

Г.Л. КОМАРОВА, канд. техн. наук

ВПЛИВ ФЕРОМАГНІТНОГО РЕЗОНАНСУ НА ПЕРЕТВОРЕННЯ ЕНЕРГІЇ НВЧ СИСТЕМОЮ З ДВОХ ЦИЛІНДРІВ У МЕХАНІЧНУ

Вступ

Відомі наукові розробки, спрямовані на створення перетворювачів електромагнітної енергії НВЧ в механічну енергію, показують, що вони мають надзвичайно малу силу тяги $4 \cdot 10^{-6}$ мН/кВт [1], 0,6 мН/кВт [2, 3], 1,2 мН/кВт [4], 53 мН/кВт [5]. Основними елементами таких перетворювачів є генератор НВЧ, електромагнітна хвиля, металевий екран, діелектричний еліпсоїд, феритовий циліндр або сфера.

Цей недолік не дозволяє використовувати їх у промислових умовах. Тому розробка нових методів перетворення електромагнітної енергії НВЧ на механічну енергію є актуальною.

Метою роботи є удосконалення методу перетворення електромагнітної енергії НВЧ на механічну енергію.

1. Аналіз останніх досліджень та публікацій

Для вдосконалення методу перетворення електромагнітної енергії на механічну використано результати наступних досліджень.

У роботі [4] досліджено силову дію неоднорідної електромагнітної хвилі на діелектричний диск, поміщений у внутрішній частині замкнутого несиметричного металевго об'єму. Рівень силового впливу неоднорідної хвилі становить 1,2 мН/кВт. Не досліджено вплив геометричних розмірів диска на силовий вплив енергії НВЧ, вплив неоднорідної електромагнітної хвилі на систему діелектричних дисків.

У роботі [6] запропоновано метод перетворення енергії неоднорідної електромагнітної хвилі на механічну енергію. Метод перетворення полягає у виготовленні перетворювача з феромагнетику та впливі на нього постійним та неоднорідним електромагнітним полем. Величина напруженості постійного магнітного поля відповідає виникненню феромагнітного резонансу. Технічний результат – збільшення коефіцієнта перетворення електромагнітної енергії на механічну енергію.

У роботі [2] експериментально показано, що електромагнітна хвиля потужністю 10 Вт, що розповсюджується у прямокутному хвилеводі з поперечним перерізом $10 \cdot 23$ мм², діє на феритову сферу діаметром 3.55 мм, поміщену в постійне магнітне поле з силою, що дорівнює $(6 \pm 0,5) \cdot \text{мкН}$. Величина напруженості постійного магнітного поля відповідає виникненню феромагнітного резонансу. Не досліджено силову дію стоячої хвилі на систему феритових сфер.

У роботі [3] методом фізичного моделювання отримано алгоритм обчислення сили, з якою стояча електромагнітна хвиля діє на феритову сферу довільного діаметра, поміщену в постійне магнітне поле. Розмір напруженості постійного магнітного поля відповідає виникненню феромагнітного резонансу. Стояча електромагнітна хвиля, створена падаючою із щільністю потоку 622 кВт/м² і довжиною 3,2 см і відбитою від металевго екрану, діє на феритову сферу, резонансний радіус якої дорівнює 4,2634 мм, з силою, що дорівнює 0,12 Н. Не досліджено силову дію стоячої хвилі на систему феритових сфер.

У роботі [5] досліджено перетворення енергії стоячої електромагнітної хвилі на феритовому циліндрі, який поміщений у постійне магнітне поле. Стояча електромагнітна хвиля, створена падаючою із щільністю потоку 622 кВт/м² і довжиною 3,2 см і відбитою від металевго екрану. Центр феритового циліндра, довжина якого дорівнює 0,64 м, а резонансний радіус – 2,808 мм розташований від металевго екрану на відстані рівній $(\lambda_0/8 + n \cdot \lambda_0/2)$, де $n = 0, 1, 2, 3, \dots$). Стояча електромагнітна хвиля діє на феритовий циліндр із силою, що дорівнює 10,6 Н. Не досліджено силову дію стоячої хвилі на систему феритових циліндрів.

У роботі [7] досліджено поширення електромагнітних хвиль у 3D-решітках магнітних циліндричних нанодротів в умовах магнітного резонансу. Дослідження підтверджують вплив взаємної орієнтації постійного та високочастотних магнітних полів на коефіцієнт поширення. Силовий вплив електромагнітних хвиль на магнітні матеріали в області магнітного резонансу не досліджено.

У роботі [8, 9] розроблено аналітичну теорію електромагнітних явищ у резонансних складних просторових системах малих резонансних однорідних ізотропних магнітодіелектричних сфер. Досліджено вплив геометрії розташування центрів сфер на електромагнітну хвилю, що розсіюється в зовнішній простір. Встановлено, що при певних розмірах між центрами сфер є мінімуми в інтенсивності потужності енергії НВЧ, що розсіюється, системою сфер. Недолік: дослідження проведено у межах квазістаціонарного наближення (електромагнітне поле вздовж перерізу сфери передбачається постійним). Кількісний показник застосування результатів дослідження ($R/\lambda_\phi \ll 1$ де R – радіус циліндра, λ_ϕ – довжина хвилі у фериті).

З аналізу відомих робіт випливає, що для збільшення силового впливу неоднорідної електромагнітної хвилі на перетворювач (феритовий циліндр, який має резонансний радіус) його потрібно замінити на систему феритових циліндрів. Створити умови, по-перше, для резонансу між рухом магнітних моментів доменів фериту і рухом вектора напруженості неоднорідного магнітного поля електромагнітної хвилі і, по-друге, для виникнення просторового і групового резонансів.

Для досягнення поставленої мети необхідно: 1. Розв'язати задачу про дифракцію плоско-паралельної електромагнітної хвилі на системі з двох феритових циліндрів, величини радіусів яких відповідають просторовому резонансу ($R \leq 0,1 \cdot \lambda_0$ де λ_0 – довжина хвилі у вільному просторі). 2. Дослідити зміну напруженості магнітного поля НВЧ у середині перерізів феритових циліндрів від відстані між ними. 3. Дослідити силову дію електромагнітної енергії НВЧ на систему із двох феритових циліндрів при феромагнітному резонансі.

2. Постановка задачі про дифракцію плоско-паралельної електромагнітної хвилі на системі, що складається з двох нескінченно довгих феритових циліндрів

На даний час задачу про дифракцію плоскої електромагнітної хвилі на системі нескінченно довгих феритових циліндрів з резонансними розмірами їх радіусів не вирішено.

Фізичну модель падіння плоско паралельної електромагнітної хвилі на систему, що складається з двох нескінченно довгих феритових циліндрів, можна представити так. Є декартова система координат (x, y, z) . У цій системі розташована перша циліндрична система координат – r_1, α_1, z і друга – r_2, α_2, z . Координати центру першого циліндра – x_1, y_1 другого – x_2, y_2 . Плоска поляризована хвиля поширюється вздовж осі x . Вектор магнітної напруженості \mathbf{H} змінюється з часом уздовж осі z . Вектор електричної напруженості \mathbf{E} змінюється з часом уздовж осі y . Плоска поляризована хвиля падає на циліндри 1 і 2 та індукуює в них внутрішні поля. Індуковані поля створюють поля, що розсіюються, які взаємодіють з першим та другим циліндрами.

В основу вирішення поставленої задачі покладено інтегральне рівняння макроскопічної електродинаміки [10, 11] та вирази для складових електромагнітного поля в середині циліндра та розсіяних циліндром в навколишній простір, отримані в результаті розв'язання рівнянь Максвелла і які задовольняють граничним умовам [5, 12].

Інтегральне рівняння макроскопічної електродинаміки має такий вигляд [11]:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{a}{k_o^2} \cdot \int_{S_i} (\mathbf{H} \cdot \text{grad}) \cdot \text{grad } \varphi \cdot ds_i + a \cdot \int_{S_i} \mathbf{H} \cdot \varphi \cdot ds_i - b \cdot \int_{S_i} [\text{grad } \varphi, \mathbf{E}] \cdot ds_i \right), \quad (1)$$

$$b = \frac{i \cdot k_o}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - 1 \right), \quad a = \frac{k_o^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_1} - 1 \right), \quad \varphi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|) = \frac{\pi}{i \cdot 2} \cdot H_0^2 \left(k_o \cdot \sqrt{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)^2} \right),$$

де \mathbf{E} , \mathbf{H} – вектори електричної та магнітної напруженості електромагнітної хвилі в середині циліндрів; \mathbf{H}_0 – вектор магнітної напруженості електромагнітної хвилі, що падає на циліндри, $\varphi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_l|)$ – функція Гріна; $k_0 = 2/\lambda_0$, λ_0 – довжина хвилі у вільному просторі; H_0^2 – функція Ханкеля другого роду нульового порядку; \mathbf{r} – радіус вектор, проведений в точку спостереження; \mathbf{r}_l – радіус вектор, проведений в точку випромінювання (інтегрування); i – уявна одиниця, ε , μ – діелектрична та магнітна проникності середовища циліндрів, ε_1 , μ_1 – діелектрична та магнітна проникності зовнішнього середовища. Рівняння (1) записано у системі СГС фізичних величин.

Складові електромагнітного поля (у середині циліндра j ($j = 1, 2$), на яке падає плоско-паралельна електромагнітна хвиля $\mathbf{H}_m \cdot e^{i(\omega t \mp k_0 x)}$, одержані в результаті розв'язання рівнянь Максвелла, задовольняючи граничним умовам, можна подати в наступному вигляді [5, 12]:

$$H\mathcal{E}_{jz}^{\mp} = H_m \cdot h\mathcal{E}_{jz}^{\mp}, \quad h\mathcal{E}_{jz}^{\mp} = e^{i(\omega t \mp k_0 \cdot x_j)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \cdot J_n(k \cdot r_j) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left(\alpha_j - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (0 < r_j \leq R) \quad (2)$$

$$E\mathcal{E}_{jr}^{\mp} = H_m \cdot e\mathcal{E}_{jr}^{\mp}, \quad e\mathcal{E}_{jr}^{\mp} = \frac{\pm 1}{k_0 \cdot \varepsilon} \cdot e^{i(\omega t \mp k_0 \cdot x_j)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \cdot \frac{n}{r_j} \cdot J_n(k \cdot r_j) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left(\alpha_j - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (3)$$

$$E\mathcal{E}_{j\alpha}^{\mp} = H_m \cdot e\mathcal{E}_{j\alpha}^{\mp}, \quad E\mathcal{E}_{jr}^{\mp} = \frac{i \cdot k}{k_0 \cdot \varepsilon} \cdot e^{i(\omega t \mp k_0 \cdot x_j)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \left(\frac{n}{k \cdot r_j} \cdot J_n(k \cdot r_j) - J_{n+1}(k \cdot r_j) \right) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left(\alpha_j - \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (4)$$

де H_m – амплітуда напруженості магнітного поля падаючої плоско-паралельної електромагнітної хвилі на циліндри; $h\mathcal{E}_{jz}^{\mp}$, $e\mathcal{E}_{jr}^{\mp}$, $E\mathcal{E}_{j\alpha}^{\mp}$ – коефіцієнти посилення складових електромагнітного поля в середині внутрішнього простору першого циліндрів; \mp – верхні знаки відповідають плоскій електромагнітній хвилі, що розповсюджується вздовж осі x , нижні знаки відповідають електромагнітній хвилі, що поширюється у протилежному напрямку осі x ; r_j , α_j – координати точки спостереження складових електромагнітного поля в середині j -циліндра; $J_n(k \cdot r_j)$ – функція Бесселя.

Складові електромагнітного поля, розсіяного в навколишній простір циліндрами, можна представити в наступному вигляді:

$$Hr_{jz}^{\mp} = H_m \cdot hp_{jz}^{\mp}, \quad hp_{jz}^{\mp} = e^{i(\omega t \mp k_0 \cdot x_j)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cdot H_n^2(k_0 \cdot r_j) \cdot e^{i \cdot n \cdot \left(\alpha_j - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (R \geq r_j < \infty) \quad (5)$$

$$Er_{jr}^{\mp} = H_m \cdot ep_{jr}^{\mp}, \quad ep_{jr}^{\mp} = \frac{\pm 1}{k_0 \cdot \varepsilon_1} \cdot e^{i(\omega t \mp k_0 \cdot x_j)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cdot \frac{n}{r_j} \cdot H_n^2(k_0 \cdot r_j) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left(\alpha_j - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (6)$$

$$Er_{j\alpha}^{\mp} = H_m \cdot ep_{j\alpha}^{\mp}, \quad ep_{j\alpha}^{\mp} = \frac{i}{\varepsilon_1} \cdot e^{i(\omega t \mp k_0 \cdot x_j)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \left(\frac{n}{k_0 \cdot r_j} \cdot H_n^2(k_0 \cdot r_j) - H_{n+1}^2(k_0 \cdot r_j) \right) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left(\alpha_j - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (7)$$

де hp_{jz}^{\mp} , ep_{jr}^{\mp} , $ep_{j\alpha}^{\mp}$ – коефіцієнти посилення складових електромагнітного поля в середині зовнішнього простору, r_j , α_j – координати точки спостереження складових електромагнітного поля в середині зовнішнього простору, b_n , a_n – постійні коефіцієнти [5, 12].

Рівняння (1) – (7) записано у системі СГС фізичних величин.

2.1. Дослідження явища дифракції плоско-паралельної електромагнітної хвилі на відокремленому циліндрі шляхом вирішення інтегрального рівняння макроскопічної електродинаміки

Розглянемо випадок падіння плоско-паралельної електромагнітної хвилі $\mathbf{H}_m \cdot e^{i(\omega t - k_0 \cdot x)}$ на відокремлений циліндр (другий циліндр відсутній). Рівняння (1) для H_z складової вектора \mathbf{H}

усередині перерізу циліндра в циліндричній системі координат, після виконання математичних перетворення $(\mathbf{H} \cdot \text{grad}) \cdot \text{grad} \varphi$, $[\text{grad} \varphi, \mathbf{E}]$ має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 H_{1z}^- &= H_{1oz}^- + \int_0^{2\pi} \int_0^{r_i - \delta_i} \left[a \cdot H_{1z}^- \cdot \varphi_1 - b \cdot E_{1\alpha}^- \cdot \frac{d\varphi_1}{dr_1} + b \cdot E_{1r}^- \cdot \frac{d\varphi_1}{r_1 \cdot d\alpha_1} \right] \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 + \\
 &+ \int_0^{2\pi} \int_{r_i + \delta_i}^R \left[a \cdot H_{1z}^- \cdot \varphi_1 - b \cdot E_{1\alpha}^- \cdot \frac{d\varphi_1}{dr_1} + b \cdot E_{1r}^- \cdot \frac{d\varphi_1}{r_1 \cdot d\alpha_1} \right] \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \quad (8) \\
 H_{1oz}^- &= H_m^- \cdot e^{i(\omega t - k_o x_1)}
 \end{aligned}$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{i \cdot 2} \cdot H_0^2 \left(k_o \cdot \sqrt{(r \cdot \cos \alpha - r_1 \cdot \cos \alpha_1)^2 + (r \cdot \sin \alpha - r_1 \cdot \sin \alpha_1)^2} \right) \quad (r \leq R)$$

де H_{1oz}^- – магнітна напруженість плоско-паралельної електромагнітної хвилі, що падає на перший циліндр; r, α – координати точки спостереження; r_1, α_1 – координати точки інтегрування; $\delta_i = r_i/10^{20}$ – нескінченно мала величина, яка обмежує область інтеграції, де функція $\varphi(r - r_1)$ досягає нескінченності; $E_{1\alpha}^-$ та E_{1r}^- – складові вектора електричної напруженості електромагнітного поля в середині циліндрів.

Напруженість магнітного поля НВЧ, розсіяного першим циліндром в навколишній простір, може бути обчислена за допомогою виразу

$$H_{1z}^- = \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[a \cdot H_{1z}^- \cdot \varphi_1 - b \cdot E_{1\alpha}^- \cdot \frac{d\varphi_1}{dr_1} + b \cdot E_{1r}^- \cdot \frac{d\varphi_1}{r_1 \cdot d\alpha_1} \right] \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1, \quad (9)$$

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{i \cdot 2} \cdot H_0^2 \left(k_o \cdot \sqrt{(r \cdot \cos \alpha - r_1 \cdot \cos \alpha_1)^2 + (r \cdot \sin \alpha - r_1 \cdot \sin \alpha_1)^2} \right) \quad (r \geq R)$$

При падінні плоско-паралельної електромагнітної хвилі тільки на відокремлений циліндр електромагнітну хвилю в середині циліндра можна уявити рівнянням (2) або рівнянням (8), якщо в його праву частину підставити вирази (2) – (4).

Слід звернути увагу, що в рівняннях (8) і (9) праві та ліві їх частини містять загальний співмножник H_m^- , який можна скоротити. Отже, в рівняннях (8) і (9) можна вирази H_{1z}^- , H_{1oz}^- , H_{1r}^- , E_{1r}^- , $E_{1\alpha}^-$ замінити відповідно на вирази h_{1z}^- , $e^{i(\omega t - k_o x_1)}$, h_{1r}^- , e_{1r}^- , $e_{1\alpha}^-$.

На рис. 1 представлено залежність напруженості магнітного поля електромагнітної хвилі від координати r . H_{1z}^- – залежність з складової напруженості магнітного поля НВЧ усередині феритового циліндра від координати r ($0 < r \leq R$, $\alpha = \pi/2$; $r_i = r/R$), обчисленої за допомогою виразу (2); H_{1v}^- – залежність з складової напруженості магнітного поля НВЧ усередині феритового циліндра від координати r ($0 < r \leq R$, $\alpha = \pi/2$; $r_i = r/R$) обчислена за допомогою виразу (8); H_{1r}^- – залежність з складової напруженості магнітного поля НВЧ поза феритовим циліндром від координати r ($\lambda_o > r \geq R$, $\alpha = 0$; $r_i = r/\lambda_o$), обчисленої за допомогою виразу (5); $H_{1r_i}^-$ – залежність з складової напруженості магнітного поля НВЧ всередині феритового циліндра від координати r ($\lambda_o > r \geq R$, $\alpha = 0$; $r_i = r/\lambda_o$) обчислена за допомогою виразу (9).

Параметри розрахунку: P – потужність падаючої електромагнітної хвилі дорівнює 200 кВт, H_m^- – амплітудне значення падаючої електромагнітної хвилі, яка має ліву кругову поляризацію, дорівнює 28,7 А/м, $\lambda_o = 3,2$ см, $\varepsilon = (12,5 - i \cdot 0,0031)$, $\mu = (143,5 - i \cdot 1,4)$, Ферит марки ЗСЧ17, напруженість магнітного поля при насиченні – 12 Є, насичення намагніченості дорівнює 1600/4π Гс, ширина кривої феромагнітного резонансу – 570 Є [13]. Дійсна частина магнітної проникності обчислена за методикою, представленою у роботі [5]. Уявна частина обчислена методом розв'язання рівняння, руху вектора намагніченості в постійному магнітному полі та полі НВЧ [14]. Ці параметри використовуються для всіх обчислень у цій роботі.

Резонансний радіус R1 циліндра дорівнює 0,4183 мм.

Крива h_{v_i} , обчислена за допомогою рівняння (2), та крива $h1_{v_i}$, обчислена за допомогою інтегрального рівняння (8), збігаються з похибкою, що дорівнює 0,02 %. Збігаються і розсіяні феритовим циліндром магнітні поля h_{r_i} та $h1_{r_i}$ з похибкою, що дорівнює $2 \cdot 10^{-9}$ %.

Слід звернути увагу, що напруженість магнітного поля h_{r_i} розсіяна першим циліндром на відстані $\lambda_0/2 = 16$ мм у 110 разів менша за амплітудою, ніж амплітуда падаючої на циліндр електромагнітної хвилі. На зазначеній відстані розсіяна хвиля в об'ємі циліндра, який має радіус R рівний 0,4183 мм, практично не змінюється.

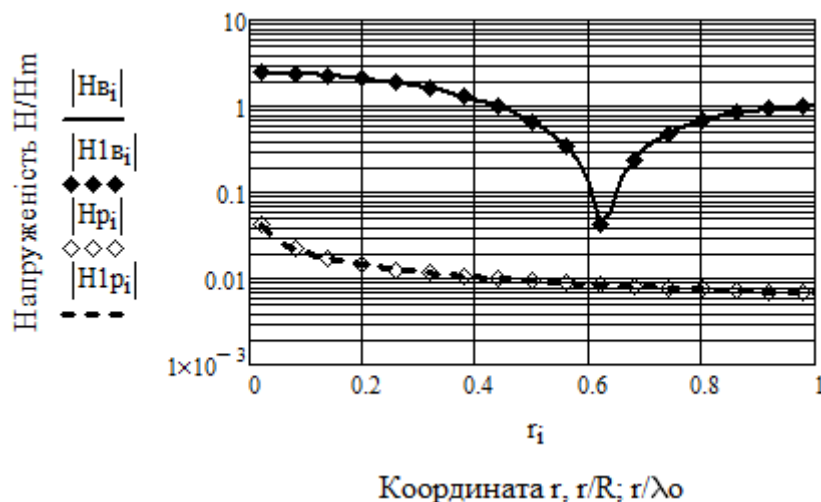


Рис. 1. Залежності напруженості магнітного поля НВЧ від координати r

Збіг кривих h_{v_i} , $h1_{v_i}$ і h_{r_i} та $h1_{r_i}$ свідчить, що вирази (2) – (7), отримані на основі рішення системи рівнянь Максвелла і які задовольняють граничним умовам на межі циліндра, можна використовувати при вирішенні інтегрального рівняння (1).

2.2. Дослідження явища дифракції плоско-паралельної електромагнітної хвилі на системі, що складається з двох феритових циліндрів шляхом вирішення інтегрального рівняння макроскопічної електродинаміки

Після виконання математичних перетворень $(\mathbf{H} \cdot \text{grad}) \cdot \text{grad} \varphi$, $[\text{grad} \varphi, \mathbf{E}]$ та заміни виразів $H_{z2}^{\mp}, H_{1oz}^{\mp}, H_{r1z}^{\mp}, E_{z1r}^{\mp}, E_{z1\alpha}^{\mp}$ на відповідні вирази $h_{z2}^{\mp}, e^{i(\omega t \mp i k_0 \cdot x_1)}, h_{r1z}^{\mp}, e_{z1r}^{\mp}, e_{z1\alpha}^{\mp}$ інтегральне рівняння (1) для обчислення магнітного поля НВЧ у центрі першого циліндра ($r_{01} = 0$) буде мати наступний вигляд:

$$h_{z2}^{\mp} = e^{i \cdot (\omega t \mp i k_0 \cdot x_1)} + \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[a \cdot h_{z2}^{\mp} \cdot \varphi_{11} - b \cdot e_{z1\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{dr_1} + b \cdot e_{z1r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{r_1 \cdot d\alpha_1} \right] \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 + \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[a \cdot h_{z2z}^{\mp} \cdot \varphi_{12} - b \cdot e_{z2\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{12}}{dr_2} + b \cdot e_{z2r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{12}}{r_2 \cdot d\alpha_2} \right] \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2, \quad (10)$$

$$\varphi_{11} = \frac{\pi}{i \cdot 2} \cdot H_0^2 \left(k_0 \cdot \sqrt{[(x_1 - x_1) + r_{01} \cdot \cos \alpha_{01} - r_1 \cdot \cos \alpha_1]^2 + [(y_1 - y_1) + (r_{01} \cdot \sin \alpha_{01} - r_1 \cdot \sin \alpha_1)]^2} \right)$$

$$\varphi_{12} = \frac{\pi}{i \cdot 2} \cdot H_0^2 \left(k_0 \cdot \sqrt{[(x_1 - x_2) + r_{01} \cdot \cos \alpha_{01} - r_2 \cdot \cos \alpha_2]^2 + [(y_1 - y_2) + (r_{01} \cdot \sin \alpha_{01} - r_2 \cdot \sin \alpha_2)]^2} \right),$$

де $h_{z2}^{\mp}, e_{z1r}^{\mp}, e_{z1\alpha}^{\mp}, h_{z2z}^{\mp}, e_{z2r}^{\mp}, e_{z2\alpha}^{\mp}$ – коефіцієнти посилення складових електромагнітної хвилі всередині першого і другого циліндрів; x_1, y_1, x_2, y_2 – координати розміщення центру першого і другого циліндрів; r_{01}, α_{01} – координати точки спостереження в площі перерізу

першого циліндра; r_1, α_1 – координати точки інтегрування у першому циліндрі; r_2, α_2 – координати точки інтегрування у другому циліндрі.

Інтегральне рівняння (1) для обчислення магнітного поля НВЧ у центрі другого циліндра ($r_{02} = 0$) мають такий вигляд:

$$h\epsilon_{2z2}^{\mp} = e^{i(\omega \mp k_o x_2)} + \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[a \cdot h\epsilon_{2z2}^{\mp} \cdot \varphi_{22} - b \cdot e\epsilon_{2\alpha 2}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{22}}{dr_2} + b \cdot e\epsilon_{2r2}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{22}}{r_2 \cdot d\alpha_2} \right] \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2, +$$

$$+ \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[a \cdot h\epsilon_{1z2}^{\mp} \cdot \varphi_{21} - b \cdot e\epsilon_{1\alpha 2}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{21}}{dr_1} + b \cdot e\epsilon_{1r2}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{21}}{r_1 \cdot d\alpha_1} \right] \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1, \quad (11)$$

$$\varphi_{22} = \frac{\pi}{i \cdot 2} \cdot H_0^2 \left(k_o \cdot \sqrt{[(x_2 - x_2) + r_{02} \cdot \cos \alpha_{02} - r_2 \cdot \cos \alpha_2]^2 + [(y_2 - y_2) + (r_{02} \cdot \sin \alpha_{02} - r_2 \cdot \sin \alpha_2)]^2} \right),$$

$$\varphi_{21} = \frac{\pi}{i \cdot 2} \cdot H_0^2 \left(k_o \cdot \sqrt{[(x_2 - x_1) + r_{02} \cdot \cos \alpha_{02} - r_1 \cdot \cos \alpha_1]^2 + [(y_2 - y_1) + (r_{02} \cdot \sin \alpha_{02} - r_1 \cdot \sin \alpha_1)]^2} \right),$$

де r_{02}, α_{02} – координати точки спостереження у площі перерізу другого циліндра.

Сума перших двох доданків у правій частині рівнянь (10) представляє електромагнітне поле всередині відокремленого першого циліндра $h\epsilon_{1z}^{\mp}(r_1, \alpha_1)$, представлено виразом (2). Третій доданок представляє розсіяну електромагнітну хвилю другим відокремленим циліндром у середині першого циліндра $hp_{2z}^{\mp}(r_{21}, \alpha_{21})$ представлено виразом

$$hp_{2z}^{\mp} = e^{i(\omega \mp k_o x_2)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cdot H_n^2(k_o \cdot r_{21}) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left(\alpha_{21} - \frac{\pi}{2} \right)}, \quad (12)$$

$$r_{21} = \sqrt{[(x_1 + r_1 \cdot \cos \alpha_1) - x_2]^2 + [(y_1 + r_1 \cdot \sin \alpha_1) - y_2]^2}, \quad \alpha_{21} = -\arccos \left(\frac{(x_1 + r_1 \cdot \cos \alpha_1) - x_2}{r_2} \right).$$

Представимо рівняння (10) у такому вигляді:

$$h\epsilon_{1z2}^{\mp} = e^{i(\omega \mp k_o x_1)} + hp_{2z}^{\mp} + \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[a \cdot h\epsilon_{1z2}^{\mp} \cdot \varphi_{11} - b \cdot e\epsilon_{1\alpha 2}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{dr_1} + b \cdot e\epsilon_{1r2}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{r_1 \cdot d\alpha_1} \right] \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1. \quad (13)$$

Якщо в рівнянні (13) припустити, що $hp_{2z}^{\mp} = 0$ то рішення його буде $h\epsilon_{1z}^{\mp}$ (дивись рівняння (8)). Якщо в рівнянні (13) припустити, що $e^{i(\omega \mp k_o x_1)} = 0$, то рішення його представимо в наступному вигляді $h_{21\epsilon z}^{\mp}$. Де $h_{21\epsilon z}^{\mp}$ – складова електромагнітного поля в середині першого циліндра, коли на нього падає електромагнітна хвиля hp_{2z}^{\mp} розсіяна другим циліндром. Вираз $h_{21\epsilon z}^{\mp}$ потрібно обчислити.

Відповідно до принципу суперпозиції рішення інтегрального рівняння (10) можна подати у вигляді

$$H\epsilon_{1z2}^{\mp} = H_m \cdot h\epsilon_{1z2}^{\mp} = H1^{\mp} \cdot h\epsilon_{1z}^{\mp} + H2^{\mp} \cdot h_{21\epsilon z}^{\mp}, \quad (14)$$

де $H1^{\mp}$ та $H2^{\mp}$ – невідомі постійні коефіцієнти, що підлягають знаходженню.

2.3. Обчислення з складової електромагнітного поля в середині першого циліндра, коли на нього падає електромагнітна хвиля, розсіяна другим циліндром

Знайдемо невідомий вираз $h_{21\epsilon z}^{\mp}$. За умови $R \ll d$ (d – відстань між центрами циліндрами) розсіяну другим циліндром електромагнітну хвилю $hp_{2z}^{\mp}(r_1 \leq R)$ (12) можна представити

(в циліндричній системі координат першого циліндра) плоско паралельною електромагнітною хвилею, яка поширюється під кутом α_{21} до напрямку осі x [5, 12, 15]:

$$hn_{21z}^{\mp} = hp_{21z}^{\mp}(r_1 = 0) \cdot e^{\pm i \cdot k_o \cdot r_1 \cdot (\alpha_{21} - \alpha_1)}. \quad (15)$$

Середні величини $|hn_{21z}^{\mp}|$ і $|hp_{21z}^{\mp}|$ по площі поперечного перерізу першого циліндра відрізняються на 1,3, 0,48, 0,15, 0,02 % при відстанях d , рівних $2 \cdot R$, $\lambda_o/2$, λ_o , $3 \cdot \lambda_o$ відповідно. Параметри обчислення: радіус феритових циліндрів R_{11} дорівнює 3,863 мм ($x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $x_2 = d$, $y_2 = d$).

Плоско-паралельна хвиля (15) падає на перший циліндр і індукує в ньому внутрішнє електромагнітне поле [5, 12, 15]:

$$h_{216z}^{\mp} = hp_{21z}^{\mp}(r_1 = 0) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \cdot J_n(k \cdot r_1) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left[(\alpha_1 - \alpha_{21}) - \frac{\pi}{2} \right]}, \quad (16)$$

$$e_{216r}^{\mp} = \pm \frac{hp_{21z}^{\mp}(r_1 = 0)}{k_o \cdot \varepsilon} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \cdot \frac{n}{r_1} \cdot J_n(k \cdot r_1) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left[(\alpha_1 - \alpha_{21}) - \frac{\pi}{2} \right]}, \quad (17)$$

$$e_{216\alpha}^{\mp} = \frac{i \cdot k}{k_o \cdot \varepsilon} hp_{21z}^{\mp}(r_1 = 0) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \left(\frac{n}{k \cdot r_1} \cdot J_n(k \cdot r_1) - J_{n+1}(k \cdot r_1) \right) \cdot e^{i \cdot n \cdot \left[(\alpha_1 - \alpha_{21}) - \frac{\pi}{2} \right]}, \quad (18)$$

Рівняння (16) – (18) задовольняють граничним умовам та рівнянням Максвелла.

Складові електромагнітного поля, розсіяного першим циліндром у точках поперечного перерізу другого циліндра, мають такий вигляд:

$$h_{126z}^{\mp} = hp_{12z}^{\mp} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \cdot J_n(k \cdot r_2) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left[(\alpha_2 - \alpha_{12}) - \frac{\pi}{2} \right]}, \quad (19)$$

$$e_{126r}^{\mp} = \pm \frac{hp_{12z}^{\mp}}{k_o \cdot \varepsilon} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \cdot \frac{n}{r_2} \cdot J_n(k \cdot r_2) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left[(\alpha_2 - \alpha_{12}) - \frac{\pi}{2} \right]}, \quad (20)$$

$$e_{126\alpha}^{\mp} = \frac{i \cdot k}{k_o \cdot \varepsilon} \cdot hp_{12z}^{\mp} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \left(\frac{n}{k \cdot r_2} \cdot J_n(k \cdot r_2) - J_{n+1}(k \cdot r_2) \right) \cdot e^{\pm i \cdot n \cdot \left[(\alpha_2 - \alpha_{12}) - \frac{\pi}{2} \right]}, \quad (21)$$

$$hp_{12z}^{\mp} = e^{i(\omega \cdot t \mp k_o \cdot x_1)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \cdot H_n^2(k_o \cdot r_{12}) \cdot e^{i \cdot n \cdot \left(\alpha_{12} - \frac{\pi}{2} \right)}$$

$$r_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad \alpha_{12} = \arccos\left(\frac{x_2 - x_1}{r_{12}}\right)$$

де hp_{12z}^{\mp} – коефіцієнт посилення з складової розсіяної електромагнітної хвилі першим відокремленим циліндром в середині другого циліндра.

З рівнянь (10), (13), (14) слідує, що поле всередині першого циліндра можна представити у вигляді суми поля всередині відокремленого першого циліндра, на який падає плоско-паралельна електромагнітна хвиля $H_m \cdot e^{i(\omega \cdot t - k \cdot x)}$, та поля всередині першого циліндра, на який падає розсіяна другим циліндром хвиля, представлена виразами (16), (18).

Аналогічно обчисленню виразу (14) з інтегрального рівняння (1) і виразів (2) – (7) отримуємо інші складові електромагнітного поля всередині першого та другого циліндрів:

$$H\theta_{1z2}^{\mp} = H1^{\mp} \cdot h\theta_{1z}^{\mp} + H2^{\mp} \cdot h_{216z}^{\mp}, \quad (22)$$

$$E\epsilon_{1r2}^{\bar{}} = H1^{\bar{}} \cdot e\epsilon_{1r}^{\bar{}} + H2^{\bar{}} \cdot e_{21\epsilon r}^{\bar{}}, \quad (23)$$

$$E\epsilon_{1\alpha 2}^{\bar{}} = H1^{\bar{}} \cdot e\epsilon_{1\alpha}^{\bar{}} + H2^{\bar{}} \cdot e_{21\epsilon\alpha}^{\bar{}}, \quad (24)$$

$$H\epsilon_{2z2}^{\bar{}} = H1^{\bar{}} \cdot h_{12\epsilon z}^{\bar{}} + H2^{\bar{}} \cdot h\epsilon_{2z}^{\bar{}}, \quad (25)$$

$$E\epsilon_{2r2}^{\bar{}} = H1^{\bar{}} \cdot e\epsilon_{12\epsilon r}^{\bar{}} + H2^{\bar{}} \cdot e\epsilon_{2r}^{\bar{}}, \quad (26)$$

$$E\epsilon_{2\alpha 2}^{\bar{}} = H1^{\bar{}} \cdot e\epsilon_{12\epsilon\alpha}^{\bar{}} + H2^{\bar{}} \cdot e\epsilon_{2r\alpha}^{\bar{}}. \quad (27)$$

У системі рівнянь (22) – (27) дві невідомі величини $H1^{\bar{}}$ та $H2^{\bar{}}$. Для знаходження невідомих величин підставимо праві частини виразів (22) – (24) в інтегральне рівняння (10), а праві частини виразів (25) – (27) в інтегральне рівняння (11). Отримаємо таку систему інтегральних рівнянь:

$$b_1^{\bar{}} = H1^{\bar{}} \cdot a_{11}^{\bar{}} + H2^{\bar{}} \cdot a_{12}^{\bar{}}, \quad (28)$$

$$b_{22}^{\bar{}} = H1^{\bar{}} \cdot a_{21}^{\bar{}} + H2^{\bar{}} \cdot a_{22}^{\bar{}}, \quad (29)$$

$$b_1^{\bar{}} = -H_m \cdot e^{\bar{}} \cdot i \cdot k_o \cdot x_1, \quad b_2^{\bar{}} = -H_m \cdot e^{\bar{}} \cdot i \cdot k_o \cdot x_2, \quad (30)$$

$$a_{11}^{\bar{}} = j_{1,1}^{\bar{}} + j_{1,3}^{\bar{}} + j_{1,5}^{\bar{}} + j_{1,7}^{\bar{}} + j_{1,9}^{\bar{}} + j_{1,11}^{\bar{}} - h\epsilon_{1z}^{\bar{}}, \quad (31)$$

$$a_{12}^{\bar{}} = j_{1,2}^{\bar{}} + j_{1,4}^{\bar{}} + j_{1,6}^{\bar{}} + j_{1,8}^{\bar{}} + j_{1,10}^{\bar{}} + j_{1,12}^{\bar{}} - h\epsilon_{21\epsilon z}^{\bar{}}, \quad (32)$$

$$a_{21}^{\bar{}} = j_{2,1}^{\bar{}} + j_{2,3}^{\bar{}} + j_{2,5}^{\bar{}} + j_{2,7}^{\bar{}} + j_{2,9}^{\bar{}} + j_{2,11}^{\bar{}} - h\epsilon_{12\epsilon z}^{\bar{}}, \quad (33)$$

$$a_{22}^{\bar{}} = j_{2,2}^{\bar{}} + j_{2,4}^{\bar{}} + j_{2,6}^{\bar{}} + j_{2,8}^{\bar{}} + j_{2,10}^{\bar{}} + j_{2,12}^{\bar{}} - h\epsilon_{2z}^{\bar{}}, \quad (34)$$

Вирази для невідомих інтегралів $j_{1,1}^{\bar{}}, j_{1,2}^{\bar{}}, j_{1,3}^{\bar{}} \dots j_{2,12}^{\bar{}}$ наведено у таблиці.

Розв'язання системи рівнянь:

$$H1^{\bar{}} = \frac{\Delta 1^{\bar{}}}{\Delta^{\bar{}}}, \dots, H2^{\bar{}} = \frac{\Delta 2^{\bar{}}}{\Delta^{\bar{}}}, \dots \dots \dots (35)$$

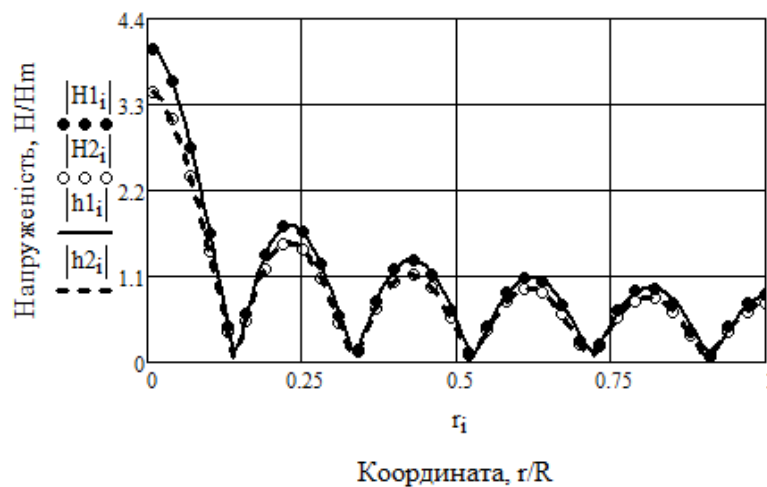
де

$$\Delta^{\bar{}} = \begin{vmatrix} a_{11}^{\bar{}} & a_{12}^{\bar{}} \\ a_{21}^{\bar{}} & a_{22}^{\bar{}} \end{vmatrix}, \quad \Delta 1^{\bar{}} = \begin{vmatrix} b_1^{\bar{}} & a_{12}^{\bar{}} \\ b_2^{\bar{}} & a_{22}^{\bar{}} \end{vmatrix}, \quad \Delta 2^{\bar{}} = \begin{vmatrix} a_{11}^{\bar{}} & b_1^{\bar{}} \\ a_{21}^{\bar{}} & b_2^{\bar{}} \end{vmatrix}$$

Підставивши знайдені величини $H1^{\bar{}}$ і $H2^{\bar{}}$ у рівняння (22) – (27), отримаємо систему рівнянь для обчислення електричних і магнітних складових електромагнітного поля всередині першого і другого циліндрів.

На рис. 2 наведено залежності напруженості магнітного поля НВЧ від циліндричної координати r в середині першого та другого циліндрів, де $H1_i$ – крива залежності магнітного поля НВЧ у середині першого циліндра, обчислена за допомогою рівняння (22); $h1_i$ – крива залежності магнітного поля НВЧ у середині першого циліндра, обчислена з допомогою інтегрального рівняння (10); $H2_i$ – крива залежності магнітного поля НВЧ у середині другого циліндра, обчислена з допомогою рівняння (25); $h2_i$ – крива залежності магнітного поля НВЧ у середині другого циліндра, обчислена з допомогою інтегрального рівняння (11). Криві, представлені на рис. 2, побудовані на підставі чисельного аналізу рівнянь (22), (25) та (10), (11).

$$\begin{aligned}
 j_{1,1}^{\mp} &= a \int_0^{2\pi R} \int_0^R h e_{1z}^{\mp} \cdot \varphi_{11} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{1,2}^{\mp} &= a \int_0^{2\pi R} \int_0^R h e_{216z}^{\mp} \cdot \varphi_{11} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{1,3}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{1\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{dr_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{1,4}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e_{216\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{dr_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{1,5}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{1r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{r_1 \cdot d\alpha_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{1,6}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e_{216r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{11}}{r_1 \cdot d\alpha_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{1,7}^{\mp} &= a \int_0^{2\pi R} \int_0^R h e_{126z}^{\mp} \cdot \varphi_{12} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{1,8}^{\mp} &= a \int_0^{2\pi R} \int_0^R h e_{2z}^{\mp} \cdot \varphi_{12} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{1,9}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{126\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{12}}{dr_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{1,10}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{2\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{12}}{dr_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{1,11}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e_{126r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{12}}{r_2 \cdot d\alpha_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{1,12}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{2r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{12}}{r_2 \cdot d\alpha_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{2,1}^{\mp} &= \int_0^{2\pi R} \int_0^R h_{126z}^{\mp} \cdot \varphi_{22} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{2,2}^{\mp} &= a \int_0^{2\pi R} \int_0^R h e_{2z}^{\mp} \cdot \varphi_{22} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{2,3}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{126\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{22}}{dr_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{2,4}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{2\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{22}}{dr_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{2,5}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e_{126r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{22}}{r_2 \cdot d\alpha_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{2,6}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{2r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{22}}{r_2 \cdot dr_2} \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2 \\
 j_{2,7}^{\mp} &= a \int_0^{2\pi R} \int_0^R h e_{1z}^{\mp} \cdot \varphi_{21} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{2,8}^{\mp} &= a \int_0^{2\pi R} \int_0^R h e_{216z}^{\mp} \cdot \varphi_{21} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{2,9}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{1\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{21}}{dr_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{2,10}^{\mp} &= -b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e_{216\alpha}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{21}}{dr_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{2,11}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{1r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{21}}{r_1 \cdot d\alpha_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \\
 j_{2,12}^{\mp} &= b \int_0^{2\pi R} \int_0^R e e_{216r}^{\mp} \cdot \frac{d\varphi_{21}}{r_1 \cdot dr_1} \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1
 \end{aligned}$$

Рис. 2. Залежність напруженості магнітного поля НВЧ від координати r

Параметри розрахунку: резонансний радіус R_5 дорівнює 1,7997 мм, $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$.

Хід кривих, наведених на рис. 2, показує, що криві, які характеризують магнітне поле НВЧ у площі перерізу першого циліндра H_{1i} та h_{1i} , збігаються. Збігаються також і криві H_{2i} та h_{2i} . Це свідчить, що розроблений метод обчислення електромагнітного поля НВЧ для системи, що складається з плоско-паралельної електромагнітної хвилі та двох феритових циліндрів, задовольняє: рівнянням Максвелла, граничним умовам для першого та другого циліндрів та інтегральним рівнянням макроскопічної електродинаміки.

На рис. 3 представлено залежності відношення модуля з складової напруженості магнітного поля НВЧ у центрі циліндрів до напруженості падаючої плоскої хвилі H_m від відстані d_i між циліндрами, де H_{1i} і H_{2i} криві відносяться до першого і другого циліндрів, розташованих уздовж осі y , на яких падає хвиля $H_m \cdot e^{i(\omega t - k_0 x)}$. Криві h_{1i} і h_{2i} відносяться до першого і другого циліндрів, що знаходяться в полі стоячої хвилі $H_m \cdot e^{i(\omega t - k_0 x)} + H_m \cdot e^{i(\omega t + k_0 x)}$. Координати розташування центрів циліндрів такі: $x_1 = \lambda_0/8$, $y_1 = -d_i/2$, $x_2 = \lambda_0/8$, $y_2 = d_i/2$. Прямі лінії відносяться до відокремленого циліндра. Резонансний радіус R_{11} всіх циліндрів, що розглядаються, дорівнює 3,8631 мм. Криві, що представлені на рис. 2, побудовані виходячи з чисельного аналізу рівнянь (2), (22), (25), (35).

Хід кривих показує, що у системі, що складається з двох циліндрів, виникає груповий резонанс. Зі збільшенням відстані між циліндрами явище групового резонансу слабшає, і напруженість магнітного поля НВЧ усередині циліндрів прагне напруженості магнітного поля в центрі відокремленого циліндра H_i .

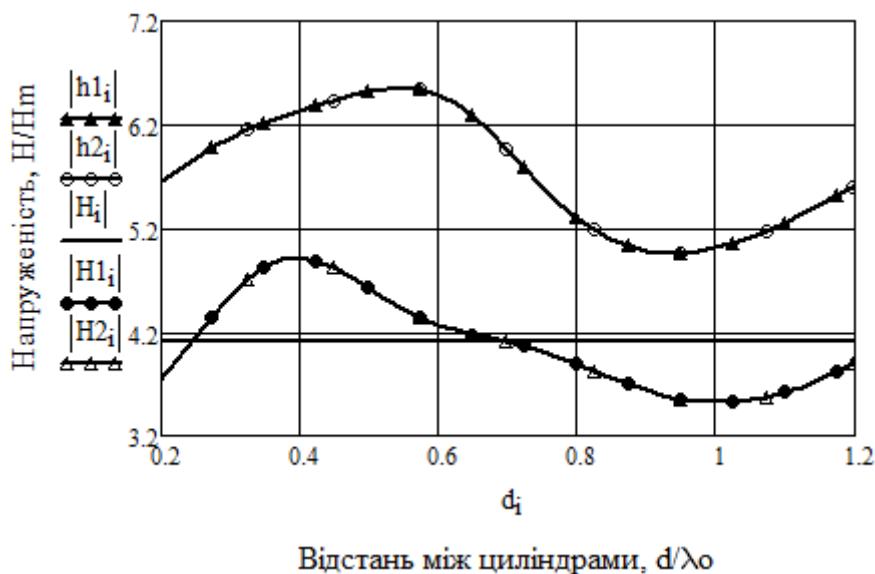


Рис. 3. Залежність напруженості магнітного поля від відстані між циліндрами

3. Дослідження силової дії електромагнітної енергії НВЧ на систему з двох феритових циліндрів

Потенційну енергію, яку одержують два феритові циліндри, розташовані в електромагнітному полі стоячої хвилі на відстані $\lambda_0/2$ один від одного, можна обчислити за допомогою виразу [4]:

$$\begin{aligned}
 U = & -\mu_0 \cdot h \cdot \int_0^{2\pi R} \int_0^{2\pi R} [(\mu - 1) \cdot (H\theta_{1z2}^- + H\theta_{1z2}^+)] \cdot [\mu \cdot (H\theta_{1z2}^- + H\theta_{1z2}^+)] \cdot r_1 dr_1 d\alpha_1 \cdot \dots \\
 & - \mu_0 \cdot h \cdot \int_0^{2\pi R} \int_0^{2\pi R} [(\mu - 1) \cdot (H\theta_{2z2}^- + H\theta_{2z2}^+)] \cdot [\mu \cdot (H\theta_{2z2}^- + H\theta_{2z2}^+)] \cdot r_2 dr_2 d\alpha_2, \quad (36)
 \end{aligned}$$

де μ_0 – магнітна постійна; h – довжина феритових циліндрів, $h = 0,64$ м; R – радіус феритового циліндра; H_{1z2}^- та H_{2z2}^- – напруженість магнітного поля НВЧ усередині першого та другого циліндрів, коли плоска електромагнітна хвиля поширюється вздовж осі x ; H_{1z2}^+ та H_{2z2}^+ – напруженість магнітного поля НВЧ усередині першого та другого циліндрів, коли електромагнітна хвиля поширюється у протилежному напрямку осі x . Вираз (36) представлено в СІ.

Сила, з якою стояча електромагнітна хвиля діє на систему феритових циліндрів, може бути обчислена за допомогою рівняння [4]

$$F = \text{grad}U . \quad (37)$$

На рис. 4 представлено залежність сили від величини резонансного радіусу, де F_i – сила, що діє на відокремлений феритовий циліндр; $F1x_i$ – сила, що діє на перший феритовий циліндр (координати розташування центрів циліндрів такі: $x_1=0, y_1=0, x_2= \lambda_0/2, y_2=0$); $F2x_i$ – сила, діюча на другий феритовий циліндр ($x_2= \lambda_0/2, y_2=0, x_1=0, y_1=0$); Fy_i – сила, що діє на перший і другий феритовий циліндри, центри яких розташовані вздовж осі y ($x_1=0, y_1= - \lambda_0/2, x_2= 0, y_2= \lambda_0/2$). Довжина феритових циліндрів дорівнює 0,64 м. Криві, що представлено на рис. 5, побудовані на підставі чисельного аналізу рівнянь (37) та (38).

Хід кривих, наведених на рис. 4, показує, що сили, що діють на феритові циліндри, поміщені в стоячу електромагнітну хвилю, збільшуються зі збільшенням розміру резонансного радіуса. Зі збільшенням резонансного радіусу збільшується залежність величини сили від фаз вторинних НВЧ хвиль індукованих першим і другим циліндрами.

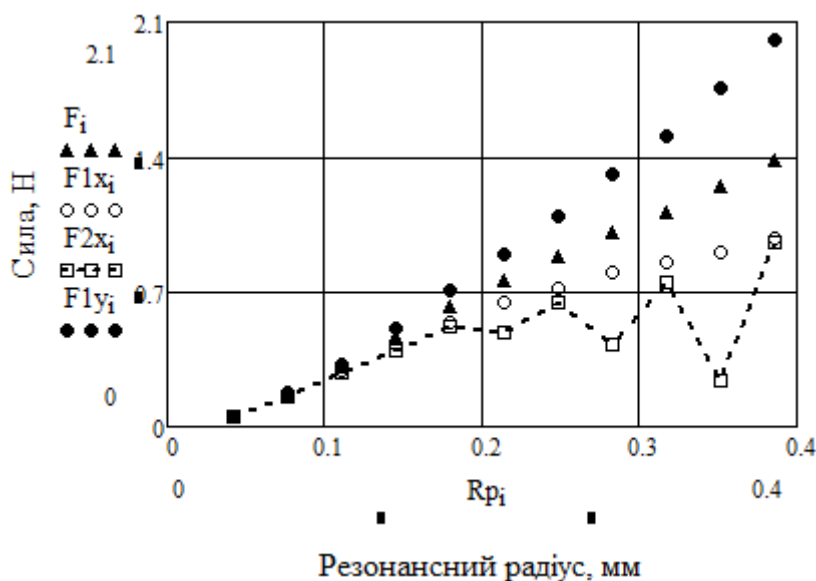


Рис. 4. Залежність сили від величини резонансного радіусу

Рівень сили, що діє на циліндри, центри яких розташовані вздовж осі y , більші, ніж сили, що діють на циліндри, центри яких розташовані вздовж осі x . Наприклад, для феритових циліндрів, резонансний радіус яких $R_{11} = 3,863$ мм, діють наступні сили: $F_i = 1,4$ Н, $F1x_i = 1$ Н, $F2x_i = 0,9$ Н, $F1y_i = 2$ Н, $F2y_i = 2$ Н.

Приведення величини сили показує, що сумарна сила, що діє на систему, що складається з двох феритових циліндрів, центри яких розташовані вздовж осі y і розташовані на відстані $\lambda_0/2$, дорівнює 4 Н. Величина цієї сили в 2,8 рази більше в порівнянні з силою, що діє на два відокремлені циліндри.

Результати дослідження явища дифракції на системі, що складається з двох циліндрів, показують, що сила, з якою неоднорідність стоячої електромагнітної хвилі діє на систему

феритових циліндрів, залежить від просторового резонансу, обумовленого взаємним розташуванням їх у просторі.

4. Обговорення результатів досліджень

Замінивши в рівняннях (37), (38) $\mu-1$ і μ на $\text{Re}(\mu-1)$ та $\text{Re}(\mu)$, отримаємо чисельну величину для сумарної сили, що діє на перший і другий феритові циліндри $R_{11} = 4,28$ Н. Наближене значення сили більше на 0,7 % від сили, обчисленої за допомогою (36), (37). З рівняння (36) випливає, що $(H_c)^2$ пропорційна квадрату напруженості магнітного поля падаючої електромагнітної хвилі $(\eta \cdot H_m)^2$.

З урахуванням сказаного приблизно (з похибкою 3,6 %) сила може бути обчислена за допомогою рівнянь:

$$F = -\mu_o \cdot \text{Re}(\mu-1) \cdot \text{Re}(\mu) \cdot \frac{d}{dz} (\eta \cdot H_m \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x / \lambda_o))^2 \cdot V, \quad (38)$$

$$H_c = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R |H_{1z}^- + H_{1z}^+|^2 \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha} \cdot \eta_1 = \frac{H_c}{H_m},$$

де H_m – модуль вектора напруженості змінного магнітного поля падає на феритовий стрижень і обертається навколо осі z ; V – об'єм феритового циліндра; η – коефіцієнт пропорційності.

У роботі використовуються параметри: потужність генератора НВЧ $P_2=200$ кВт; площа поперечного перерізу променю, в якому поширюється падаюча електромагнітна хвиля, $S_2=0,32$ м²; амплітудне значення падаючої електромагнітної хвилі, яка має ліву кругову поляризацію $H_m = 28,7$ А/м; довжина феритового циліндра дорівнює 0,64 м; радіус феритового циліндра $R_{11} = 3,863$ мм; об'єм феритового циліндра $V=3,2 \cdot 10^{-7}$ м³; $\mu = 143,5$; $F_1 = 1,4$ Н, $F1y_i = 2$ Н, $\eta_i = 0,95$, $\eta1y_i = 0,111$; координата розміщення центру першого циліндра $x_1 = \lambda_o/8$, іншого циліндра – $x_2 = \lambda_o/8 + \lambda_o/2$.

Відповідно до виразу (38) сила, що діє на відокремлений феритовий циліндр, дорівнює 1,4 Н для двох циліндрів – 4 Н.

У роботі [2] використовуються такі параметри: потужність генератора НВЧ $P_1 = 10$ Вт; площа перетин хвилеводу $S1 = 2,3 \cdot 1$ см²; амплітудне значення електромагнітної хвилі $H_m = 35,26$ А/м; $V_1=2,34 \cdot 10^{-8}$ м³ (радіус кулі R дорівнює 1,775 мм); $\mu = 143,5$, $F = (6 \pm 0,5) \cdot 10^{-6}$ Н; $\eta = 0,25$ [3], координата розміщення центру феритової кулі $x = a/4$. Відповідно до (39) силу, що діє на феритову сферу, поміщену у прямокутному хвилеводі, можна представити приблизно (з похибкою 3,6 %) таким виразом:

$$F = -\mu_o \cdot (\mu-1) \cdot \mu \cdot \frac{d}{dz} (\eta \cdot H_m \cdot \cos(\pi \cdot x / a))^2 \cdot V1 = 6,4 \cdot 10^{-6} \cdot H. \quad (39)$$

Збіг результату обчислення сили за спрощеним виразом з величиною сили, вимірної експериментально в межах похибки вимірювання, підтверджує справедливість розробленого алгоритму для дослідження силової дії неоднорідної електромагнітної хвилі на систему, що складається з двох феритових циліндрів та перебувають у стані феромагнітного резонансу.

Висновки

Вирішено завдання про дифракцію плоскополяризованої електромагнітної хвилі на системі, що складається з двох феритових циліндрів, величина радіусів яких відповідає просторовому резонансу. Розроблений метод обчислення електромагнітного поля НВЧ для системи, що складається з плоско-паралельної електромагнітної хвилі та двох феритових циліндрів, задовольняє: рівнянням Максвелла, граничним умовам для першого та другого циліндрів та інтегральним рівнянням макроскопічної електродинаміки. Межі застосування розробленого методу $R \leq 0,1 \cdot \lambda_o$, $d \geq 0,1 \cdot \lambda_o$. Результати дослідження явища дифракції на системі, що склада-

ється з двох феритових циліндрів, показують, що сумарна сила, з якою неоднорідність стоячої електромагнітної хвилі діє на два феритові циліндри, дорівнює 4 Н. Це в 2,8 рази більше, ніж сила, що діє на один відокремлений циліндр. Отримані результати досліджень можуть бути використані розробниками перетворювачів НВЧ енергії в механічну енергію. Подальше удосконалення методу перетворення електромагнітної енергії НВЧ в механічну енергію, мабуть, полягає у вирішенні задачі про дифракцію плоскополяризованої електромагнітної хвилі на системі, що складається з N феритових циліндрів, дослідженні втрат електромагнітної енергії в системі феритових циліндрів.

Список літератури:

1. Пондеромоторное действие электромагнитного поля (теория и приложения) / Р. А. Валитов, Н. А. Хижняк, В. С. Жилков, [и др.] ; под ред. Р. А. Валитова. Москва : Сов. радио, 1975. 232 с.
2. Мартыненко Л. Г. Влияние ферромагнитного резонанса на преобразование электромагнитной энергии в механическую / Л. Г. Мартыненко, Г. Л. Комарова, В. В. Маличенко // Известия вузов, радиоэлектроника. 2016. Т. 59. №. 10. С. 30 – 36. DOI: 10.3103/S0735272716100046.
3. Комарова Г. Л. Влияние ферромагнитного резонанса на преобразование энергии электромагнитной волны ЖИГ – резонатором в механическую энергию // Радиотехника. 2021. Вып. 207. С. 149 – 158.
4. Measurement of Impulsive Thrust from a Closed Radio-Frequency Cavity in Vacuum / Н. White, P March, J. Lawrence et al. // Journal of propulsion and power. Vol. 33, No. 4. July–August 2017. P. 830 – 841. DOI: 10.2514/1.B36120.
5. Мартыненко Л. Г. Влияние ферромагнитного резонанса на преобразование энергии электромагнитной стоячей волны в механическую энергию / Л. Г. Мартыненко, Г. Л. Комарова // Известия вузов, радиоэлектроника. 2020. Т. 63. №. 5. С. 290 – 298. DOI: 10.3103/S0735272720050039
6. Мартыненко Л. Г. Спосіб перетворення електромагнітної енергії в механічну / Л.Г. Мартыненко, Г.Л. Комарова, В.В. Маличенко. Патент на винахід України. № 117748. Бюл. № 18 від 25.09.2018.
7. Макеева Г. С. Электродинамический анализ постоянных распространения электромагнитных волн в 3D-решотках магнитных нанопроволок в условиях магнитного резонанса в микроволновом диапазоне / Г. С. Макеева, О. А. Голованов // Радиотехника и электроника. 2016. Т. 61. №. 1. С. 3 – 11. DOI : 10.7868/S0033849415110145
8. Kozar A. I. Resonant degenerate crystal made of spheres located magnetodielectric medium // International Journal of Electromagnetics and Applications. 2013. Vol. 3, No. 2. Pp. 15 – 19. DOI: 10.5923/j.idea.20130302.02.
9. Козар А.И. Резонансные метакристаллы из малых магнитодieleктрических сфер : монография. Харьков : ХНУРЕ, 2014. 352 с.
10. Хижняк Н. А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев : Наук. думка. 1986, 280 с.
11. Хижняк Н. А. Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред // Журнал технической физики. 1958. Т. 28. Вып. 7. С. 1592 – 1609.
12. Никольский В.В. Теория электромагнитного поля. Москва : Высш. шк., 1961. 371 с.
13. Микроволновые ферриты. <https://www.domen.ru/mikrovolnovye-ferrity> 07.01.2018. Дата доступу: 13.02.20.
14. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. Москва : Физматгиз, 1960.
15. Стреттон Дж. А. Теория электромагнетизма. Москва : Гостехиздат, 1948. 539 с.

Надійшла до редколегії 26.02.2023

Відомості про автора:

Комарова Ганна Леонідівна – канд. техн. наук, доцент, Український державний університет залізничного транспорту, доцент кафедри інженерії вагонів та якості продукції, Україна; e-mail: anna.kom3793@gmail.com.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8597-5891>