

*С.С. ЖИЛА, д-р техн. наук, О.В. ОДОКІЄНКО, канд. техн. наук, Д.І. КОВАЛЬЧУК,
К.О. ЩЕРБИНА, канд. техн. наук, Я.Д. СИДОРОВ*

СТАТИСТИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА АНАЛІЗ МЕТОДУ ФОРМУВАННЯ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ ЗОБРАЖЕНЬ У ЧАСОВІЙ ТА ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТЯХ

Вступ

У сучасних радіолокаційних системах дедалі більшої актуальності набуває завдання підвищення просторової та контрастної роздільної здатності зображень, що формуються на основі скатерометричних даних. Проте традиційні методи формування радіолокаційних зображень часто не забезпечують необхідної якості через обмеженість моделей, недостатній урахунок статистичних характеристик сигналів або використання евристичних підходів до фільтрації й інтерпретації даних. Особливо це стосується задач виявлення, ідентифікації та класифікації об'єктів у складних умовах дії перешкод, шумів і неоднорідного фону.

З огляду на це постає проблема розробки статистично обґрунтованого підходу до формування скатерометричного радіолокаційного зображення, який дозволяв би враховувати властивості шумів і сигналів, а також забезпечував би оптимальні характеристики за заданим критерієм ефективності – зокрема, мінімізації середньоквадратичної помилки.

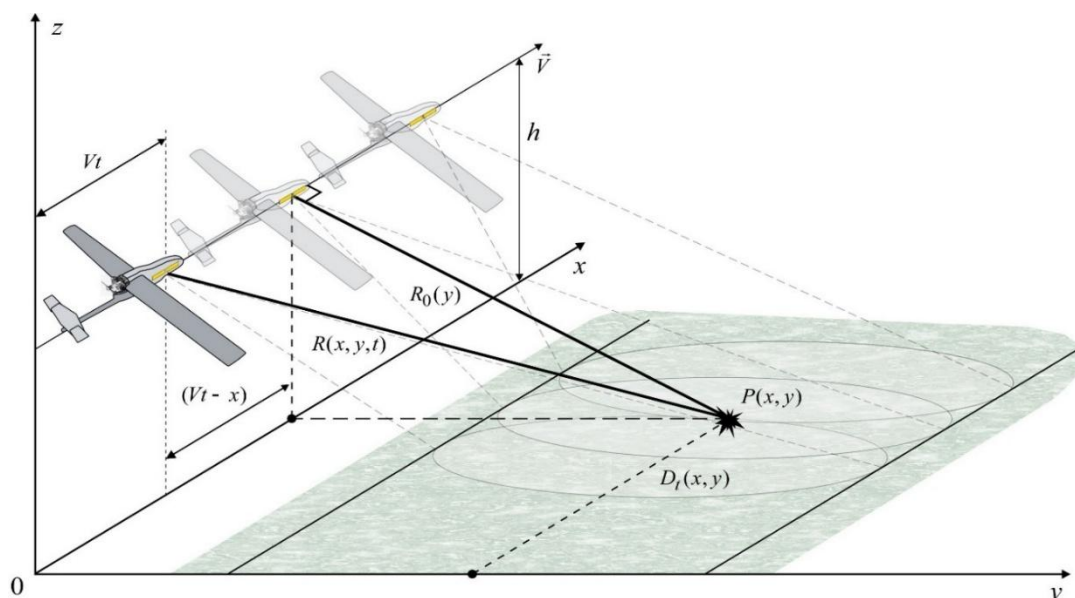
Метою роботи є статистична оптимізація методу формування радіолокаційних зображень та аналіз оптимального алгоритму побудови скатерометричного зображення у часовій та частотній областях.

Основні операції оброблення передбачають квадратурне детектування прийнятих сигналів, виділення прямої та квадратурної компонент на проміжній частоті, перетворення Фур'є за координатою дальності, подальшу частотну декореляцію в спектральній області, побудову оцінки коефіцієнта віддзеркалення поверхні та згортку результату з декорельованим опорним сигналом.

Моделі сигналів, шумів та рівняння спостереження

Радіозображення, сформоване в РСА з ЛЧМ-сигналами, будується в прямокутній системі координат: азимут – дальність. Вісь дальності відображає відстань до цілі в напрямку лінії візування радару та відповідає моменту надходження відбитого сигналу (тобто часовій затримці), що перетворюється в дальність після обробки. Вісь азимута – це напрямок уздовж траєкторії руху носія, який визначається за змінами доплерівської частоти або зміщенням фази сигналу в часі. Початок відліку по дальності прив'язується до моменту реєстрації першого відбиття, а по азимуту – до центрального положення апертури, синтезованої під час проходження поверхні. Така система координат дозволяє точно визначити положення об'єкта на місцевості в просторі. Отримане зображення може бути представлене у вигляді інтенсивності відбитого сигналу або його радіометричних характеристик у заданій площині. Такий підхід забезпечує точне позиціонування об'єктів і високий рівень деталізації поверхні.

Розвиток моделей віддзеркалених сигналів полягає у врахуванні просторово-неоднорідної структури коефіцієнту відбиття електромагнітних хвиль реальних поверхонь, що докладно розглянуто в попередньому розділі. Модель буде записана з урахуванням феноменологічного підходу до визначення розсіяних полів в антенних решітках [1]. Зондуєчий сигнал представляє собою безперервний сигналі з лінійною частотною модуляцією, що змінює значення частоти за періодичною пилкоподібною функцією. Геометрія, що відповідає процесу вимірювання розсіяних сигналів РСА в строго боковому напрямку, показана на рис. 1.



Відповідно до рис. 1 вважаємо що літальний апарат рухається прямолінійно вздовж осі x , на висоті h і з постійною швидкістю V . В передавачі формується зондуючий безперервний ЛЧМ сигнал, що подається на вхід передавальної антени. Передавальна антена перетворює сигнал на електромагнітні коливання та спрямовує їх в строго боковому напрямку від траєкторії польоту на поверхню землі. Просторово-часове поле у безпосередній близькості до поверхні у межах ділянки, що опромінена діаграмою спрямованості, запишемо наступним чином:

$$s_t(t, x, y) = D_t(x, y) A \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_P(t - iT_P) \times \sum_{k=0}^K \Pi_S(t - iT_P - k\Delta t) \cos(2\pi f_0 t + 2\pi(\alpha k \Delta t)(t - iT_P) + \varphi_0), \quad (1)$$

де $D_t(x, y)$ – діаграма спрямованості передавальної антени, що представлена у координатах поверхні, або пляма діаграми спрямованості передавальної антени на поверхні, A – постійна амплітуда зонduючого сигналу, $\Pi_P(t - iT_P)$ – прямокутний імпульс, що визначає довжину одного періоду ЛЧМ сигналу, T_P – період пилкоподібної функції зміни частоти, i – номер періоду модуляції, $\Pi_s(t - iT_P - k\Delta t)$ – прямокутний імпульс, що визначає тривалість частини ЛЧМ сигналу у межах одного періоду і має постійне значення частоти, Δt – інтервал часу, на якому частота сигналу не змінюється, k – номер імпульсу $\Pi_s(\cdot)$, f_0 – початкова частота, φ_0 – початкова фаза, $\alpha = \frac{(F_{\max} - f_0)}{T_p}$ – нахил пилкоподібної функції

зміни частоти, $(F_{\max} - f_0)$ – девіація частоти, $F_{\max}$ – максимальна частота, яку може набувати ЛЧМ сигнал.

Приклад сигналу (1), коли $f_0=10 \Gamma\text{ц}$, $F_{\max}=100 \Gamma\text{ц}$, $x=0\text{ м}$, $y=0\text{ м}$, $G_t(x,y)=1$, $T_P=1\text{ с}$, $T_\Sigma=200\text{ мс}$, представлено на рис. 2.

Досягнувши поверхні землі, сигнал (1) відбивається від кожної її точки з урахуванням комплексного коефіцієнту відбиття цієї точки $\dot{F}(x, y)$. В області спостереження, в приймальній антені радару, буде спостерігатися сигнал з урахуванням феноменологічного підходу до визначення розсіяних полів в антенних системах [1, 2]:

$$s_r(t) = \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{F}(x, y) \dot{s}_0(t, x, y) dx dy \right\}, \quad (2)$$

$$\dot{s}_0(t, x, y) = A e^{j\varphi_0} \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_P(t - iT_P - t_{del}(x, y)) \times \sum_{k=0}^K \Pi_S(t - iT_P - k\Delta t - t_{del}(x, y)) \times \\ \times e^{j(2\pi f_0(t - t_{del}(x, y)) + 2\pi(\alpha k \Delta t)(t - iT_P - t_{del}(x, y)))} \quad (3)$$

– одиничний сигнал, який би був прийнятий радаром від однієї точки поверхні $P(x, y)$ при $\dot{F}(x, y) = 1$, $D_r(x, y)$ – діаграма спрямованості приймальної антени, що представлена у координатах поверхні, або пляма діаграми спрямованості приймальної антени на поверхні,

$$t_{del}(x, y) = \frac{2R(x, y, t)}{c} \quad (4)$$

– час затримки на розповсюдження сигналу від передавальної антени до кожної точки поверхні і в зворотному напрямку в приймальну антену, c – швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль, $2R(x, y)$ – шлях, що проходять електромагнітні хвилі.

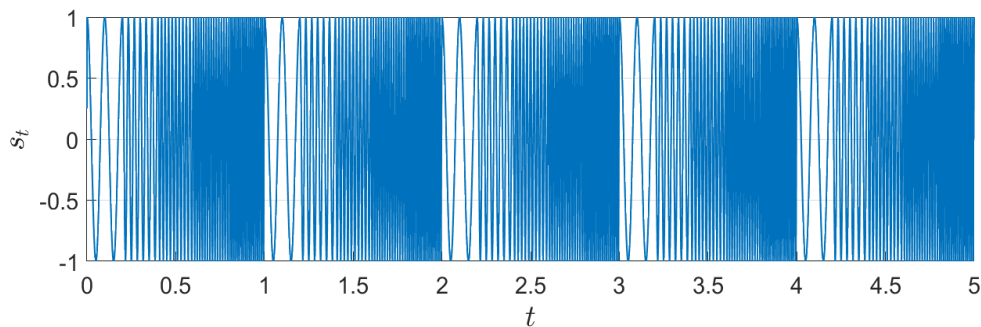


Рис. 2. Приклад моделювання сигналу (1) в одній точці на початку просторової системи координат

З урахуванням наведеної на рис. 1 геометрії запишемо дальність $R(x, y)$ до кожної точки поверхні від літального апарату наступним чином:

$$R(x, y, t) = \sqrt{(Vt - x)^2 + y^2 + h^2}, \quad (5)$$

де Vt – поточна координата положення літального апарату, що рухається вздовж осі x або шлях, що пролетів літальний апарат від початку системи координат.

Винесемо в (5) з-під знаку кореня дальність $R_0(y) = \sqrt{y^2 + h^2}$ до точки $P(x, y)$ при її спостереженні під прямим кутом азимуту

$$R(x, y, t) = R_0(y) \sqrt{1 + \frac{(Vt - x)^2}{R_0^2(y)}}. \quad (6)$$

Величина під знаком кореня $\frac{(Vt - x)^2}{R_0^2(y)} \ll 1$ при практичних вимірюваннях, адже максимальне значення $(Vt - x)$ – це половина поперечного розміру плями діаграми спрямованості за координатою x , а $R_0(y)$ – похила дальність. Дальність, зазвичай, в сотні та тисячі разів більша за пляму діаграми спрямованості. В такому випадку корінь може бути розкладений в ряд Тейлора наступним чином:

$$\sqrt{1 + \frac{(Vt-x)^2}{R_0^2(y)}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{(Vt-x)^2}{R_0^2(y)} - \dots \quad (7)$$

Розкладання в (7) на більшу кількість членів ряду не має сенсу, так як нові складові для представленої геометрії не інформативні. Вираз (6) з урахуванням (7) набуде вигляду

$$R(x, y, t) = R_0(y) + \frac{(Vt-x)^2}{2R_0(y)}. \quad (8)$$

Підставляючи (8) і (4) в одиничний сигнал (3), отримаємо

$$\begin{aligned} \dot{s}_0(t, x, y) = & \dot{A} \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_P(t - iT_P - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) \\ & \times \sum_{k=0}^K \Pi_S(t - iT_P - k\Delta t - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) e^{j2\pi f_0 t} \times \\ & \times e^{-j2\pi f_0 2R_0(y)c^{-1}} e^{-j2\pi f_0 (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}} \times e^{j2\pi(\alpha k \Delta t)(t - iT_P - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1})}, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\dot{A} = Ae^{j\varphi_0}$ – комплексна огибаюча зонduючого сигналу.

Винесемо в отриманому виразі (9) за знаки суми всі складові, що не залежать від індексів i і k та отримаємо остаточний вигляд одиничного сигналу

$$\begin{aligned} \dot{s}_0(t, x, y) = & \dot{A} e^{j2\pi f_0 t} e^{-j2\pi f_0 2R_0(y)c^{-1}} e^{-j2\pi f_0 (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}} \times \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_P(t - iT_P - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) \\ & \times \sum_{k=0}^K \Pi_S(t - iT_P - k\Delta t - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) \times e^{j2\pi(\alpha k \Delta t)(t - iT_P - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt-x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1})}. \end{aligned} \quad (10)$$

При реєстрації сигналів приймачем до них додаються внутрішні шуми $n(t)$.

Коливання, що підлягатимуть подальшій оптимальній обробці, будемо називати рівняннями спостереження. Для розглянутих умов рівняння спостереження має вигляд

$$u(t) = s_r(t) + n(t). \quad (11)$$

У виразі (12) випадковими є внутрішні шуми $n(t)$ і комплексний коефіцієнт розсіювання $\dot{F}(x, y)$. Обидва ці процеси є білими шумами, що мають нульове математичне сподівання і наступні кореляційні функції:

$$R_n(t_1, t_2) = \langle n(t_1)n(t_2) \rangle = \frac{1}{2} N_{0n} \delta(t_1 - t_2), \quad (12)$$

$$R_{\dot{F}}(x_1, x_2, y_1, y_2) = \langle \dot{F}(x_1, y_1) \dot{F}(x_2, y_2) \rangle = \sigma^0(x_1, y_1) \delta(x_1 - x_2) \delta(y_1 - y_2), \quad (13)$$

де $\langle \cdot \rangle$ – знак статистичного усереднення по ансамблю реалізацій (математичне сподівання), $\sigma^0(x_1, y_1)$ – питома ефективна поверхня розсіювання поверхні, що буде підлягати оцінюванню в даному розділі.

З урахуванням (12) і (13) кореляційна функція рівняння спостереження має вигляд

$$\begin{aligned} R_u(t_1, t_2) = \langle u(t_1)u(t_2) \rangle = & \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{s}_0(t_1, x, y) \dot{s}_0^*(t_2, x, y) dx dy + \\ & + \frac{1}{2} N_{0n} \delta(t_1 - t_2). \end{aligned} \quad (14)$$

Кореляційна функція (14) містить всю необхідну інформацію для вирішення оптимізаційної задачі. Питома ефективна поверхня розсіювання $\sigma^0(x, y)$ є статистичною характеристикою комплексного коефіцієнту віддзеркалення поверхні і, на відміну від класичних задач радіолокації, потребує оцінки енергетичних параметрів, а саме складових $R_u(t_1, t_2)$. Параметр $\sigma^0(x, y)$ не входить в явному вигляді в рівняння спостереження, але підлягає оцінюванню і буде включений в $R_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y))$ і в функцію $W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y))$, що їй обернена.

Постановка задачі

За результатами прийому бортовим когерентним радаром, розміщеного на літальному апараті, віддзеркаленого від поверхні корисного сигналу $s_r(t)$, що спостерігається на фоні внутрішніх шумів приймача $n(t)$, необхідно оптимальним чином, в рамках методу максимальної правдоподібності, сформувати радіозображення підстильної поверхні, що представлено у вигляді енергетичного параметру $\sigma^0(x, y)$, як складової статистичних характеристик прийнятих коливань $u(t)$.

Статистична оптимізація методу формування радіозображень

Оптимальний метод радіобачення підстильної поверхні визначимо в рамках методу максимальної правдоподібності, що для корельованих стохастичних процесів потребує знаходження максимуму наступної функції правдоподібності:

$$p[u(t) | \sigma^0(x, y)] = \kappa[\sigma^0(x, y)] \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T [u(t_1) - m_u(t_1)] \times W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y)) [u(t_2) - m_u(t_2)] dt_1 dt_2 \right\}. \quad (15)$$

У вираз (15) входить деякий множник $\kappa[\sigma^0(x, y)]$, що залежить від енергетичних параметрів, постійна часу спостереження T , обернена кореляційна функція $W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y))$ і математичне сподівання $m_u(t, \lambda)$ процесу $u(t)$. Математичне сподівання

$$m_u(t) = \langle u(t) \rangle = \langle s_r(t) + n(t) \rangle = \langle s_r(t) \rangle + \langle n(t) \rangle = 0, \quad (16)$$

тому (15) може бути переписано наступним чином:

$$p[u(t) | \sigma^0(x, y)] = \kappa[\sigma^0(x, y)] \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T u(t_1) W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y)) u(t_2) dt_1 dt_2 \right\}. \quad (17)$$

Знаходячи математичний вираз, що відповідає точці максимуму (17), отримаємо необхідні математичні операції для формування оптимальних оцінок радіозображення підстильної поверхні $\sigma^0(x, y)$, де $\langle \cdot \rangle$ – символ позначення оцінки. Оцінка буде відрізнятися від істинного значення на величину граничної похибки вимірювань.

Функція $W(t_1, t_2, \sigma^0(x, y))$ визначається через інтегральне рівняння

$$\int_0^T R_u(t_1, t_3, \sigma^0(x, y)) W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 = \delta(t_1 - t_2). \quad (18)$$

Максимум (17) можна було б знайти у результаті розрахунку похідної та прирівнювання її до нуля, але оцінюванню в поставленій задачі підлягає питома ефективна поверхня розсіювання поверхні, що є функцією просторових координат, і звичайна похідна не може бути

взята по функції. В такому випадку необхідно застосовувати математичний апарат варіаційної похідної. Представимо $\sigma^0(x, y)$ у вигляді двох доданків

$$\sigma^0(x, y) = \sigma^0(x, y) + \delta\sigma^0(x, y), \quad (19)$$

де $\sigma^0(x, y)$ – істинне значення, $\delta\sigma^0(x, y)$ – варіація оцінки, що визначається деяким відхиленням від істинного значення,

$$\delta\sigma^0(x, y) = \chi \gamma(x, y), \quad (20)$$

$\gamma(x, y)$ – довільна недетермінована функція відхилення оцінки від істинного параметру з одиничною амплітудою, χ – величина відхилення. Зрозуміло, що при $\chi = 0$ буде отримане істинне значення радіозображення поверхні. Таким чином, замість пошуку мінімуму функції (17) по функції $\sigma^0(x, y)$ можна визначити мінімум (17) взявши звичайну похідну по χ в точці $\chi = 0$. В результаті критерій оптимізації набуде вигляду

$$\left. \frac{d p[u(t) | \sigma^0(x, y)]}{d \chi} \right|_{\chi=0} = 0. \quad (21)$$

З виразу (17) також випливає, що функція правдоподібності є експоненціальною функцією з деяким коефіцієнтом. Застосування до (17) натуральний логарифм точка максимуму функції правдоподібності не зміниться. В такому випадку (21) можна переписати:

$$\left. \frac{d \ln p[u(t) | \sigma^0(x, y)]}{d \chi} \right|_{\chi=0} = 0. \quad (22)$$

Результат диференціювання і прирівнювання (22) має назву рівняння правдоподібності [1] і для визначених умов задачі має вигляд

$$\begin{aligned} - \int_0^T \int_0^T \frac{d R_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y)]}{d \chi} W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y)] dt_1 dt_2 = \\ = \int_0^T \int_0^T u(t_1) \frac{d W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y)]}{d \chi} u(t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (23)$$

Для подальшого вирішення рівняння правдоподібності визначимо всі його складові. Обернена кореляційна функція може бути представлена через згортку з дельта-функцією

$$W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y)] = \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] \delta(t_2 - t_3) dt_3. \quad (24)$$

І, підставляючи (18), отримаємо її узагальнений вигляд:

$$W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y)] = \int_0^T \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] R_u[t_3, t_4, \sigma^0(x, y)] \times W_u[t_4, t_2, \sigma^0(x, y)] dt_3 dt_4. \quad (25)$$

Вираз (25) конкретизуємо для визначеної форми кореляційної функції (14)

$$W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y)] = \int_0^T \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] \times \left(\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma^0(x, y)] D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{s}_0(t_1, x, y) \dot{s}_0^*(t_2, x, y) dx dy + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} N_{0n} \delta(t_1 - t_2) \right) \times W_u[t_4, t_2, \sigma^0(x, y)] dt_3 dt_4 \quad (26)$$

або

$$W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y)] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma^0(x, y)] D_r(x, y) D_t(x, y) \times \\ \times \int_0^T \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] \dot{s}_0(t_3, x, y) \dot{s}_0^*(t_4, x, y) W_u[t_4, t_2, \sigma^0(x, y)] dt_3 dt_4 dx dy + \\ + \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] N_{0n} \delta(t_3 - t_4) W_u[t_4, t_2, \sigma^0(x, y)] dt_3 dt_4. \quad (27)$$

Визначивши загальний вигляд оберненої кореляційної функції, попередньо необхідно визначити похідну виразу (25) також у загальному вигляді

$$\frac{d W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y)]}{d \chi} = - \int_0^T \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] \frac{d R_u[t_3, t_4, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y)]}{d \chi} \times \\ \times W_u[t_4, t_2, \sigma^0(x, y)] dt_3 dt_4. \quad (28)$$

З виразу (28) випливає, що для подальшої його конкретизації необхідно визначити похідну (14) по параметру χ , що матиме вигляд

$$\frac{d R_u[t_3, t_4, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y)]}{d \chi} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{s}_0(t_3, x, y) \dot{s}_0^*(t_4, x, y) dx dy. \quad (29)$$

Отриманий вираз для похідної кореляційної функції підставляємо в вираз (28)

$$\frac{d W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y)]}{d \chi} = - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \int_0^T \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] \times \\ \times \dot{s}_0(t_3, x, y) \dot{s}_0^*(t_4, x, y) W_u[t_4, t_2, \sigma^0(x, y)] dt_3 dt_4 dx dy \quad (30)$$

або

$$\frac{d W_u[t_1, t_2, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y)]}{d \chi} = - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \times \\ \times \int_0^T W_u[t_1, t_3, \sigma^0(x, y)] \dot{s}_0(t_3, x, y) dt_3 \int_0^T W_u[t_4, t_2, \sigma^0(x, y)] \dot{s}_0^*(t_4, x, y) dt_4 dx dy. \quad (31)$$

Інтеграли в (31), що описують згортку кореляційної функції з одиничним сигналом, є новим типом сигналів, що необхідно застосовувати при оптимальному оцінюванні статистичних характеристик випадкового коефіцієнту віддзеркалення поверхні. На відміну від відомих операцій ці згортки потребують додаткової інверсної фільтрації в фільтрі з частотною характеристикою, що дорівнює спектру оберненої кореляційної функції $W_u(\cdot)$. Інверсні філь-

три в теорії побудови радіосистем ще мають назву вибілюючими фільтрами, основна задача яких підвищити точність оцінювання параметрів випадкових процесів, в граничному випадку білого шуму. Позначимо ці згортки наступним чином:

$$\dot{s}_{0W} \left[t_1, \sigma^0(x, y) \right] = \int_0^T W_u \left[t_1, t_3, \sigma^0(x, y) \right] \dot{s}_0(t_3, x, y) dt_3, \quad (32)$$

$$\dot{s}_{0W}^* \left[t_2, \sigma^0(x, y) \right] = \int_0^T W_u \left[t_4, t_2, \sigma^0(x, y) \right] \dot{s}_0^*(t_4, x, y) dt_4. \quad (33)$$

Підставляючи (32) і (33) в (31), отримаємо

$$\frac{d W_u \left[t_1, t_2, \sigma^0(x, y) + \chi \gamma(x, y) \right]}{d \chi} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{s}_{0W} \left[t_1, \sigma^0(x, y) \right] \dot{s}_{0W}^* \left[t_2, \sigma^0(x, y) \right] dx dy. \quad (34)$$

Визначивши всі складові рівняння спостереження в (29) і (34), запишемо його наступним чином:

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_0^T \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{s}_0(t_3, x, y) \dot{s}_0^*(t_4, x, y) dx dy \times W_u \left[t_1, t_2, \sigma^0(x, y) \right] dt_1 dt_2 - \\ & - \int_0^T \int_0^T u(t_1) \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \times \dot{s}_{0W} \left[t_1, \sigma^0(x, y) \right] \dot{s}_{0W}^* \left[t_2, \sigma^0(x, y) \right] dx dy u(t_2) dt_1 dt_2 = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

або з урахуванням (27)

$$\begin{aligned} & \int_0^T \int_0^T \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{s}_0(t_3, x, y) \dot{s}_0^*(t_4, x, y) dx dy \times \\ & \times \left(\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \times \int_0^T \int_0^T W_u \left[t_1, t_3, \sigma^0(x, y) \right] \dot{s}_0(t_3, x, y) \times \right. \\ & \times \dot{s}_0^*(t_4, x, y) W_u \left[t_4, t_2, \sigma^0(x, y) \right] dt_3 dt_4 dx dy + \\ & \left. + \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T W_u \left[t_1, t_3, \sigma^0(x, y) \right] N_{0n} \delta(t_3 - t_4) W_u \left[t_4, t_2, \sigma^0(x, y) \right] dt_3 dt_4 \right) dt_1 dt_2 - \\ & - \int_0^T \int_0^T u(t_1) \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \times \\ & \times \dot{s}_{0W} \left[t_1, \sigma^0(x, y) \right] \dot{s}_{0W}^* \left[t_2, \sigma^0(x, y) \right] dx dy u(t_2) dt_1 dt_2 = 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Подальше спрощення можливе в результаті застосування в (36) методу комплексних огинаючих, що передбачає

$$\operatorname{Re} \dot{x}(t) \operatorname{Re} \dot{y}(t) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \dot{x}(t) \dot{y}(t) + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \dot{x}(t) \dot{y}^*(t), \quad (37)$$

де $(\cdot)^*$ – знак комплексного спряження.

З урахуванням виразів (37) рівняння правдоподібності прийме вигляд

$$\begin{aligned}
& \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \left(\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x_1, y_1) D_r(x_1, y_1) D_t(x_1, y_1) \times \right. \\
& \quad \times \int_0^T \dot{s}_0(t_1, x, y) \dot{s}_{0W}^*(t_1, x_1, y_1) dt_1 \int_0^T \dot{s}_0^*(t_2, x, y) \dot{s}_{0W}(t_2, x_1, y_1) dt_2 \left. dx_1 dy_1 + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} \frac{N_{0n}}{2} \int_0^T \left| \dot{s}_{0W} \left[t_3, \sigma^0(x, y) \right] \right|^2 dt_3 - \frac{1}{2} \int_0^T u(t_1) \dot{s}_{0W} \left[t_1, \sigma^0(x, y) \right] dt_1 \int_0^T u(t_2) \dot{s}_{0W}^* \left[t_2, \sigma^0(x, y) \right] dt_2 \right) dx dy = 0.
\end{aligned} \tag{38}$$

В отриманому виразі всі математичні операції мають фізичний сенс та відповідають відомим в теорії оптимізації обробки сигналів функціям, тому перепишемо його наступним чином:

$$\begin{aligned}
& \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \times \left(\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x_1, y_1) D_r(x_1, y_1) D_t(x_1, y_1) \left| \dot{\Psi}_W(x, y, x_1, y_1) \right|^2 dx_1 dy_1 + \right. \\
& \quad \left. + \frac{N_{0n}}{2} E_W(x, y) - \frac{1}{2} \left| \dot{Y}(x, y) \right|^2 \right) dx dy = 0,
\end{aligned} \tag{39}$$

де

$$\dot{\Psi}_W(x, y, x_1, y_1) = \int_0^T \dot{s}_0(t_1, x, y) \dot{s}_{0W}^*(t_1, x_1, y_1) dt_1 \tag{40}$$

– функція розузгодженості за просторовими координатами підстильної поверхні для радару з обробкою безперервних ЛЧМ сигналів. Функцію (40) ще називають функцією невизначеності або реакцією системи формування зображення на точкове джерело випромінювання. Ця функція визначає роздільну здатність радару, що реалізує нову запропоновану обробку з декореляцією.

В (40) також введено енергію одиничного сигналу з урахуванням декореляції

$$E_W(x, y) = \frac{1}{2} \int_0^T \left| \dot{s}_{0W} \left[t_3, \sigma^0(x, y) \right] \right|^2 dt_3. \tag{41}$$

Вираз

$$\dot{Y}(x, y) = \int_0^T u(t_1) \dot{s}_{0W} \left[t_1, \sigma^0(x, y) \right] dt_1 \tag{42}$$

є ключовою складовою (39), адже він описує оптимальну обробку прийнятих коливань – рівняння спостереження $u(t)$. Сутність обробки полягає в розрахунку кореляційного інтегралу або узгодженій фільтрації $u(t)$ в фільтрі з імпульсною характеристикою, що повторює одиничний сигнал. На відміну від існуючих рішень, одиничний сигнал включає операцію декореляції та дозволяє збільшити кількість некорельованих відліків в вихідному ефекті $\dot{Y}(x, y)$. Одиничний сигнал в такому випадку застосування також називають опорним сигналом і в задачах відновлення радіозображень він може бути факторизований на опорний сигнал стиснення отриманих коливань за азимуту та за дальністю.

Достатньою умовою для виконання рівняння (39) є наступна рівність:

$$\left| \dot{Y}(x, y) \right|^2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x_1, y_1) D_r(x_1, y_1) D_t(x_1, y_1) \times \left| \dot{\Psi}_W(x, y, x_1, y_1) \right|^2 dx_1 dy_1 + N_{0n} E_W(x, y). \tag{43}$$

Досягти рівності (43) дуже важко, адже в правій стороні залишились детерміновані функції часу та просторових координат, а в лівій стороні – результат оптимальної обробки, що

характеризується деякою потенційною точністю. Кореляційний інтеграл або фільтрація в узгодженому фільтрі корисного сигналу з шумами ніколи не дасть детермінованої функції, завжди залишиться недоусереднений залишок. Цей недоусереднений залишок і не дає досягнути рівності, а його дисперсія визначає похибку оцінки радіозображення поверхні. З практики формування радіолокаційних зображень [1] відомо, що зображення отримані алгоритмом (42) має плямисту структуру, що називається сепекл-шумом. Цей спекл-шум і є недоусередненим залишком впливу шумів та випадкової структури комплексного коефіцієнту віддзеркалення реальних поверхонь. Таким чином, доцільно в (43) говорити про прирівнювання лівої та правої частини. Повна рівність досягається лише при статистичному усередненні лівої частини за ансамблем реалізацій

$$\left\langle \left| \dot{Y}(x, y) \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x_1, y_1) D_r(x_1, y_1) D_t(x_1, y_1) \times \left| \dot{\Psi}_W(x, y, x_1, y_1) \right|^2 dx_1 dy_1 + N_{0n} E_W(x, y). \quad (44)$$

Аналіз оптимального алгоритму формування скатерометричних радіолокаційних зображень у часовій області

Для аналізу отриманого алгоритму (42) послідовно підставимо в отриманий вираз формулу для одиничного сигналу з декореляцією (33)

$$\dot{Y}(x, y) = \int_0^T u(t) \int_0^T W_u \left[t, t_1, \sigma^0(x, y) \right] \dot{s}_0(t_1, x, y) dt_1 dt \quad (45)$$

і одиничний сигнал (9)

$$\begin{aligned} \dot{Y}(x, y) = & \int_0^T u(t) \int_0^T W_u \left[t, t_1, \sigma^0(x, y) \right] \times \dot{A} \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_P(t_1 - iT_P - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt_1 - x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) \\ & \times \sum_{k=0}^K \Pi_s(t_1 - iT_P - k\Delta t - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt_1 - x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) e^{j2\pi f_0 t_1} \times \\ & \times e^{-j2\pi f_0 2R_0(y)c^{-1}} e^{-j2\pi f_0 (Vt_1 - x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}} \times e^{j2\pi(\alpha k \Delta t)(t_1 - iT_P - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt_1 - x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1})} dt_1 dt. \end{aligned} \quad (46)$$

Одразу проаналізувати фізичну сутність алгоритму фільтрації прийнятих коливань в фільтрі, імпульсна характеристика якого співпадає з сумою затриманих у часі декорельованих високочастотних імпульсів достатньо складно. Доцільно спочатку визначити основні операції в часовій області без декореляції, вважаючи, що $W_u \left[t, t_1, \sigma^0(x, y) \right] = \delta(t - t_1)$. В такому випадку вираз (46) має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{Y}(x, y) = & e^{-j2\pi f_0 2R_0(y)c^{-1}} \times \int_0^T dt e^{-\frac{j2\pi f_0 (Vt-x)^2}{R_0(y)c}} \sum_{i=0}^{\infty} \Pi_P(t - iT_P - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt - x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) \times \\ & \times \sum_{k=0}^K \left[u(t) \left[\Pi_s(t - iT_P - k\Delta t - 2R_0(y)c^{-1} - (Vt - x)^2 R_0^{-1}(y)c^{-1}) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \dot{A} e^{j(2\pi f_0 t + 2\pi(\alpha k \Delta t)(t - iT_P))} \right] \times e^{-j2\pi(\alpha k \Delta t) \frac{(Vt-x)^2}{R_0(y)c}} \right] \times e^{-j2\pi(\alpha k \Delta t) \frac{2R_0(y)}{c}} \end{aligned} \quad (47)$$

Розглянемо аргументи деяких функцій, що входять в (47). Нехай висота польоту літального апарату дорівнює 1500 м, максимальний кут візування від надиру 45° , тоді максимальна дальність $R_{0\max} = 2121,3$ м, час затримки $\frac{2R_{0\max}}{c} = 14,1$ мкс. Максимальне відхилення ко-

ординати X визначається половиною ширини діаграми спрямованості вдовж координати азимута і у випадку використання бортової антени розміром 30 см, проведення вимірювань на частоті 10 ГГц дорівнює 106 м. Нехай період пилкоподібної функції зміни частоти більше

ніж в два рази перевищує максимальний час затримки сигналу і дорівнює $T_p = K\Delta t = 30 \text{ мкс}$. Девіація частоти будемо вважати складає 1 % від центральної частоти і дорівнює 100 МГц, тоді $\alpha = \frac{(F_{\max} - f_0)}{T_p} = 333 \cdot 10^{10}$. Максимальний час спостереження T визначається шириною

плями діаграми спрямованості на поверхні вздовж координати азимута і швидкістю рух літального апарату, $T = \frac{\Delta G(x)}{V}$. Для швидкості руху 90 км/год максимальний час спостереження буде приблизно дорівнювати $T = 8,5 \text{ с}$. Для наведених величин було проведене імітаційне моделювання функцій $\exp\left(-j2\pi(\alpha k \Delta t) \frac{(Vt-x)^2}{R_0(y)c}\right)$ і

$\exp\left(-\frac{j2\pi f_0(Vt-x)^2}{R_0(y)c}\right)$, результат якого наведено на рис. 3.

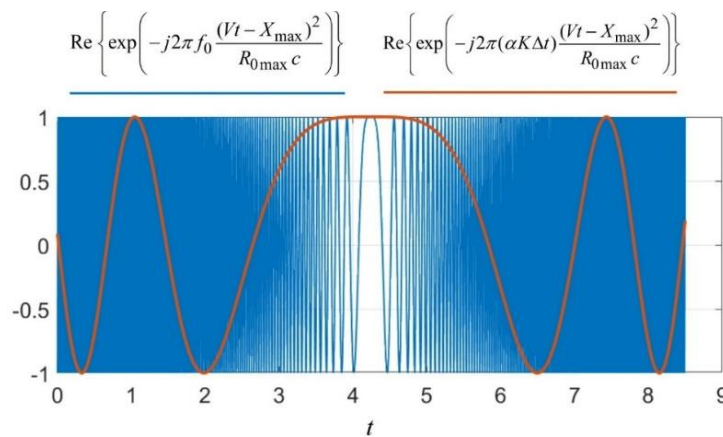


Рис. 3. Імітаційне моделювання опорних функцій одиничного сигналу

Функція $\exp\left(-\frac{j2\pi f_0(Vt-x)^2}{R_0(y)c}\right)$ відома з класичних алгоритмів формування радіозображень з

вищою роздільною здатністю, коли використовується імпульсний режим роботи радара. Ця функція є базисною для відновлення дрібних деталей на первинному зображенні або іншими словами – для синтезування апертури антени. В порівнянні з $\exp\left(-\frac{j2\pi f_0(Vt-x)^2}{R_0(y)c}\right)$,

функція $\exp\left(-j2\pi(\alpha k \Delta t) \frac{(Vt-x)^2}{R_0(y)c}\right)$ є більш низькочастотною та не дозволить відновити мало-розмірні деталі на радіозображеннях, тому в подальшому може не враховуватися. Чим менше буде відношення девіації частоти зонduючого сигналу до несучої, тим менше буде вплив множника $\exp\left(-j2\pi(\alpha k \Delta t) \frac{(Vt-x)^2}{R_0(y)c}\right)$.

Також необхідно сказати, що максимальна затримка обумовлена розширення діаграми спрямованості за координатою азимута $\frac{(Vt-x)^2}{R_0(y)c}$ складає 70 нс, що в 200 разів менше за максимальну затримку по дальності. Таким чином затримкою прямокутних імпульсів на величину $\frac{(Vt-x)^2}{R_0(y)c}$ можна знехтувати, так само, як і залежністю $\frac{2R_0(y)}{c}$ від y . Дійсно

підібрати затримку прямокутних імпульсів під кожну дальність неможливо, тому будемо використовувати деяке $R_{0\min}$. З урахуванням введених припущень, алгоритм (47) набуде наступного вигляду:

$$\dot{Y}_1(x, y) = \int_0^T dt \left(\sum_{i=0}^{\infty} \Pi_P(t - iT_P) \dot{U}_x(t - iT_P, y) \right) e^{-\frac{j2\pi f_0(Vt-x)^2}{R_0(y)c}}, \quad (48)$$

де

$$\dot{U}_x(t - iT_P, y) = \sum_{k=0}^K \dot{u}_x(t - iT_P, k\Delta t) e^{-j2\pi(\alpha k\Delta t)\frac{2R_0(y)}{c}} \quad (49)$$

– дискретне перетворення Фур'є від результату перемноження прийнятого рівняння спостереження на всі можливі імпульси з частотами $f_0 + \alpha k\Delta t$, що визначається виразом

$$\dot{u}_x(t - iT_P, k\Delta t) = u(t) \Pi_s \left(t - iT_P - k\Delta t - \frac{2R_{0\min}}{c} \right) \dot{A} e^{j(2\pi f_0 t + 2\pi(\alpha k\Delta t)(t - iT_P))}. \quad (50)$$

Точно визначити час приходу віддзеркалених від поверхні сигналів неможливо при використанні неперервних сигналів, тому доцільно у якості множника $\Pi_s \left(t - iT_P - k\Delta t - \frac{2R_{0\min}}{c} \right) \dot{A} e^{j(2\pi f_0 t + 2\pi(\alpha k\Delta t)(t - iT_P))}$ в (50) використовувати копію зонduючого сигналу і його квадратурну складову.

Аналіз оптимального алгоритму формування скатерометричних радіолокаційних зображень у частотній області

Проаналізувавши основні оптимальні операції, що визначаються одиничним сигналом, доцільно розглянути вплив декорелюючого фільтра. Визначити аналітичний вигляд $W_u \left[t, t_1, \sigma^0(x, y) \right]$ з (18) достатньо складно, тому пропонується визначити форму декорелюючого фільтра спектральній області. Для цього спочатку представимо кореляційну функцію у вигляді суми

$$R_u(t_1, t_3, \sigma^0(x, y)) = R_s(t_1, t_3, \sigma^0(x, y)) + R_n(t_1 - t_3), \quad (51)$$

$$\text{де } R_s(t_1, t_3) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \dot{s}_0(t_1, x, y) \dot{s}_0^*(t_3, x, y) dx dy,$$

$$R_n(t_1 - t_3) = \langle u(t_1) u(t_3) \rangle = \frac{1}{2} N_{0n} \delta(t_1 - t_3).$$

Отриману суму (51) підставляємо в (18)

$$\int_0^T R_s(t_1, t_3, \sigma^0(x, y)) + R_n(t_1 - t_3) W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 = \delta(t_1 - t_2) \quad (52)$$

або

$$\int_0^T R_s(t_1, t_3, \sigma^0(x, y)) W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 + \frac{1}{2} N_{0n} W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y)) = \delta(t_1 - t_2). \quad (53)$$

Рівняння (53) є інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду, для вирішення якого необхідно перейти в спектральну область, визначити спектр $W_u(\cdot)$ і застосувати обернене

перетворення Фур'є. Процеси $u(t)$, що підлягають обробці, та, зокрема, корисний сигнал є нестационарними випадковими процесами. Про їх нестационарність свідчить кореляційна функція (14), що залежить не лише від різниці $(t_1 - t_2)$, а і від часу t_1 . В такому випадку для визначення спектральної щільності нестационарного випадкового процесу необхідно використовувати подвійне перетворення Фур'є за змінними t_1 і t_2 .

Перетворення Фур'є за змінною t_1 від лівої та правої частей (53) запишемо наступним чином:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_0^T R_s(t_1, t_3, \sigma^0(x, y)) W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 + \frac{1}{2} N_{0n} W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y)) \right) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t_1 - t_2) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 \quad (54)$$

або, змінивши порядок інтегрування,

$$\int_0^T \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_s(t_1, t_3, \sigma^0(x, y)) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 \right) W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 + \frac{1}{2} N_{0n} \int_{-\infty}^{\infty} W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y)) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 = e^{-j2\pi f_1 t_2} \cdot \quad (55)$$

Вираз в дужках є спектральною щільністю потужності нестационарного випадкового процесу і буде позначатися $G_{R_s}(f_1, t_3, \sigma^0(x, y))$, а перетворення Фур'є від $W_u(t_1, t_2, \sigma^0(x, y))$ – $G_W(f_1, t_2, \sigma^0(x, y))$,

$$\int_0^T G_{R_s}(f_1, t_3, \sigma^0(x, y)) W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 + \frac{N_{0n}}{2} G_W(f_1, t_2, \sigma^0(x, y)) = e^{-j2\pi f_1 t_2}. \quad (56)$$

Тепер застосуємо перетворення Фур'є за змінною t_2

$$\begin{aligned} \int_0^T G_{R_s}(f_1, t_3, \sigma^0(x, y)) \left(\int_{-\infty}^{\infty} W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) e^{-j2\pi f_2 t_2} dt_2 \right) dt_3 + \frac{N_{0n}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} G_W(f_1, t_2, \sigma^0(x, y)) e^{-j2\pi f_2 t_2} dt_2 = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(f_1 + f_2)t_2} dt_2. \end{aligned} \quad (57)$$

Права сторона (57) дорівнює дельта-функції, а в лівій введемо функцію

$$G_W(t_3, f_2, \sigma^0(x, y)) = \int_{-\infty}^{\infty} W_u(t_3, t_2, \sigma^0(x, y)) e^{-j2\pi f_2 t_2} dt_2. \quad (58)$$

Після розрахунків отримаємо новий вираз для (57)

$$\int_0^T G_{R_s}(f_1, t_3, \sigma^0(x, y)) G_W(t_3, f_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 + \frac{N_{0n}}{2} G_W(f_1, f_2, \sigma^0(x, y)) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(f_1 + f_2)t_2} dt_2. \quad (59)$$

Для подальшого визначення $G_W(\cdot)$ застосуємо перетворення Фур'є до обох частин (59)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_0^T G_{R_s}(f_1, t_3, \sigma^0(x, y)) G_W(t_3, f_2, \sigma^0(x, y)) dt_3 + \frac{N_{0n}}{2} G_W(f_1, f_2, \sigma^0(x, y)) \right) e^{-j2\pi f_3 t_3} dt_3 = \delta(f_1 + f_2) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f_3 t_3} dt_3. \quad (60)$$

В лівій частині перетворення Фур'є від згортки двох функцій по змінній t_3 є добутком узагальнених спектральних щільностей потужності, а в правій – дельта-функція,

$$\left(G_{R_s}(f_1, f_2, \sigma^0(x, y)) + \frac{N_0}{2} \right) G_W(f_1, f_2, \sigma^0(x, y)) = \delta(f_1 + f_2). \quad (61)$$

З (61) випливає, що для знаходження узагальненої спектральної щільності потужності $G_W(f_1, f_2, \sigma^0(x, y))$ необхідно знайти $G_R^{-1}(f_1, f_2, \sigma^0(x, y))$ або, більш точно,

$$G_W(f_1, f_2, \sigma^0(x, y)) = \frac{\delta(f_1 + f_2)}{G_{R_s}(f_1, f_2, \sigma^0(x, y)) + \frac{N_0}{2}}. \quad (62)$$

Для подальшого використання (62) необхідно представити в спектральній області декорельований одиничний сигнал з (45). Застосуємо спочатку перетворення Фур'є до цього сигналу за змінною t

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_0^T W_u[t, t_1, \sigma^0(x, y)] \dot{s}_0(t_1, x, y) dt_1 \right) e^{-j2\pi ft} dt &= \int_0^T \dot{s}_0(t_1, x, y) \left(\int_{-\infty}^{\infty} W_u[t, t_1, \sigma^0(x, y)] e^{-j2\pi ft} dt \right) dt_1 = \\ &= \int_0^T \dot{s}_0(t_1, x, y) G_W(f, t_1, \sigma^0(x, y)) dt_1. \end{aligned} \quad (63)$$

Тепер представимо інтеграл від добутку функцій в спектрі

$$\begin{aligned} \int_0^T \dot{s}_0(t_1, x, y) \left(\int_{-\infty}^{\infty} G_W(f, f_1, \sigma^0(x, y)) e^{j2\pi f_1 t_1} df_1 \right) dt_1 &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} G_W(f, f_1, \sigma^0(x, y)) \int_0^T \dot{s}_0(t_1, x, y) e^{j2\pi f_1 t_1} dt_1 df_1 \right) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} G_W(f, f_1, \sigma^0(x, y)) \dot{S}_0(f_1, x, y) df_1. \end{aligned} \quad (64)$$

Підставляючи (62) в (64), отримаємо

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(f + f_1)}{G_{R_s}(f, f_1, \sigma^0(x, y)) + \frac{N_0}{2}} \dot{S}_0(f_1, x, y) df_1 = \frac{\dot{S}_0(-f, x, y)}{G_{R_s}(f, -f, \sigma^0(x, y)) + \frac{N_0}{2}}. \quad (65)$$

Для остаточного визначення фізичного впливу операції декореляції визначимо узагальнену спектральною щільністю потужності нестационарного випадкового корисного сигналу $s_r(t)$. Для цього застосуємо послідовно перетворення Фур'є від (14) за змінними t_1 і t_2

$$\begin{aligned} G_{R_s}(f_1, f_2, \sigma^0(x, y)) &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} R_s(t_1, t_2) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 \right) e^{-j2\pi f_2 t_2} dt_2 = \frac{1}{2} \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \dot{s}_0(t_1, x, y) e^{-j2\pi f_1 t_1} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} \dot{s}_0^*(t_2, x, y) e^{-j2\pi f_2 t_2} dt_2 dx dy = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \frac{1}{2} \text{Re} \left(\dot{S}_0(f_1, x, y) \dot{S}_0^*(f_2, x, y) \right) dx dy. \end{aligned} \quad (66)$$

Підставляючи (66) в (65), отримуємо одиничний сигнал, що декорельований у спектральній області

$$\frac{\dot{S}_0^*(f, x, y)}{\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \operatorname{Re}\left\{\dot{S}_0^2(f, x, y)\right\} dx dy + \frac{N_0}{2}}. \quad (67)$$

Необхідно підкреслити, що в (67) одиничний сигнал в чисельнику є комплексно спряженим до випроміненого. Така обробка повністю відповідає узгодженій обробці з класичної теорії оптимального оцінювання параметрів сигналу. Новою операцією є декореляція, що сприяє підвищенню кількості некорельованих відліків при обробці стохастичних сигналів.

Для визначення $\dot{S}_{0W}[t_1, \sigma^0(x, y)]$ в новому оптимальному алгоритмі (41) необхідно застосувати обернене перетворення Фур'є до (67).

На рис. 4 наведено приклад амплітудного спектру вихідного сигналу, інверсного фільтру та одиничного сигналу з декореляцією при

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^0(x, y) D_r(x, y) D_t(x, y) \operatorname{Re}\left\{\dot{S}_0^2(f, x, y)\right\} dx dy + \frac{N_0}{2}$$

співвідношенні сигнал-завада 10 дБ.

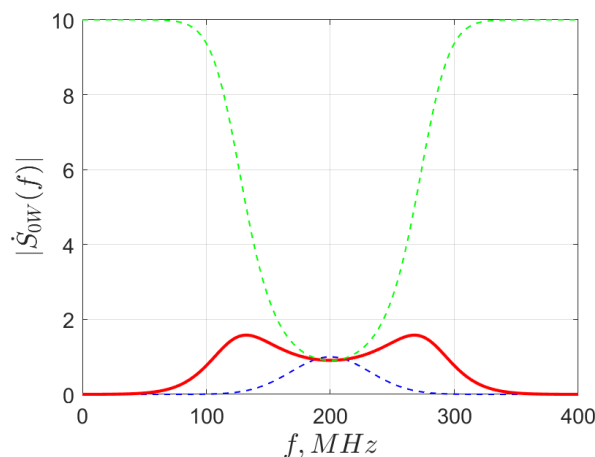


Рис. 4. Амплітудні спектри: синя штрихова лінія – випроміненого сигналу, зелена штрихова лінія – інверсного фільтру, червона суцільна лінія – декорельованого одиничного сигналу

З отриманих графіків випливає, що при перевищенні сигналу над шумами опорний сигнал має більш розширений спектр та збільшені амплітуди в областях згасання спектру зонduючого сигналу. З огляду на випадковість віддзеркалених сигналів і їх широкий спектр одиничний сигнал адаптується під прийняті коливання, розширюючи полосу пропускання. В той самий час розширення до нескінченності не відбувається, ступінь декореляції та адаптація під варіацію амплітуди і фази віддзеркаленого від поверхні сигналу визначається співвідношенням сигнал-завада.

Висновки

Запропоновано статистично обґрунтований метод формування скатерометричних радіолокаційних зображень, що базується на оптимальному обробленні стохастичних сигналів. Розвинуті моделі зонduючих і відбитих сигналів дозволяють враховувати фізичні та статистичні властивості віддзеркалення від поверхонь. Алгоритм реалізує операції детектування, перетворення Фур'є, декореляції та оцінювання коефіцієнтів віддзеркалення, що забезпечує підвищену точність зображення. Застосування критерію мінімізації середньоквадратичної похибки дозволило оцінити ефективність методу через межу Крамера–Рао. Порівняльний аналіз у часовій та частотній областях підтвердив доцільність такого підходу для бортових РСА з ЛЧМ сигналами. Результати можуть бути використані в

подальших практичних розробках систем дистанційного зондування та аерокосмічного радіобачення.

Список літератури:

1. Wang Z., Bovik A. C., Sheikh H. R., & Simoncelli E. P. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity // IEEE Transactions on Image Processing. 2004. Vol. 13, No. 4.
2. Damara-Venkata N., Kite T. D., Geisler W. S., Evans B. L., & Bovik A. C. Image Quality Assessment Based on a Degradation Model // IEEE Transactions on Image Processing. 2000. Vol. 9, No. 4.
3. Wang Z. et al. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity // IEEE Transactions on Image Processing. 2004.
4. Eskicioglu A. M., & Fisher P. S. Image Quality Measures and Their Performance // IEEE Transactions on Communications. 1995.
5. Shnayderman A., Gusev A., & Eskicioglu A. M. An SVD-Based Grayscale Image Quality Measure for Local and Global Assessment // IEEE Transactions on Image Processing. 2006. Vol. 15, No. 2.
6. Sheikh H. R., & Bovik A. C. Image Information and Visual Quality // IEEE Transactions on Image Processing. 2006

Надійшла до редколегії 20.06.2025

Відомості про авторів:

Жила Семен Сергійович – доктор технічних наук, доцент, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», завідувач кафедри аерокосмічних радіоелектронних систем; Україна; email: s.zhyla@khai.edu; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2989-8988>

Одокієнко Олексій Володимирович – кандидат технічних наук, Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», декан факультету радіоелектроніки, комп'ютерних систем та інфокомунікацій; Україна; email: o.odokiienko@khai.edu; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5227-1000>

Ковальчук Даниїл Іванович – Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут»; асистент кафедри аерокосмічних радіоелектронних систем»; Україна; email: d.i.kovaljchuk@khai.edu; ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-6847-6610>

Щербина Ксенія Олександрівна – Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», старший науковий співробітник кафедри аерокосмічних радіоелектронних систем; Україна; email: k.shcherbyna@khai.edu; ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-7870-3675>

Сидоров Ярослав Дмитрович – Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут», інженер кафедри аерокосмічних радіоелектронних систем, Україна; email: y.d.sydorov@khai.edu; ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-4088-2127>