0(kr), \quad (1)$$

де $J_0(kr)$ – функція Бесселя нульового порядку [2]; $k=2\pi/\lambda$; λ – довжина хвилі де-Бройля; r – радіус-вектор, що з'єднує будь-яку точку щілини з будь-якою точкою екрана спостереження в площині $ХОУ$

Часовий множник опускаємо, розглядаємо стаціонарний процес.

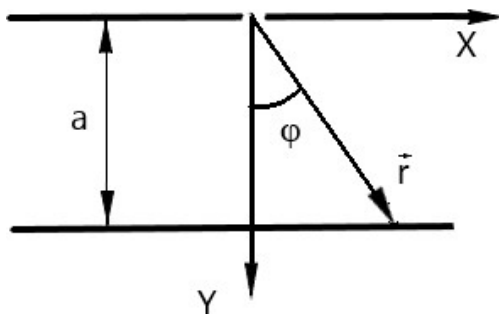


Рис. 1. Екран з однією нескінченно вузькою щілиною

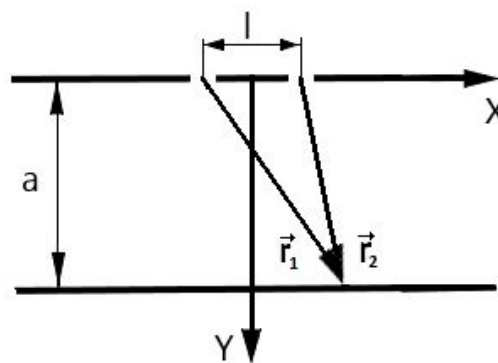


Рис. 2. Екран з двома нескінченно вузькими щілинами

Будемо вважати, що екран спостереження знаходиться на великій відстані від екрана із щілиною, тобто $kr \gg 1$. Тоді, скориставшись асимптотикою функції Бесселя [2], отримаємо

$$\psi(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cos(kr - \frac{\pi}{4}), \quad (2)$$

Після нескладних тригонометричних перетворень остаточно маємо

$$\psi(kr) = \frac{1}{\sqrt{\pi kr}} \quad (3)$$

або для ймовірності

$$|\psi(kr)|^2 = \frac{1}{\pi kr} = \frac{\lambda}{2\pi^2 \sqrt{x^2 + a^2}}. \quad (4)$$

Таким чином, маємо неперервний розподіл імовірності потрапляння фотона в ту чи іншу точку екрана (або інтенсивності потоку фотонів). Якщо щілина розташована в точці з координатою $x = 0$ матимемо в точці з координатами $x = 0$, $y = a$. Якщо щілина прорізана на відстані $x = l/2$ або $x = -l/2$, відповідно максимум буде здвиинутий на таку ж саму відстань, але при цьому вирази (3), (4) практично не зміняться внаслідок того, що $r \gg l/2$.

Дифракція фотонів на двох щілинах

Маємо дві нескінченно вузькі паралельні щілини, розташовані симетрично відносно початку координат на відстані l одна від одної (рис. 2). В цьому випадку для амплітуди ймовірності фотона, що пройшов через щілину будемо мати наступний вираз:

$$\psi(kr) = J_0(kr_1) + J_0(kr_2) \quad (5)$$

$$\text{де } r_1 = \sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2}.$$

Покладаючи $kr_1 \gg 1$, $kr_2 \gg 1$ та користуючись асимптотикою функції Бесселя, отримаємо

$$\psi(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr_1}} \cos\left(kr_1 - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{\frac{2}{\pi kr_2}} \cos\left(kr_2 - \frac{\pi}{4}\right). \quad (6)$$

Будемо вважати також, що відстань між щілинами значно менша відстані між екранами $l \ll a$. Тоді, застосовуючи біном Ньютона та нехтуючи квадратичним членом по l , $\frac{l^2}{r^2}$, запишемо r_1, r_2 у вигляді

$$r_1 = \sqrt{1 + \frac{lx}{r^2}}, \quad r_2 = \sqrt{1 - \frac{lx}{r^2}}. \quad (7)$$

Підставляючи вирази (7) в (6), після незначних тригонометричних перетворень отримаємо для ψ — функції наступний вираз:

$$\psi(kr) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi kr}} \cos \frac{kxl}{2r} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\pi^2 \sqrt{x^2 + a^2}}} \cos\left(\frac{\pi x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \frac{l}{\lambda}\right). \quad (8)$$

Для $|\psi|^2$ відповідно маємо

$$|\psi|^2 = \frac{2\lambda}{\pi^2 \sqrt{x^2 + a^2}} \cos^2 \left[\frac{\pi x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \left(\frac{l}{\lambda}\right) \right]. \quad (9)$$

У випадку, коли відношення відстані між щілинами до довжини хвилі $l/\lambda \ll 1$, із (9) отримаємо

$$|\psi(kr)|^2 = \frac{2\lambda}{\pi^2 \sqrt{x^2 + a^2}}. \quad (10)$$

Порівнюючи співвідношення (4) і (10), можна констатувати, що у випадку двох щілин характер дифракційної картини залишається таким же, як і для однієї щілини, що не узгоджується з відомим результатом експерименту.

Вираз (9), отриманий для $|\psi|^2$, справедливий для будь-якого співвідношення між відстанню між щілинами і довжиною хвилі. Із його аналізу видно, що при певних значеннях координати x , які визначаються умовою

$$\frac{\pi x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \frac{l}{\lambda} = n\pi, \quad (11)$$

в дифракційній картині будуть спостерігатися максимуми, при

$$\frac{\pi x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \frac{l}{\lambda} = (n + \frac{1}{2})\pi \quad (12)$$

– мінімуми. Із отриманих рівнянь знаходимо координати максимумів і мінімумів:

$$(x_n)_{\max} = \frac{na}{\sqrt{(\frac{l}{\lambda})^2 - n^2}}, \quad (x_n)_{\min} = \frac{(n + \frac{1}{2})a}{\sqrt{(\frac{l}{\lambda})^2 - (n + \frac{1}{2})^2}}, \quad (13)$$

де $n = \pm 1, \pm 2, \dots$

Із виразів (13) випливає, що кількість максимумів обмежена. Вона залежить від відношення між відстанню між щілинами l і довжиною хвилі λ . При $l/\lambda < 1$ маємо монотонно спадаючу криву з максимумом при $x = 0$. При $l/\lambda > n$ будемо мати $2n+1$ максимумів в дифракційній картині. В цьому плані результати збігаються з результатами, отриманими в роботах [3, 4] при розв'язанні задач дифракції фотонів на ґратці з періодом l . На нашу думку, доцільно ввести поняття характеристичного або ефективного розміру перешкоди, оскільки, як ми бачимо, для двох щілин, розташованих на відстані l , і для нескінченної ґратки з періодом l при нормальному падінні характеристичний або ефективний розмір є однаковим і відношення $l/\lambda = 1$ є пороговим. При $l/\lambda < 1$ маємо неперервний спектр.

Якщо взяти відношення $\frac{(x_n)_{\max}}{a}$, отримаємо тангенс кута дифракції, під яким спостерігається максимум:

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{n}{\sqrt{(\frac{l}{\lambda})^2 - n^2}}, \quad (14)$$

а після незначних перетворень – добре відоме рівняння дифракційної ґратки

$$l \sin \varphi_n = n\lambda. \quad (15)$$

З іншого боку,

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{p_x}{p_y} = \frac{n}{\sqrt{\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 - n^2}} = \frac{\frac{2\pi\hbar}{l} n}{\sqrt{p^2 - \left(\frac{2\pi\hbar}{l}\right)^2}}, \quad (16)$$

де $p_x = \frac{2\pi\hbar}{l} n$ – x -складова імпульсу фотона, $p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}$ повний імпульс фотона;

$\frac{2\pi\hbar}{l}$ – величина кванта імпульсу, що неодноразово відмічалось в роботах [3, 4].

Аналіз отриманих результатів

Аналізуючи отримані результати, можна стверджувати, що в результаті пружної взаємодії з перешкодою фотон отримує x -складову імпульсу. При цьому величина імпульсу фотона не змінюється, змінюється лише його напрямок. Тут слухна нагода зауважити, що термін „хвиля огинає перешкоду” (даючи визначення явищу дифракції) є некоректним. Фотон чи хвиля не огинає перешкоду вздовж якоїсь кривої, а різко змінює свій напрямок руху.

Варто також зауважити, що в явищі дифракції яскраво проявляється двоїста природа світла: з одного боку фотон – це частинка (неділима), яка згідно з представленням де-Бройля має певне значення енергії і імпульсу, з другого – це хвиля, але не фізична хвиля. Що здійснив де-Бройль, сформулювавши свою геніальну гіпотезу, яка багаторазово підтверджена практикою (знову ж таки дивно, що до цього часу вона залишається „гіпотезою”)? Він об’єднав те, що, здавалося, неможливо об’єднати. До нього існували дві окремі діаметрально протилежні фізичні моделі: матеріальної точки і гармонічної хвилі. Ймовірність знайти матеріальну точку у просторі – в усіх точках – нуль, крім однієї, в якій імовірність дорівнює одиниці. Ймовірність знайти гармонічну хвилю у просторі в будь-якій точці дорівнює одиниці.

В одновимірному випадку хвильова функція ψ , що визначає стан частинки, залежить від просторової змінної x та часу t . Величина $\int |\psi|^2 dx$ дорівнює ймовірності знаходження частинки в околі точки x у момент часу t (М. Борн, 1926 р.). Якщо проінтегрувати цю величину за всіма можливими значеннями x , отримаємо одиницю, тобто частинка знаходиться десь в просторі [5].

Отже, хвильові властивості фотона проявляються в тому, як визначається ймовірність його знаходження в певній точці простору. Таким чином, на нашу думку, твердження, що частинка одночасно знаходиться в усіх можливих станах і тільки при колапсі набуває певного значення, базується на тому, що, забуваючи про корпускулярні властивості, вважають її 100 %-ною (природною, фізичною) хвилею.

Висновки

Встановлено, що картина дифракції світла визначається величиною відношення характеристичного розміру перешкоди до довжини хвилі. Існує порогове значення $l/\lambda = 1$, що розмежовує дві її форми: при $l/\lambda < 1$ маємо монотонну криву розподілу ймовірності (інтенсивності) із максимумом на лінії симетрії системи, що відповідає неперервному спектру значень Ψ -функції; при $l/\lambda > 1$ – криву з чередуванням максимумів і мінімумів, що відповідає дискретному спектру значень Ψ -функції.

Явище дифракції виникає в результаті пружної взаємодії фотонів із перешкодою, внаслідок якої фотони отримують складову імпульсу у напрямку, перпендикулярному до первинного. При $l/\lambda < 1$ маємо неперервний спектр складової імпульсів, при $l/\lambda > 1$ – дискретний.

Число максимумів в дифракційній картині залежить від відношення l/λ . Це число дорівнює $2n+1$, де $n = l/\lambda$.

Причиною виникнення відомого парадоксу при тлумаченні результатів експериментів з дифракції світла на одній та двох щілинах, на нашу думку, є те, що експеримент на одній щілині було проведено для випадку, коли довжина хвилі більша ширини щілини, а на двох щілинах – для випадку, коли довжина хвилі значно менша відстані між щілинами $l/\lambda \gg 1$.

Список літератури:

1. Born M. and Volf E. Principles of optics. M.: Nauka, 1973. 371 p.
2. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Directmedia. 343 p.
3. Bezugly A.V., Petchenko O.M., Petchenko G.O. Photon Flux Density in the Diffraction Pattern During Scattering of H-polarized Photons by the Infinite Grating of Metallic Strips // Journal of Nano and Electronic Physics. 2021. Vol. 13, №1. 01002 (4 p).
4. Bezugly A.V., Petchenko O.M., Petchenko G.O., Dulfan H.Y. Dfraction of E-polarized Photons on Periodic Grating of Metal Strips // Journal of Nano and Electronic Physics. 2022. Vol/14, No 3. 03032 (5 p.).
5. Вакарчук І. О. Квантова механіка : підручник. 4-те вид., доп. Львів : ЛНУ ім. Івана Франка, 2012. 872 с.

Надійшла до редколегії 03.08.2025

Відомості про автора:

Безуглий Анатолій Васильович — кандидат фізико-математичних наук, доцент, Харківський національний університет міського господарства; Україна; e-mail: anatoliy.bezugliy@kname.edu.ua; ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-7546-0670>