УДК 621.391 DOI:10.30837/rt.2025.1.220.16

М.А. ШТОМПЕЛЬ, д-р техн. наук

МЕТОД ДЕКОДУВАННЯ ПОСЛІДОВНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ КАСКАДНИХ ЗГОРТКОВИХ КОДІВ ДЛЯ СИСТЕМ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ

Вступ

Розвиток технологій радіозв'язку дозволяє впроваджувати новітні електронні комунікаційні послуги, що висувають жорсткі вимоги до якості передавання даних. Наприклад, радіотехнології п'ятого покоління застосовуються у таких сценаріях: розширений мобільний широкосмуговий доступ, надзвичайно надійні комунікації з низькою затримкою обробки даних, масивні комунікації машинного типу. В рамках розширеного мобільного широкосмугового доступу користувачі отримують послуги віртуальної та доповненої реальності, мультимедійний контент, що вимагає значної швидкості обробки даних та підвищеної пропускної спроможності мобільної мережі. Для надання електронних послуг, критичних до затримки та достовірності даних, застосовуються граничні обчислення, логічні сегменти мережі, покращені методи обробки інформації. Послуги міжмашинної взаємодії та впровадження Інтернету речей обумовлюють застосування енергоефективного мережевого та кінцевого обладнання з низькою обчислювальною складністю та підтримкою механізмів високонадійного низькошвидкісного передавання даних [1–3].

Для вирішення цих завдань у сучасних радіотехнологіях використовуються завадостійкі кодові конструкції. Застосування методів завадостійкого кодування дозволяє покращити такі ключові показники мереж мобільного зв'язку: надійність, продуктивність, затримка, покриття, спектральна ефективність, енергетична ефективність. Зокрема, у радіотехнологіях нового покоління підтримуються коди з малою щільністю перевірок на парність у каналах передавання даних та полярні коди у каналах управління [4, 5]. Відомо, що каскадні кодові конструкції дозволяють підвищити ефективність та надійність передавання даних, тому актуальною задачею є впровадження даних кодів у новітні системи мобільного зв'язку та пошук ефективних методів декодування.

Аналіз принципів побудови та декодування каскадних кодових конструкцій

Каскадні кодові конструкції формуються шляхом поєднання за різними принципами декількох кодів. У загальному випадку метою формування каскадних кодів є підвищення коригувальної здатності кодової конструкції та можливість регулювання ефективності декодування складових кодів [6].

Наприклад, турбокоди, що застосовуються у системах мобільного зв'язку третього та четвертого поколінь, є прикладом паралельно з'єднаних рекурсивних згорткових кодів із застосуванням перемежувача. Довгі турбо коди досягають максимуму пропускної здатності для деяких моделей каналу зв'язку та значно перевершують за ефективністю алгебраїчні блокові коди [7]. Типове декодування даних кодів засновано на пошуку максимуму апостеріорної імовірності шляхом ітеративного обміну м'якою інформацією між двома складовими декодерами. Кожна ітерація декодування складається з двох фаз. На першій фазі визначається зовнішня інформація на основі сигналу, прийнятого з каналу зв'язку. На наступній фазі перемежовані елементи зовнішньої інформації використовуються як апріорні імовірності та обчислюється зовнішня інформація на позиціях перевірочних символів другого коду у прийнятій послідовності. Таким чином, другим декодером знаходиться рішення щодо інформаційних символів з використанням апостеріорних імовірностей. На наступних ітераціях декодування перший декодер використовує інформацію, отриману від другого декодеру, у якості апріорних імовірностей для знаходження власного рішення. Декодування завершується при досягненні максимальної кількості ітерацій [8]. Слід зазначити, що вибір типу перемежувача значно впливає на забезпечення декореляції інформації, якою обмінюються складові декодери, та гарантування псевдовипадкості коротких турбо кодів [9].

З іншого боку, сучасні технології радіозв'язку використовують послідовні каскадні кодові конструкції, складовими яких можуть виступати коди різних класів [10]. Фактично дані конструкції формуються шляхом добутку окремих кодів та додатково можуть містити перемежувач для забезпечення більшої випадковості. Прикладом даного підходу є класична каскадна схема, в якій на зовнішній ступені застосовується код Ріда–Соломона, а внутрішня ступень виконана на основі нерекурсивного випадкового згорткового коду. Декодування даної кодової конструкції здійснюється послідовно незалежними типовими декодерами для цих кодів: декодер Берлекемпа–Мессі – для коду Ріда–Соломона, декодер Вітербі – для згорткового коду [11]. Таким чином, декодування послідовних каскадних кодових конструкцій можна реалізувати незалежно, що дозволяє знизити обчислювальну складність його реалізації та доволі легко змінювати компонентні коди. У більш загальному випадку, у якості складових кодів можуть застосовуватись ідентичні блокові коди (алгебраїчні блокові коди, коди з малою щільністю перевірок на парність тощо) або згорткові коди (алгебраїчні, випадкові, нерекурсивні, рекурсивні тощо). При цьому бажано, щоб зовнішній код мав велику мінімальну кодову відстань для виправлення максимальної кількості помилок у прийнятій послідовності. Для декодування таких послідовних каскадних кодових конструкцій застосовуються різноманітні декодери на основі обчислення апостеріорних імовірностей, врахування надійності прийнятих символів, алгоритму Чейза тощо [12].

Синтез послідовних алгебраїчних каскадних згорткових кодів

За результатами проведеного аналізу у роботі розглядається можливість застосування алгебраїчних каскадних кодів у системах мобільного зв'язку нового покоління. Для побудови пропонується послідовна схема, в якій зовнішня ступень реалізується на базі недвійкового блокового коду Ріда–Соломона, внутрішня ступень – з використанням нерекурсивного алгебраїчного згорткового коду. Між даними ступенями використовується блоковий перемежувач.

Недвійковий (N, K, D) код Ріда–Соломона над полем $GF(2^m)$ дозволяє виправляти до $t = \lfloor D-1/2 \rfloor$ помилок у символах, кожен з яких містить m біт [10]. Даний код має такі параметри: довжина інформаційного повідомлення K, довжина кодового слова N, мінімальна кодова відстань D, швидкість коду $R = K/N$. Отже, код Ріда–Соломона має гарні можливості для виправлення групових помилок. Крім того, дані коди є блоковими кодами максимальної довжини, тобто вони мають найбільшу мінімальну кодову відстань $D = N - K + 1$ для заданих параметрів N та K. Ці коди відносяться до класу циклічних кодів, що дозволяє задати деякий недвійковий (N, K, D) код Ріда–Соломона породжувальним багаточленом

$$g(x) = (x-\alpha)(x-\alpha^2)...(x-\alpha^{2t}), \tag{1}$$

де α – примітивний елемент у полі $GF(2^m)$, що визначається примітивним багаточленом $p(x)$ степені m.

Породжувальний багаточлен (1) має $(N-K)$ послідовних коренів α, α^2, …, α^{N-K}, що можна представити у циклічній формі наступним чином:

$$g(x) = g_0 + g_1 x + ... + g_{N-K} x^{N-K}, \tag{2}$$

де $g_i \in GF(2^m)$, $i \in [0, N-K]$ – недвійковий символ у полі $GF(2^m)$.

Тоді породжувальна матриця даного коду дорівнює

$$G=\begin{pmatrix} g_0 & g_1 & \cdots & g_{N-K} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_0 & g_1 & \cdots & g_{N-K} & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & g_0 & g_1 & \cdots & g_{N-K} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

У загальному випадку побудова (n_0,k_0,ν) нерекурсивного алгебраїчного згорткового коду здійснюється з використанням породжувального багаточлену деякого недвійкового блокового коду. Даний код має наступні параметри: довжина інформаційного кадру k_0, довжина кодового кадру n_0, довжина кодового обмеження ν, кодова швидкість $R_0 = k_0 / n_0$. Відомо, що для гарантування максимальної корегувальної здатності необхідно застосовувати породжувальний багаточлен (2) коду Ріда–Соломона як блокового коду максимальної довжини [13]. У даній роботі для формування (n_0,k_0,ν) нерекурсивного алгебраїчного згорткового коду та зовнішнього коду Ріда–Соломона використовуються еквівалентні породжувальні матриці (3). Для отримання алгебраїчного згорткового коду кінцевої довжини застосовується усічення кодової послідовності. В результаті даного підходу на основі множення інформаційного блоку довжини k на породжувальну матрицю (3) формується кодовий блок довжиною $n = kn_0$ з урахуванням останніх ν інформаційних бітів.

Метод декодування послідовних алгебраїчних каскадних згорткових кодів

Нехай інформація у системі мобільного зв'язку передається через канал з адитивним білим гаусовим шумом (АБГШ) із застосуванням двійкової фазової модуляції. Позначимо інформаційне повідомлення, що надходить на зовнішній кодер, як $U = (U_0, U_1, ..., U_{K-1})$ та кодове слово коду Ріда–Соломона як $C = (C_0, C_1, ..., C_{N-1})$. Блоковий перемежувач застосовує до даного кодового блоку перестановку $\Pi(C)$. Отримана перемежована послідовність виступає інформаційним блоком для внутрішнього кодеру $u = \Pi(C)$, на основі якого формується кодовий блок алгебраїчного згорткового коду $c = (c_0, c_1, ..., c_{n-1})$. Передбачається, що $N = k$ та блоковий перемежувач має довжину k. Далі кодовий блок перетворюється у фазомодульований сигнал та передається через канал з АБГШ. На приймальній стороні прийнята послідовність $r = (r_0, r_1, ..., r_{n-1})$ надходить на внутрішній декодер, який формує оцінку кодового блоку $c' = (c'_0, c'_1, ..., c'_{n-1})$ алгебраїчного згорткового коду. Після цього застосовується зворотна перестановка $R' = \Pi^{-1}(c')$ для формування прийнятого вектору для зовнішнього декодеру та знаходиться оцінка кодового слова $C' = (C'_0, C'_1, ..., C'_{N-1})$ коду Ріда–Соломону. Після цього визначається відповідне інформаційне повідомлення $U' = (U'_0, U'_1, ..., U'_{K-1})$.

Для підвищення ефективності декодування прийнятої послідовності з використанням послідовних алгебраїчних каскадних згорткових кодів пропонується на внутрішній ступені використати декодер на основі впорядкованих статистик, що має ряд переваг порівняно з алгоритмом Вітербі [14, 15]. На зовнішній ступені застосовується алгебраїчний декодер на основі алгоритму Берлекемпа–Мессі. Запропонований підхід складається з наступних етапів.

Етап 1. Декодування внутрішнього коду ((n_0,k_0,ν) нерекурсивного алгебраїчного згорткового коду) за впорядкованими статистиками.

К р о к 1.1. Знаходження найбільш надійного базису шляхом формування модифікованих прийнятої послідовності та породжувальної матриці, оцінки кодового блоку відповідно:

$$r'' = \pi_2(\pi_1(r')), \quad G'' = \pi_2(\pi_1(G)), \quad c'' = \pi_2(\pi_1(c')) = (c''_B c''_P), \tag{4}$$

де π_1 – перестановка за зменшенням надійності елементів ($|r'_i| \geq |r'_j|, i < j$); π_2 – перестановка для гарантування лінійної незалежності перших k стовпців матриці $G' = \pi_1(G)$ у систематичній формі; c''_B – найбільш надійний базис; c''_P – перевірочна частина кодового блоку.

К р о к 1.2. Визначення найбільш імовірної тестової оцінки кодового блоку:

$$c''_b = c''_e \text{ при} \min(d_\omega(c''_e, c'')),$$

де c''_e – тестовий кодовий блок, що дорівнює $c''_e = (c''_B + e)G''$; e – тестовий вектор помилок з набору векторів ваги Хемінга ω; $d_\omega(c''_e, c'')$ – зважена вага Хемінга між тестовим кодовим блоком c''_e та прийнятою оцінкою кодового блоку, отриманою згідно з (4):

$$d_\omega(c''_e, c'') = \sum_{i=0}^{n-1} |r_i|, c''_{e,i} \neq c''_i.$$

К р о к 1.3. Формування оцінки кодового блоку $c_b = \pi_1^{-1}(\pi_2^{-1}(c_b{}'')$.

Для підвищення імовірності знаходження вірної оцінки кодового блоку алгебраїчного згорткового коду необхідно збільшувати набір тестових векторів шляхом використання більшої ваги Хемінга ω, що визначає степінь декодування за впорядкованими статистиками [14]. Слід зазначити, що це призводить до зростання обчислювальної складності та затримки декодування.

Етап 2. Зворотна перестановка оцінки кодового блоку c_b алгебраїчного згорткового коду у блоковому перемежувачі $R' = \Pi^{-1}(c_b)$.

Етап 3. Алгебраїчне декодування зовнішнього коду ((N, K, D) коду Ріда–Соломона).

К р о к 3.1. Визначення синдрому прийнятого вектору R':

$$S(x) = S_0 + S_1 x + ... + S_{N-K-1} x^{N-K-1},$$

де $S_i \in GF(2^m)$, $i \in [0, N-K-1]$ – недвійковий символ у полі $GF(2^m)$.

К р о к 3.2. Обчислення ключового виразу на базі алгоритму Берлекемпа–Мессі:

$$\Lambda(x) \cdot S(x) \equiv \Omega(x)(\bmod x^{N-K}),$$

де $\Lambda(x)$, $\deg(\Lambda(x)) \leq t$ – багаточлен локатору помилок; $\Omega(x)$, $\deg(\Omega(x)) < t(\leq N-K-t)$ – багаточлен значень помилок.

К р о к 3.3. Знаходження позицій помилок шляхом обчислення коренів $\Lambda(x)$ та обчислення значень помилок на основі $\Lambda(x)$ та $\Omega(x)$ на базі пошуку Ченя та процедури Форні.

Якщо кількість символьних помилок у прийнятій послідовності менше t, даний алгебраїчний декодер здатний виправити усі помилки. У противному випадку, в залежності від розподілу та кількості помилок декодер здійснює відмову від декодування або формує кодове слово відмінне від переданого.

Висновки

1. Показано, що побудова послідовних каскадних кодових конструкцій для систем мобільного зв'язку може здійснюватися на базі різних компонентних кодів та відповідних декодерів. Це надає змогу регулювати характеристики даних кодових конструкцій в залежності від наявних вимог та параметрів каналу зв'язку.

2. Запропонована послідовна алгебраїчна каскадна схема кодування, що складається з недвійкового блокового коду Ріда–Соломона, нерекурсивного алгебраїчного згорткового

коду та блокового перемежувача. Відмінною особливістю даної схеми є застосування алгебраїчного згорткового коду з максимально досяжною корегувальною здатністю.

3. Розроблено метод декодування послідовних алгебраїчних каскадних згорткових кодів на базі декодеру на основі впорядкованих статистик та алгебраїчного декодеру на основі алгоритму Берлекемпа–Мессі. Даний метод дозволяє регулювати ефективність декодування на кожному етапі шляхом зміни параметрів окремих декодерів.

Список літератури:

1. G. Pocovi, T. Kolding and K. I. Pedersen. On the Cost of Achieving Downlink Ultra-Reliable Low-Latency Communications in 5G Networks // IEEE Access. 2022. Vol. 10. P. 29506–29513. doi: 10.1109/ACCESS.2022.3158361.

2. A. M. Aslam, R. Chaudhary, A. Bhardwaj, I. Budhiraja, N. Kumar and S. Zeadally. Metaverse for 6G and Beyond: The Next Revolution and Deployment Challenges // IEEE Internet of Things Magazine. March 2023. Vol. 6, no. 1. P. 32–39. doi: 10.1109/IOTM.001.2200248.

3. H. Zhang and W. Tong. Channel Coding for 6G Extreme Connectivity–Requirements, Capabilities, and Fundamental Tradeoffs // IEEE BITS the Information Theory Magazine. March 2023. Vol. 3, no. 1. P. 54–66. doi: 10.1109/MBITS.2023.3322978.

4. M. Geiselhart, F. Krieg, J. Clausius, D. Tandler and S. ten Brink. 6G: A Welcome Chance to Unify Channel Coding? // IEEE BITS the Information Theory Magazine. March 2023. Vol 3, no. 1. P. 67–80. doi: 10.1109/MBITS.2023.3322974.

5. M. Rowshan, M. Qiu, Y. Xie, X. Gu and J. Yuan. Channel Coding Toward 6G: Technical Overview and Outlook // IEEE Open Journal of the Communications Society. 2024. Vol. 5. P. 2585–2685. doi: 10.1109/OJCOMS.2024.3390000.

6. M. M. Azeem, R. Abozariba and A. T. Asyhari. Exploiting Short Block and Concatenated Codes for Reliable Communications Within the Coexistence of 5G-NR-U and WiFi // IEEE Transactions on Vehicular Technology. Feb. 2023. Vol. 72, no. 2. P. 1893–1908. doi: 10.1109/TVT.2022.3208933.

7. J. Wang and Z. Wang. Research on Parallel Turbo Encoding and Decoding Technology // 2024 IEEE 6th Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC), Chongqing, China, 2024. P. 1378–1381. doi: 10.1109/IMCEC59810.2024.10575400.

8. F. Namadchi, M. Shirvanimoghaddam and H. El Gamal. A Parallel Concatenated Coding Scheme and List-Based Decoding Algorithm for URLLC // 2024 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Dubai, United Arab Emirates, 2024. P. 1–6. doi: 10.1109/WCNC57260.2024.10570864.

9. K. Ackah Bohulu and C. Han. Interleaver Design for Turbo Codes Based on Complete Knowledge of Low-Weight Codewords of RSC Codes // 2023 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Glasgow, United Kingdom, 2023. P. 1–6. doi: 10.1109/WCNC55385.2023.10118656.

10. A. Y. Sukmadji and F. R. Kschischang. Performance-Complexity-Latency Trade-Offs of Concatenated RS-BCH Codes // IEEE Transactions on Communications. July 2024. Vol. 72, no. 7. P. 3829–3841. doi: 10.1109/TCOMM.2024.3369731.

11. X. Guo, W. Zhang, H. Wang, J. Zhao and Y. Liu. High-Performance Soft Decision Decoding for Compound Channel Using RS-SPC Concatenated Codes // IEEE Communications Letters. June 2023. Vol. 27, no. 6. P. 1481–1485. doi: 10.1109/LCOMM.2023.3266896.

12. X. Liu, W. Zhang, Y. Chang and Y. Liu. A Novel Concatenation Decoding of Reed-Solomon Codes With SPC Product Codes // IEEE Signal Processing Letters. 2023. Vol. 30. P. 808–812. doi: 10.1109/LSP.2023.3291653.

13. S. Panchenko et al. Analysis of Efficiency of the Bioinspired Method for Decoding Algebraic Convolutional Codes // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Mar. 2019. Vol. 2, no. 4 (98). P. 22–30, https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.160753.

14. M. Shirvanimoghaddam et al. Short Block-Length Codes for Ultra-Reliable Low Latency Communications // IEEE Communications Magazine. February 2019. Vol. 57, no. 2. P. 130–137. doi: 10.1109/MCOM.2018.1800181.

15. C. Yue, M. Shirvanimoghaddam, B. Vucetic and Y. Li. A Revisit to Ordered Statistics Decoding: Distance Distribution and Decoding Rules // IEEE Transactions on Information Theory. July 2021. Vol. 67, no. 7. P. 4288–4337. doi: 10.1109/TIT.2021.3078575.

Надійшла до редколегії 28.01.2025

Відомості про автора:

Штомпель Микола Анатолійович – д-р техн. наук, професор, Український державний університет залізничного транспорту, професор кафедри транспортного зв'язку; Україна; e-mail: shtompel.mykola@kart.edu.ua, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3132-8335