

**МОДИФИЦИРОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ
ВЫДЕЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ТРЕНДА СИГНАЛОВ****Введение**

Во многих практических приложениях цифровой обработки сигналов существует задача выделения нелинейного (скачкообразного) тренда сигналов. В частности, в области биомедицинских сигналов актуальной проблемой является устранение таких искажений относительно большой амплитуды и длительности, вызванных движением пациента. Для обработки такого рода сигналов, содержащих скачки и другие точки разрыва производной, не подходит разложение в гармонический ряд Фурье [1, 2] или аппроксимация суммой косинусных функций [3]. Соответственно, применение традиционных линейных фильтров высоких и низких частот (ФВЧ и ФНЧ) на основе данных ортогональных преобразований приводит к значительному сглаживанию сигнала. Адаптивные алгоритмы с динамически изменяемым размером окна [4 – 11], использующие аппроксимацию по методу наименьших квадратов [12], также сглаживают точки резких изменений сигнала. Для фильтрации сигналов, содержащих изменения, подобные резкому и наклонному перепадам (“*step*”, “*ramp*” edges), изломы, участки соединения прямых и плавных кривых, успешно применяются алгоритмы медианного типа, относящиеся к нелинейным устойчивым фильтрам [13 – 16]. В частности, высокую эффективность подавления флуктуаций в окрестности перепада при сохранении самой точки разрыва производной обеспечивают алгоритмы класса гибридных медианных фильтров с конечной импульсной характеристикой (КИХ). Выходные сигналы данных нелинейных фильтров определяются как медиана данных в скользящем окне, включающем отсчет входного сигнала, соответствующий центральному индексу окна, и выходные значения линейных КИХ-субапертур [13, 17 – 22]. Применение КИХ-субапертур обеспечивает подавление шума, описываемого гауссовой плотностью распределения вероятностей (ПРВ), а нелинейная медианная операция позволяет сохранять точки перепадов и устранять выбросы.

Ранее полагалось, что медианный фильтр, являющийся оптимальной робастной оценкой по критерию максимума правдоподобия для экспоненциальной функции ПРВ, имеет самую высокую нелинейность свойств и обеспечивает наилучшее сохранение скачка [13 – 16]. Однако предложенный позднее мириадный фильтр, оптимальный для ПРВ Коши, при близких к нулю значениях параметра линейности обладает более высокой робастностью (устойчивостью к выбросам) и нелинейностью свойств [23 – 27]. В частности, анализ свойств алгоритма мириадной фильтрации на основе численного метода Ньютона для поиска минимума мириадной функции потерь [28] для различных типов элементарных сигналов продемонстрировал практически оптимальное качество обработки скачка [29]. Исследования мириадных локально-адаптивных фильтров для комплексной модели одномерного сигнала, содержащей различные типы элементарных сигналов: скачок, излом, пик, точку соединения участка постоянного уровня и гладкой кривой, параболу, также показали улучшение локальных и интегральных показателей эффективности в сравнении с алгоритмами, использующими медианную фильтрацию [30 – 36]. Для обработки биомедицинских сигналов предложенные адаптивные мириадные фильтры [37 – 45] эффективнее подавляют шум, описываемый ПРВ с более “тяжелыми”, чем гауссовы, хвостами, а также имеют высокие динамические свойства (вносят малые искажения) в области резких изменений сигнала. В связи с этим, есть основания предположить, что и в алгоритмах выделения нелинейного тренда [21, 22, 46, 47] замена медианной операции на мириадную может привести к повышению качества обработки.

В сравнении с простым нахождением медианы вычисление мириады более трудоемкое. Однако в рассматриваемых алгоритмах выделения нелинейного тренда мириадную операцию предлагается применять к окнам малого размера, что не сопряжено с большими вычислительными затратами. Помимо использования мириады для получения оценки выходного сигнала по данным окна, предлагается увеличить вес отдельным его элементам, продублировав центральный отсчет и выходные значения КИХ-субфильтров, что может привести к лучшему сохранению “синусоидальных” сигналов [48, 49] и повысить эффективность подавления флуктуаций в окрестности перепадов [17 – 22].

Таким образом, целью статьи является исследование эффективности алгоритмов, используемых для выделения нелинейного тренда сигналов, и предлагаемых модификаций, заключающихся в замене медианной операции над данными в скользящем окне на мириадную и в добавлении веса определенным элементам окна.

Исследуемые алгоритмы выделения нелинейного тренда сигналов

Среди нелинейных фильтров медианного типа высоким качеством обработки окрестностей резкого и наклонного перепадов характеризуются взвешенные КИХ-гибридные медианные фильтры с добавлением веса (количества дублирований) выходным сигналам усредняющих КИХ-субапертур, являющихся экстраполяторами текущего значения сигнала в i -м отсчете 0-го порядка (экстраполяторы сигнала постоянного уровня) [19, 22, 47]. Выходной сигнал данного нелинейного фильтра описывается простым выражением:

$$y^{SWFMH}(i) = med\{\hat{x}_{fw}^1(i), 2\diamond\hat{x}_{fw}^0(i), x(i), 2\diamond\hat{x}_{bw}^0(i), \hat{x}_{fw}^1(i)\}, \quad (1)$$

где $y^{SWFMH}(i)$ – выходной сигнал фильтра (*SWFMH* – *Subfilter Weighted FIR-median Hybrid Filter*); i – индекс, соответствующий центральному положению скользящего окна; $x(i)$ –

текущий отсчет входного сигнала и центральный элемент окна; $\hat{x}_{fw}^0(i) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k x(i-j)$,

$\hat{x}_{bw}^0(i) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k x(i+j)$ – выходные значения КИХ-субапертур, экстраполирующих (“предсказывающих”) текущее значение сигнала, описываемого полиномом 0-го порядка;

$\hat{x}_{fw}^1(i) = \sum_{j=1}^k h_j x(i-j)$, $\hat{x}_{bw}^1(i) = \sum_{j=1}^k h_j x(i+j)$ – выходные сигналы КИХ-экстраполяторов 1-го

порядка, предсказывающих текущее значение сигнала, описываемого полиномом 1-го порядка (*the zeroth and the first order FIR predictors*). Данные КИХ-субфильтры экстраполируют сигнал в i -й точке по k предыдущим (fw – *forward prediction*) и k последующим (bw – *backward prediction*) i -му отсчетам входного сигнала в окне фильтра размером $N=2k+1$; $h_j = (4k - 6j + 2)/(k(k-1))$ – коэффициенты экстраполяции 1-го порядка, $j=1, \dots, k$ [20, 50];

\diamond – нелинейная операция добавления веса – дублирования элемента заданное количество раз.

В данном случае медианная операция применяется к окну из семи элементов – иными словами, используется экстраполяция текущего значения сигнала в i -м отсчете по семи точкам (1). В сравнении со стандартным КИХ-гибридным медианным фильтром введением КИХ-экстраполяторов 1-го порядка достигаются улучшения динамических свойств в области треугольных сигналов [19, 20, 29, 51 – 53]. Добавление веса КИХ-экстраполяторам 0-го порядка повышает эффективность подавления шума в окрестности перепада [19, 22, 47]. Одним из практических применений взвешенных КИХ-гибридных медианных фильтров является устранение артефактов движения головой в электроэнцефалограммах [19, 47, 54].

Для задач выделения нелинейного тренда сигналов предложен “Растущий на месте” КИХ-гибридный медианный фильтр (*IPGFMH* – *In-Place Growing FIR Median Hybrid Filter*) [13, 21, 46, 55]. Его идея заключается в эмуляции каскадной КИХ-гибридной медианной

фильтрации с увеличивающимися с каждым следующим этапом обработки окнами посредством многоуровневой повторной фильтрации в одном окне, размер которого растет относительно центрального положения. Рассмотрим алгоритм *IPGFMH* [21] с использованием экстраполяции по пяти точкам [46]: окно фильтра состоит из центрального i -го отсчета и выходных значений КИХ-экстраполяторов 0-го и 1-го порядков, содержащих предшествующие и последующие i -му отсчеты сигнала. Данный нелинейный фильтр описывается выражением

$$y_0^{IPGFMH}(i) = x(i);$$

$$y_l^{IPGFMH}(i) = med\left\{\frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} x(i-j), \frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} h_j x(i-j), y_{l-1}(i), \frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} h_j x(i+j), \frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} x(i+j)\right\}; \quad (2)$$

$$y^{IPGFMH}(i) = y_L(i);$$

где $k_l > k_{l-1}$ – размер КИХ-субапертур, возрастающий с каждым следующим уровнем повторной фильтрации; $l=1 \dots L$ – уровень фильтрации сигнала; k_L – размер максимальной субапертуры, $N=2k_L+1$ – размер скользящего окна фильтра.

Алгоритм *IPGFMH* [21] имеет улучшенные в сравнении с каскадным КИХ-гибридным медианным фильтром [13, 18] свойства при обработке резких перепадов. Предположим, окно фильтра достигло области перепада: его центральный элемент соответствует точке скачка, КИХ-субапертуры охватывают расположенные слева и справа отсчеты. Непосредственно вблизи точки перепада шум подавляется КИХ-субапертурами малого размера на начальных уровнях фильтрации, а КИХ-субапертуры большого размера, применяющиеся на последних уровнях, не оказывают влияния на выходной сигнал, так как различие их выходных значений велико; соответственно, в результате медианной операции на выход поступает центральный элемент окна. Применение КИХ-субапертур большого размера обеспечивает лучшее подавление шума при обработке однородных участков. Общий размер скользящего окна фильтра соответствует последнему L -му уровню и определяется исходя из априорной информации о длительности перепада, который необходимо сохранить при обработке [13, 18, 21].

Предлагаемые модификации алгоритмов

Предлагаются следующие модификации описанных выше алгоритмов (1) – (2).

Взвешенный КИХ-гибридный фильтр с заменой медианной операции на мириадную:

$$y^{myrSWFMH}(i) = myriad\{\hat{x}_{fv}^1(i), 2\hat{x}_{fv}^0(i), x(i), 2\hat{x}_{bw}^0(i), \hat{x}_{fv}^1(i), K_{myr}\}, \quad (3)$$

где $y^{myrSWFMH}(i)$ – выходной сигнал модифицированного *SWFMH* фильтра (1), использующего операцию нахождения мириады выборки (*myriad*); $K_{myr}=0,1$ – параметр нелинейности, имеющий малое значение, задающее высокую нелинейность свойств мириадному фильтру.

Мириадный алгоритм *IPGFMH* (2) с добавлением веса выходным значениям КИХ-экстраполяторов 0-го порядка и центральному элементу окна, описываемый как

$$y_0^{myrIPGFMH9P}(i) = x(i);$$

$$y_l^{myrIPGFMH9P}(i) = myriad\{2\hat{x}_{fv_l}^0(i), \hat{x}_{fv_l}^1(i), 3y_{l-1}(i), \hat{x}_{bw_l}^1(i), 2\hat{x}_{bw_l}^0(i), K_{myr}\}; \quad (4)$$

$$y^{myrIPGFMH9P}(i) = y_L(i);$$

где $y^{myrIPGFMH9P}(i)$ – выходной сигнал модифицированного мириадного *IPGFMH* фильтра (2), экстраполирующего на каждом уровне фильтрации выходной сигнал по девяти точкам;

$$\hat{x}_{fv_l}^0(i) = \frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} x(i-j), \quad \hat{x}_{fv_l}^1(i) = \frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} h_j x(i-j), \quad \hat{x}_{bw_l}^0(i) = \frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} x(i+j), \quad \hat{x}_{bw_l}^1(i) = \frac{1}{k_l} \sum_{j=1}^{k_l} h_j x(i+j)$$

– КИХ-субапертуры, экстраполирующие текущее i -е значение выходного сигнала $y(i)$ на l -м

уровне фильтрации по k_l предыдущим (fw) и k_l последующим (bw) отсчетам в окне данных, $k_l > k_{l-1}$; $h_j = (4k_l - 6j + 2)/(k_l(k_l - 1))$ – коэффициенты экстраполяции 1-го порядка, $j=1, \dots, k_l$; $l=1 \dots L$ – уровень фильтрации сигнала; $K_{myr}=0,1$ – параметр нелинейности; \diamond – операция добавления веса (количества повторений) определенным элементам окна.

Анализ результатов исследования

Анализ эффективности рассмотренных алгоритмов выделения нелинейного тренда проводился с помощью численного моделирования. Использовались тестовые сигналы вида “ступенькообразного” и “наклонного” перепадов (“*step edge*” и “*ramp edge*”), имитирующие нелинейный тренд, треугольный пик (“*triangular peak*”) и парабола (“*parabola*”).

Модель тестового воздействия описывается как

$$x(i)=s(i)+n(i), \quad (5)$$

где i – индекс отсчетов дискретного сигнала; $x(i)$ – входной сигнал; $s(i)$ – чистый сигнал; $n(i)$ – аддитивный гауссов шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_a^2 .

Для количественной оценки качества фильтрации вычислялись значения среднеквадратической ошибки (СКО), усредненные для большого количества реализаций тестового сигнала с шумом, по формуле

$$MSE = \sum_{j=1}^{N_R} (\sum_{i=1}^I (y^f(i) - s(i))^2 / I) / N_R, \quad (6)$$

где MSE (*mean square error*) – критерий СКО; I – длительность тестового сигнала; $y^f(i)$ – выходной сигнал фильтра; $s(i)$ – тестовый сигнал без шума; N_R – количество реализаций тестового сигнала со сгенерированным с помощью датчика случайных чисел шумом.

Критерий минимума СКО [13] интегрально характеризует уменьшение дисперсии шума на выходе фильтра и динамические ошибки, вносимые им при обработке. Для получения устойчивых результатов оценок эффективности статистическое усреднение проводилось для большого количества реализаций $N_R=200$.

Исследовались следующие нелинейные фильтры: *SWFMH* – взвешенный КИХ-гибридный медианный фильтр (1); *IPGFMH* – “Растущий на месте” КИХ-гибридный медианный фильтр (2), экстраполирующий выходной сигнал по пяти точкам; модифицированные фильтры: *IPGFMH9P* – алгоритм *IPGFMH* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам, *myrSWFMH*, *myrIPGFMH*, *myrIPGFMH9P* – соответствующие мириадные алгоритмы (префикс “*myr*” – *myriad*); двухпроходные фильтры *TPSWFMH*, *TPmyrSWFMH*, *TPmyrIPGFMH*, *TPmyrIPGFMH9P* (“*TP*” – *two-pass*). Для сравнения исследовались медианный (*Med*) и мириадный (*Myr*) фильтры и их двухпроходные варианты (*TPMed*, *TPMyr*).

Рассмотрим тестовый сигнал вида “резкий перепад” (“*step edge*”) при воздействии аддитивного гауссова шума среднего уровня (дисперсия $\sigma_a^2=0,01$). Выходные сигналы исследуемых нелинейных фильтров приведены на рис. 1, графики, характеризующие подавление шума фильтрами по критерию СКО (6) в зависимости от размера окна N , – на рис. 2.

Как видим (рис. 1, б, в, рис. 2, а), ошибки *Myr* фильтра в сравнении с *Med* меньше. Для данных фильтров целесообразен выбор меньших окон, и имеется явный минимум кривой СКО, свидетельствующий о наличии оптимального размера окна (рис. 2, а). В сравнении с *Med* фильтром алгоритмы *SWFMH*, *IPGFMH* и их модификации (рис. 1, г – и) заметно улучшают качество обработки перепада: значения СКО более чем в 3,5 и 5 раз меньше (рис. 2, б – г). Замена медианной операции на мириадную [29] в алгоритмах *SWFMH* и *IPGFMH* заметно уменьшает значения СКО при обработке скачка. В отличие от *Med*, *Myr* и *SWFMH* фильтров для алгоритмов *myrSWFMH*, *IPGFMH*, *myrIPGFMH*, *IPGFMH9P*, *myrIPGFMH9* минимальные значения СКО “размыты” в широком диапазоне изменения размера окна N (рис. 2). На практике данное свойство может оказаться полезным, так как априорная информация о длительности перепада (тренда), в соответствии с которой выбирается размер окна, не всегда

доступна. Повторная фильтрация уменьшает значения СКО для моделируемой ситуации среднего уровня гауссова шума, однако при больших окнах становится нецелесообразной вследствие увеличения динамических ошибок фильтров.

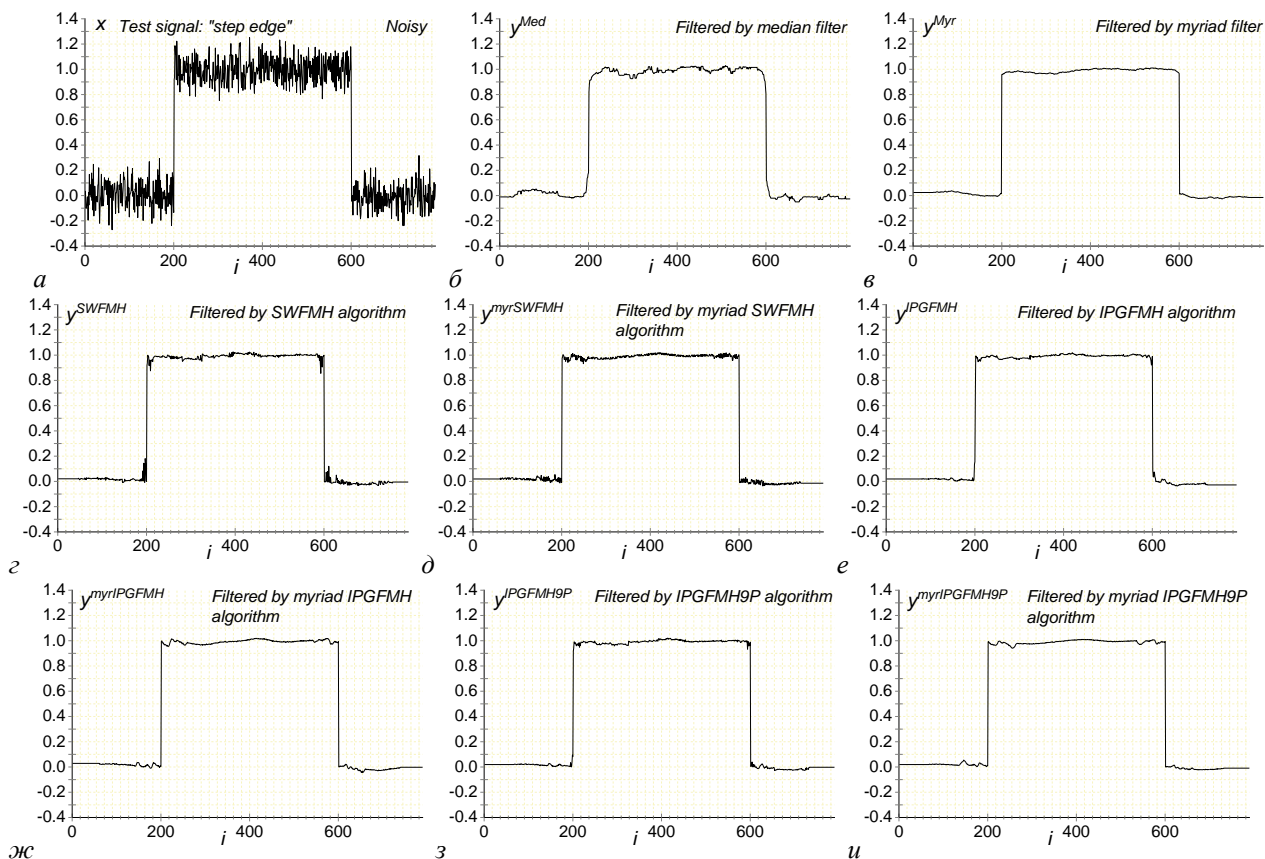


Рис. 1. Применение нелинейной фильтрации для сигнала вида “резкий перепад”: *a* – входной сигнал с аддитивным гауссовым шумом; *б, в* – выходные сигналы *Med* и *Myr* фильтров; *г, д* – выходные сигналы *SWFMH* фильтра и его мириадного варианта *myrSWFMH*; *е, ж* – выходные сигналы *IPGFMH* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGFMH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам; *з, и* – выходные сигналы *IPGFMH9P* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGFMH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам

Рассмотрим тестовый сигнал вида “наклонный перепад” (“*ramp edge*”) при воздействии аддитивного гауссова шума среднего уровня ($\sigma_a^2=0,01$). Выходные сигналы фильтров приведены на рис. 3, а усредненные кривые, иллюстрирующие уменьшение СКО (б), – на рис. 4.

Для данного тестового сигнала ошибки рассмотренных фильтров немного увеличились: примерно в 1,4 и 1,1 раза для *Med* и *Myr* фильтров (рис. 3, б, в), в 1,1 раз для *SWFMH* (рис. 3, г) и в 1,2 – 1,3 раза – для *IPGFMH* (рис. 3, е) и *IPGFMH9P* (рис. 3, з). Преимущество замены медианной операции на мириадную менее наглядно: *myrSWFMH* (рис. 3, д) улучшает эффективность *SWFMH* (рис. 3, г) примерно в 1,3 раза (рис. 4, б), а для *myrIPGFMH* (рис. 3, ж) и *myrIPGFMH9P* (рис. 3, и) значения СКО в сравнении с *IPGFMH* (рис. 3, е) и *IPGFMH9P* (рис. 3, з) уменьшились в 1,1 и 1,4 раза (рис. 4, в, г). Минимум СКО для *SWFMH* и *IPGFMH* и их модификаций (рис. 4, б – г) “размыт” в менее широком диапазоне изменения размера окна. Использование мириадной операции улучшает эффективность подавления шума на линейно изменяющемся участке: сравним выходные сигналы *IPGFMH* (рис. 3, е) и *IPGFMH9P* (рис. 3, з) с их мириадными вариантами *myrIPGFMH* (рис. 3, ж) и *myrIPGFMH9P* (рис. 3, и). Наиболее эффективным также является алгоритм *myrIPGFMH9P*, обеспечивающий уменьшение СКО в сравнении с *myrSWFMH* примерно в 1,3 раза, а с исходным вариантом *IPGFMH* – в 1,6 раза.

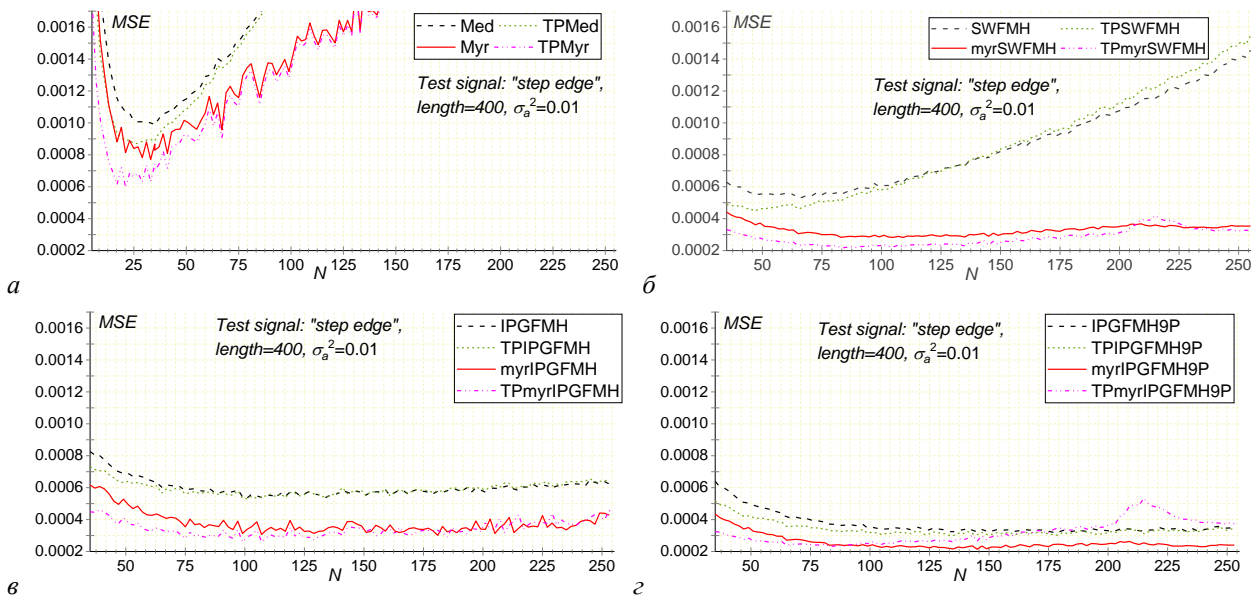


Рис. 2. Статистические оценки эффективности фильтров по критерию СКО для тестового сигнала вида “резкий перепад” с аддитивным гауссовым шумом: *а* – ошибки *Med* и *Myr* фильтров и их двухпроходных реализаций: *TPMed*, *TPMyr*; *б* – ошибки *SWFMH* и его мириадного *myrSWFMH* и двухпроходных *TPSWFMH*, *TPmyrSWFMH* вариантов; *в* – ошибки *IPGMH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам и перечисленных модификаций фильтра: *myrIPGMH*, *TPIPGMH*, *TPmyrIPGMH*; *г* – ошибки *IPGMH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам и его мириадного *myrIPGMH9P* и двухпроходных *TPIPGMH9P*, *TPmyrIPGMH9P* вариантов

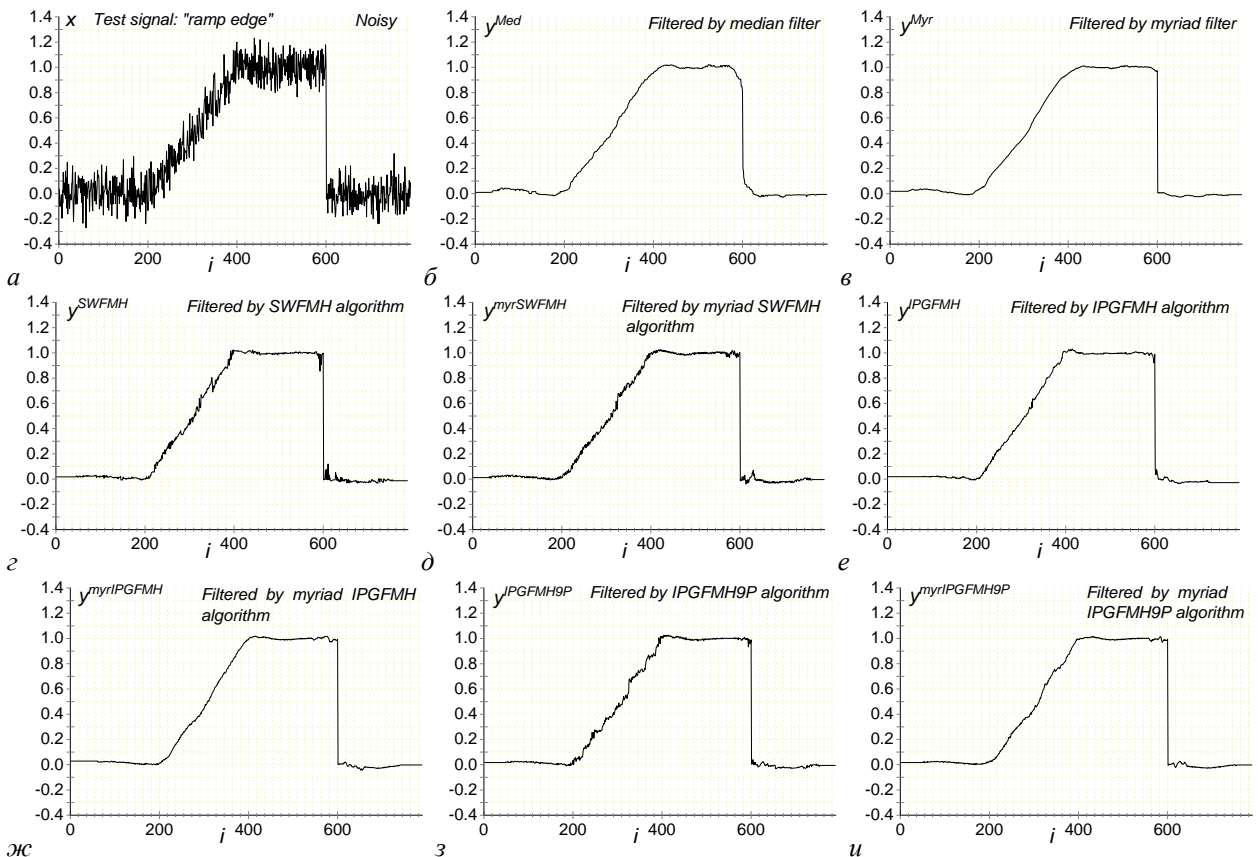


Рис. 3. Применение нелинейной фильтрации для сигнала вида “наклонный перепад”: *а* – входной сигнал с аддитивным гауссовым шумом; *б, в* – выходные сигналы *Med* и *Myr* фильтров; *г, д* – выходные сигналы *SWFMH* фильтра и его мириадного варианта *myrSWFMH*; *е, ж* – выходные сигналы *IPGMH* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGMH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам; *з, и* – выходные сигналы *IPGMH9P* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGMH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам

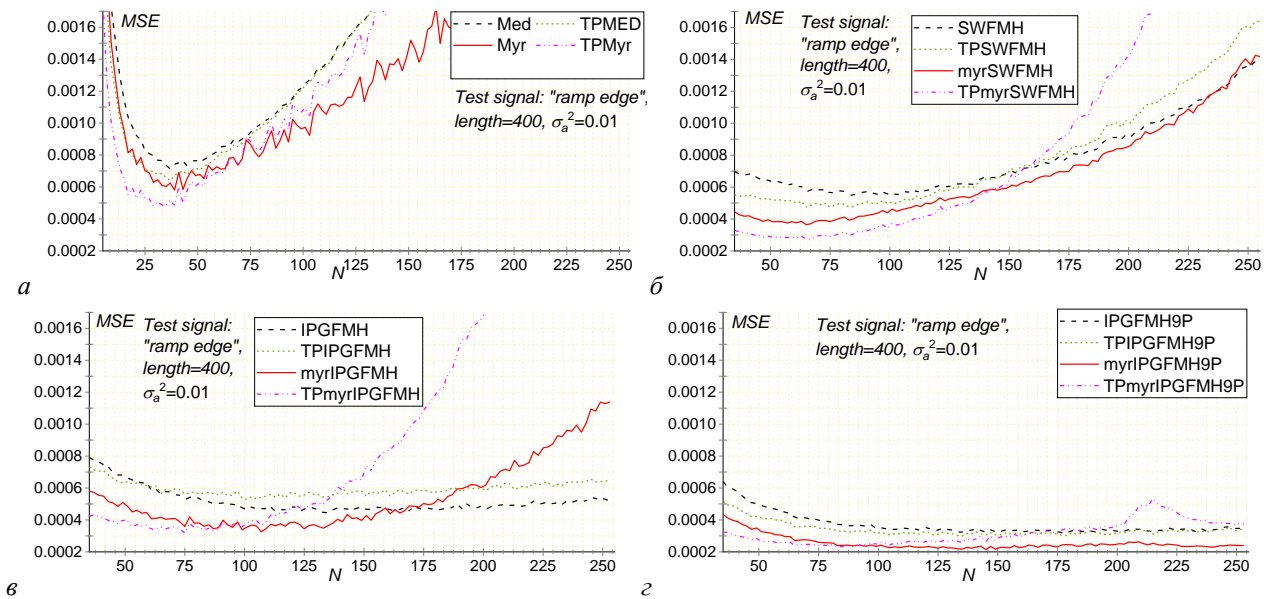


Рис. 4. Статистические оценки эффективности фильтров по критерию СКО для тестового сигнала “наклонный перепад” с аддитивным гауссовым шумом: а – ошибки *Med* и *Myr* фильтров и их двухпроходных реализаций: *TPMed*, *TPMyr*; б – ошибки *SWFMH* и его мириадного *myrSWFMH* и двухпроходных *TPSWFMH*, *TPmyrSWFMH* вариантов; в – ошибки *IPGFMH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам и перечисленных модификаций фильтра: *myrIPGFMH*, *TPIPGFMH*, *TPmyrIPGFMH*; г – ошибки *IPGFMH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам и его мириадного *myrIPGFMH9P* и двухпроходных *TPIPGFMH9P*, *TPmyrIPGFMH9P* вариантов

Рассмотрим тестовый сигнал вида треугольного экстремума (“*triangular peak*”) при воздействии аддитивного гауссова шума среднего уровня ($\sigma_a^2=0,01$). Сигналы на выходах фильтров приведены на рис. 5, графики СКО (б) в зависимости от размера окна – на рис. 6.

Треугольный сигнал, наряду с “резким” и “наклонным” перепадами, является стабильной точкой фильтров (1) – (4), использующих КИХ-экстраполяцию 1-го порядка. К стабильным точкам (*root signals*) нелинейного фильтра относятся сигналы, которые в отсутствие помех полностью сохраняются на его выходе [13]. Стабильными точками медианного фильтра являются “резкий” и “наклонный” перепады. Введением КИХ-экстраполяторов 1-го порядка расширяют набор стабильных точек включением в него наряду с перепадами треугольного сигнала [13, 17 – 20]. Как видим (рис. 5), изломы сохранены достаточно хорошо, “провала” в области экстремума, свойственного стандартному КИХ-гибридному медианному фильтру [51, 53], не наблюдается. Алгоритмы, использующие мириадную фильтрацию, лучше подавляют шум: сравним выходные сигналы *SWFMH* (рис. 5, з) и *myrSWFMH* (рис. 5, д), *IPGFMH9P* (рис. 5, з) и *myrIPGFMH9P* (рис. 5, и).

Для треугольного сигнала эффективность *Med* и *Myr* фильтров практически одинакова (СКО для *Myr* в 1,1 раз меньше). Минимум СКО для алгоритмов *SWFMH* и *myrSWFMH* (рис. 6, б), *IPGFMH* и *myrIPGFMH* (рис. 6, в), *IPGFMH9P* и *myrIPGFMH9P* (рис. 6, г) менее “размыт” в сравнении с обработкой “резкого” (рис. 2, б – г) и “наклонного” (рис. 4, б – г) перепадов. При меньших окнах ($N \leq 100$) эффективней мириадные алгоритмы (рис. 6, б – г), а при больших окнах – меньшие СКО имеют медианные фильтры, причем кривая минимальных значений СКО для *IPGFMH* (рис. 6, в) и *IPGFMH9P* (рис. 6, г) имеет протяженный характер. Для больших окон ($N > 100$) применение *IPGFMH* наиболее эффективно (рис. 6, в). Для меньших окон ($N \leq 75$) для *Med*, *Myr*, *myrSWFMH*, *myrIPGFMH9P* фильтров минимум СКО более явный, а наименьшие СКО обеспечивают *Myr* и *myrIPGFMH9P*. Преимущество *myrIPGFMH9P* над *IPGFMH9P* составляет 1,4 раза, а над *IPGFMH* – 1,6 раза.

Рассмотрим тестовый сигнал вида параболы (“*parabola*”) при воздействии аддитивного гауссова шума среднего уровня ($\sigma_a^2=0,01$). Сигналы на выходах фильтров приведены на рис. 7, а графики значений СКО (б) в зависимости от размера окна – на рис. 8.

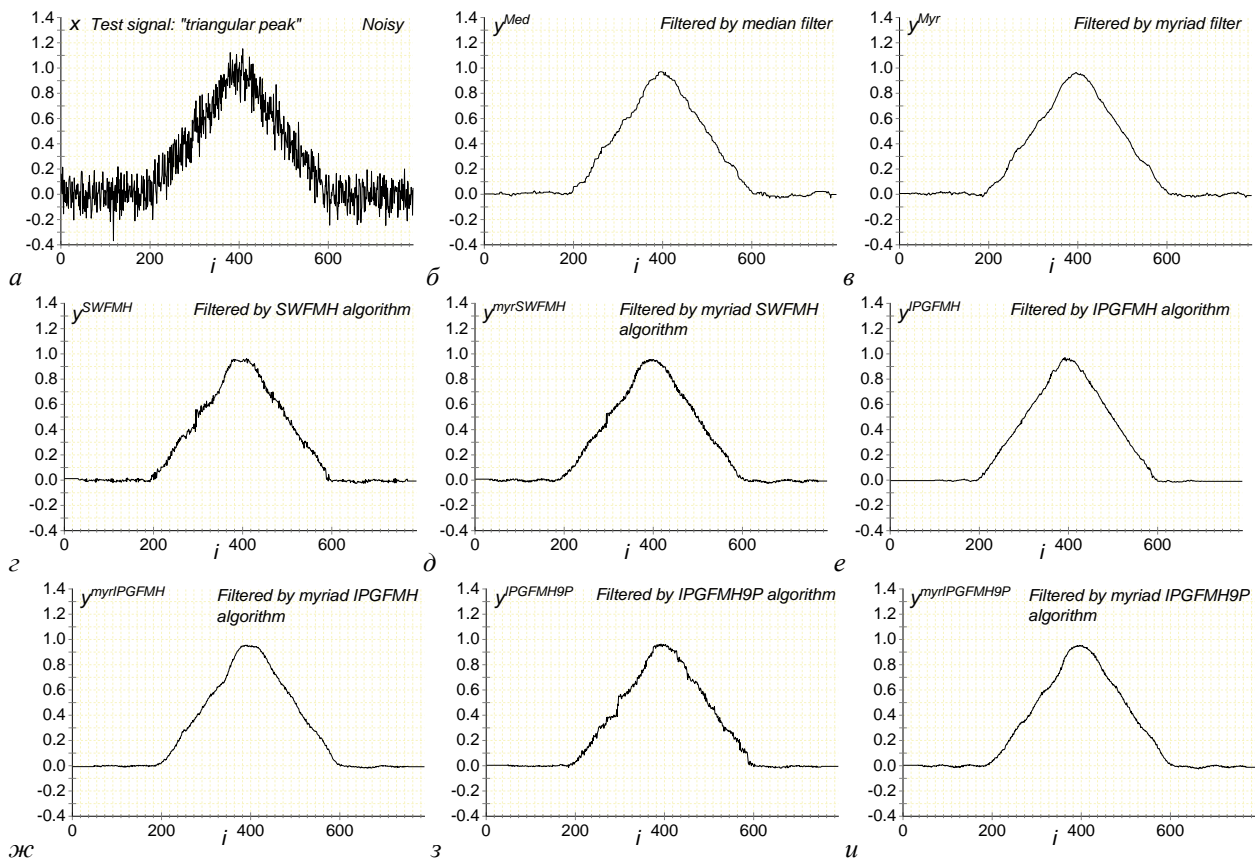


Рис. 5. Применение нелинейной фильтрации для сигнала вида “треугольный экстремум”: *a* – входной сигнал с аддитивным гауссовым шумом; *б, в* – выходные сигналы *Med* и *Myr* фильтров; *г, д* – выходные сигналы *SWFMH* фильтра и его мириадного варианта *myrSWFMH*; *е, ж* – выходные сигналы *IPGMFH* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGMFH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам; *з, и* – выходные сигналы *IPGMFH9P* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGMFH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам

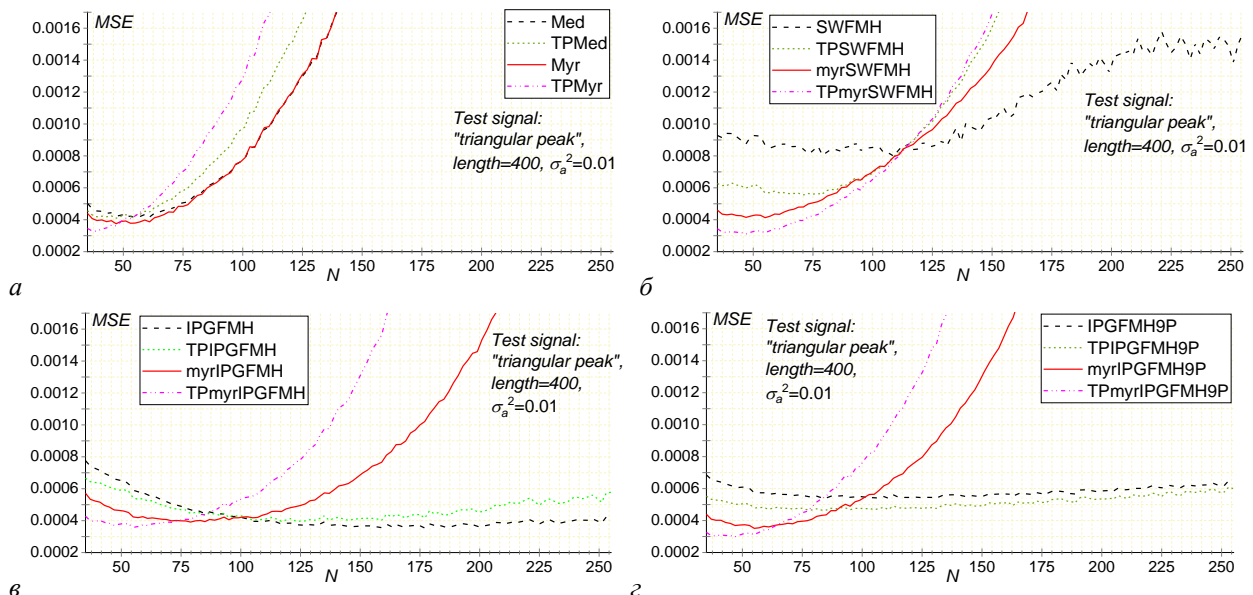


Рис. 6. Статистические оценки эффективности фильтров по критерию СКО для тестового сигнала “треугольный экстремум” с аддитивным гауссовым шумом: *a* – ошибки *Med* и *Myr* фильтров и их двухпроходных реализаций: *TPMed*, *TPMyr*; *б* – ошибки *SWFMH* и его мириадного *myrSWFMH* и двухпроходных *TPSWFMH*, *TPmyrSWFMH* вариантов; *в* – ошибки *IPGMFH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам и перечисленных модификаций фильтра: *myrIPGMFH*, *TPIPGFMH*, *TPmyrIPGMFH*; *г* – ошибки *IPGMFH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам и его мириадного *myrIPGMFH9P* и двухпроходных *TPIPGFMH9P*, *TPmyrIPGMFH9P* вариантов

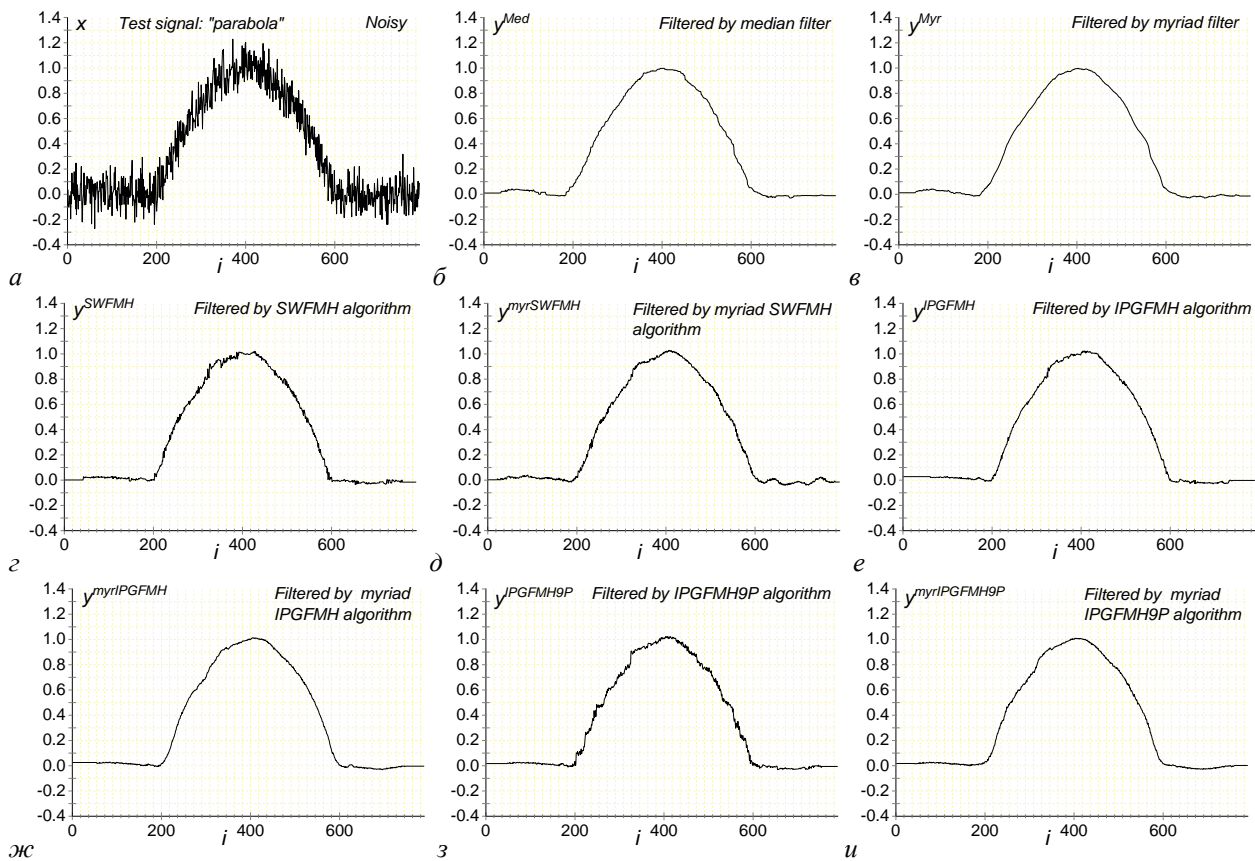


Рис. 7. Применение нелинейной фильтрации для сигнала вида “парабола”: *a* – входной сигнал с гауссовым шумом; *б, в* – выходные сигналы *Med* и *Myr* фильтров; *г, д* – выходные сигналы *SWFMH* фильтра и его мириадного варианта *myrSWFMH*; *е, ж* – выходные сигналы *IPGMFH* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGMFH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам; *з, и* – выходные сигналы *IPGMFH9P* фильтра и его мириадного варианта *myrIPGMFH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам

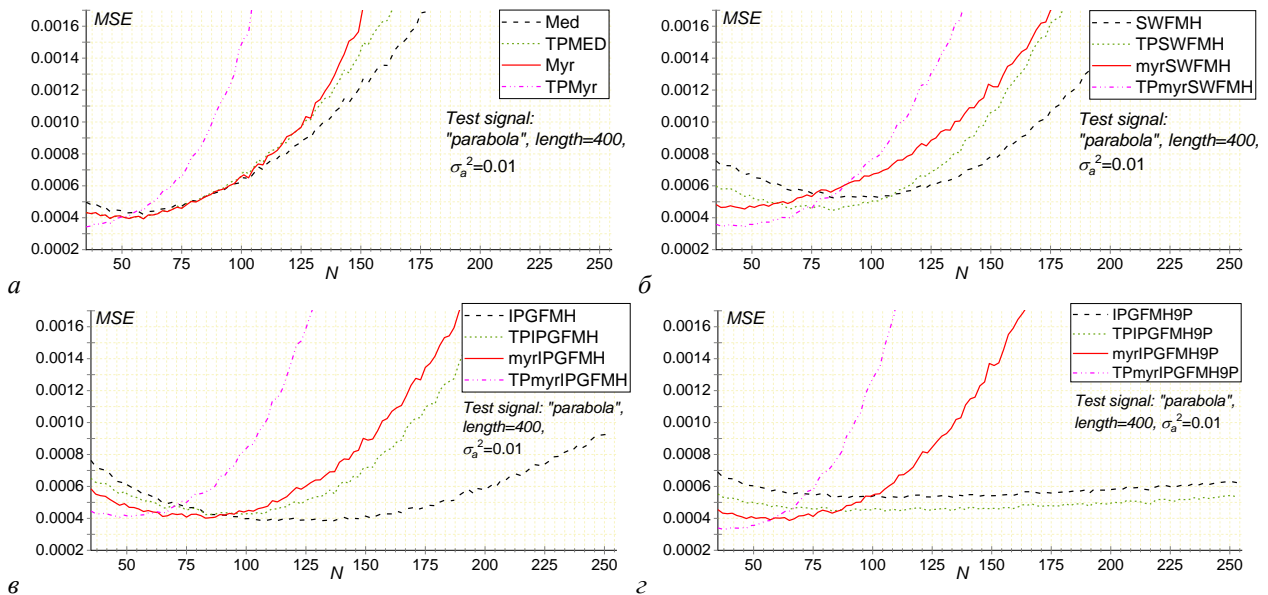


Рис. 8. Статистические оценки эффективности фильтров по критерию СКО для тестового сигнала “парабола” с аддитивным гауссовым шумом: *a* – ошибки *Med* и *Myr* фильтров и их двухпроходных реализаций: *TPMed*, *TPMyr*; *б* – ошибки *SWFMH* и его мириадного *myrSWFMH* и двухпроходных *TPSWFMH*, *TPmyrSWFMH* вариантов; *в* – ошибки *IPGMFH* с экстраполяцией сигнала по пяти точкам и перечисленных модификаций фильтра: *myrIPGMFH*, *TPIPGFMFH*, *TPmyrIPGMFH*; *г* – ошибки *IPGMFH9P* с экстраполяцией сигнала по девяти точкам и его мириадного *myrIPGMFH9P* и двухпроходных *TPIPGFMH9P*, *TPmyrIPGMFH9P* вариантов

Как видим (рис. 7), качество обработки параболы достаточно высокое. Мириадные фильтры улучшают подавление шума на восходящей и нисходящей ветвях кривой: сравним выходные сигналы *SWFMH* (рис. 7, *з*) и *myrSWFMH* (рис. 7, *д*), алгоритмов *IPGFMH* (рис. 7, *е*) и *myrIPGFMH* (рис. 7, *ж*), *IPGFMH9P* (рис. 7, *з*) и *myrIPGFMH9P* (рис. 7, *и*). Точки соединения участков постоянного уровня и ветвей параболы не сглажены. Благодаря использованию КИХ-экстраполяторов 1-го порядка “провала” в области экстремума параболы, характерного для стандартного КИХ-гибридного медианного фильтра, не наблюдается.

В данном случае до определенного размера окна ($N < 100$) эффективность *Med* и *Myr* фильтров практически одинаковая, а при больших окнах СКО для *Med* меньше (рис. 8, *а*). Для алгоритмов *IPGFMH* и *IPGFMH9P* применение мириадной операции (при $N < 100$) уменьшает значения СКО примерно в 1,2 – 1,3 раза по сравнению с *Med* фильтром (рис. 8, *б* – *з*). Наименьшие СКО в широком диапазоне изменения окна ($N \leq 105$) имеет *myrIPGFMH9P*, однако его преимущество над *Med*, *Myr* и *myrSWFMH* незначительно (в 1,1 – 1,3 раза).

Применение *IPGFMH9P* и *myrIPGFMH9P* для фильтрации сигналов электронейрограмм (ЭНГ) глаз и электроэнцефалограммы (ЭЭГ) показано на рис. 9 – 11.

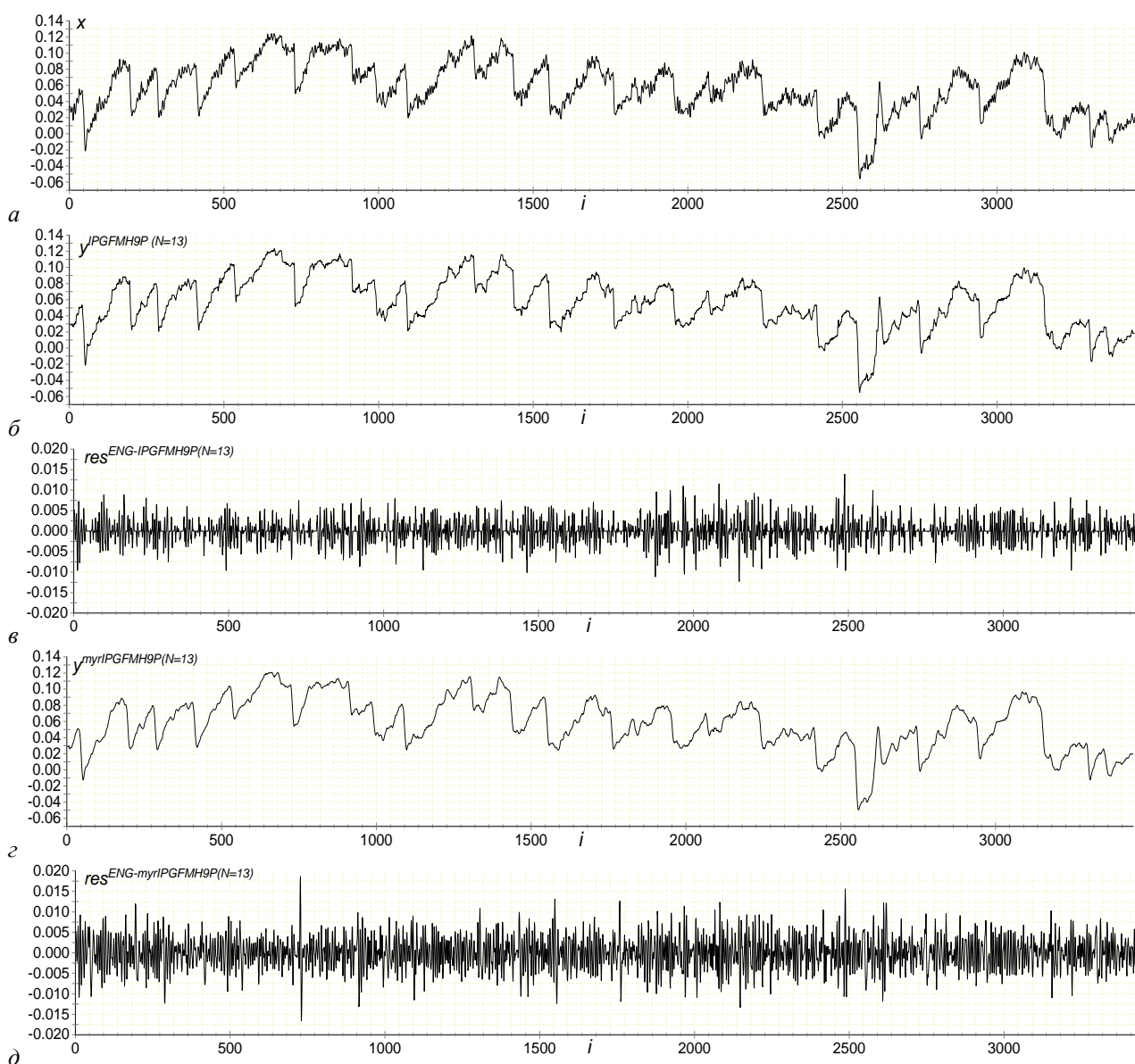


Рис. 9. Обработка ЭНГ левого глаза: *а* – входной сигнал; *б* – сигнал на выходе *IPGFMH9P* (размер окна $N=13$); *в* – разность между входным сигналом и сигналом на выходе *IPGFMH9P*; *г* – выходной сигнал мириадного фильтра *myrIPGFMH9P* ($N=13$); *д* – разность между входным сигналом и сигналом на выходе *myrIPGFMH9P*

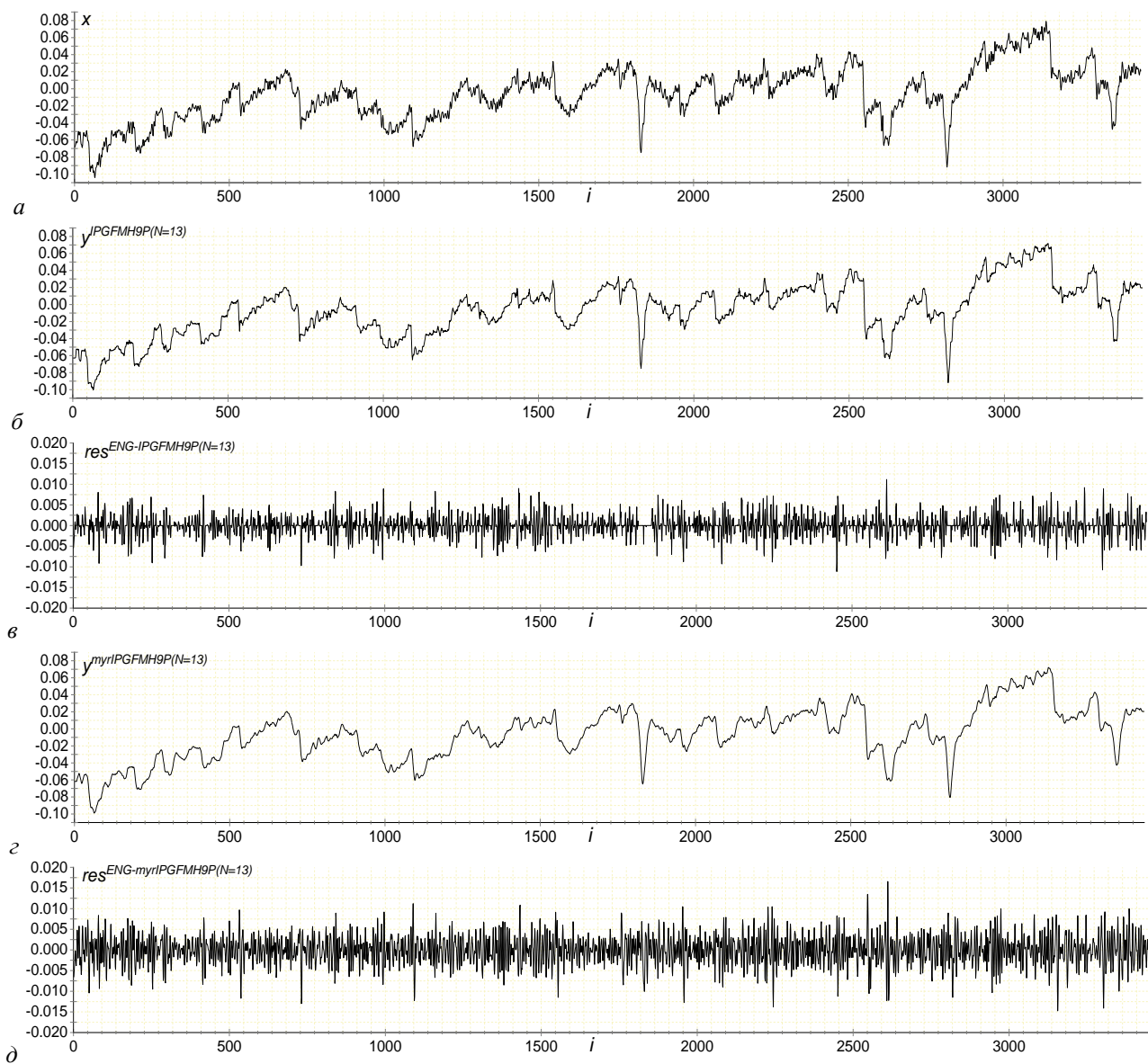


Рис. 10. Обработка ЭНГ правого глаза: *a* – входной сигнал; *б* – сигнал на выходе алгоритма *IPGFMH9P* ($N=13$); *в* – разность между входным сигналом и сигналом на выходе *IPGFMH9P*; *г* – выходной сигнал мириадного фильтра *myriIPGFMH9P* ($N=13$); *д* – разность между входным сигналом и сигналом на выходе *myriIPGFMH9P*

Как видим (рис. 9 – 10), использование мириадной операции улучшает подавление высокочастотных флуктуаций при хорошем сохранении скачков и других резких изменений сигнала. При небольших размерах окна указанные нелинейные фильтры, подобно линейным ФНЧ, хорошо подавляют шум, а при больших окнах ведут себя как нелинейные аналоги ФВЧ, хорошо сохраняя изменения в сигнале относительно большой длительности вида резкого и наклонного перепадов, по форме подобные низкочастотным сигналам, описываемым аналитическими функциями. Так, для ЭНГ глаз (рис. 9 – 10) хорошо подавляется флуктуационная составляющая, и, в отличие от линейных фильтров, незначительно сглаживаются резкие изменения сигнала. Для устранения двигательных артефактов (рис. 11) фильтруется шумоподобный сигнал ЭЭГ, а выделяется нелинейный тренд, содержащий артефакты (моргания глаз), который затем вычитается из исходного сигнала. При этом высокочастотный спектр информационного сигнала хорошо сохраняется.

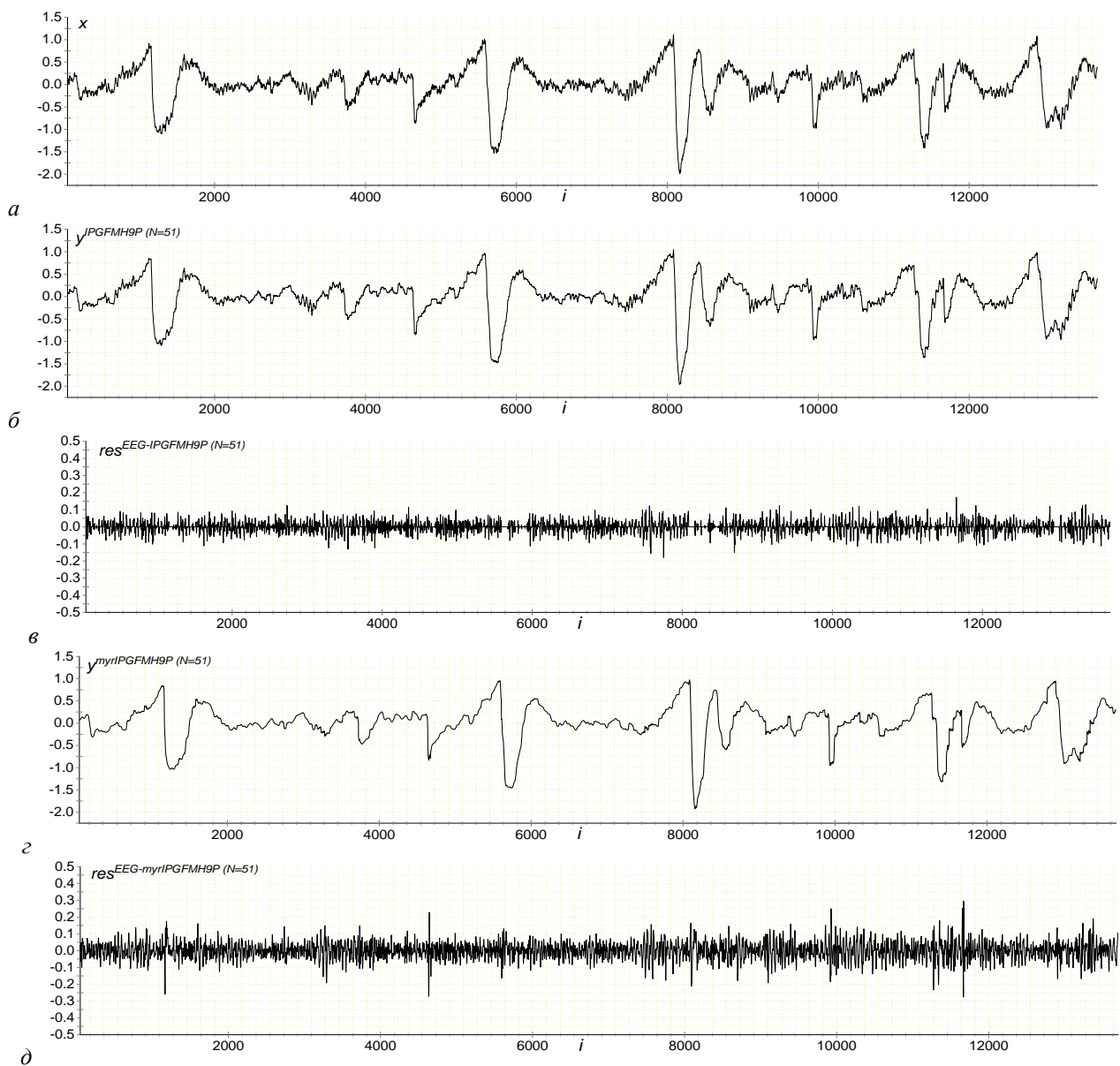


Рис. 11. Устранение артефактов в ЭЭГ: *a* – входной сигнал; *б* – сигнал на выходе *IPGFMH9P* ($N=51$); *в* – разность исходного сигнала и выходного сигнала *IPGFMH9P*; *з* – сигнал на выходе мириадного фильтра *myriIPGFMH9P* ($N=51$); *д* – разность исходного сигнала и выходного сигнала *myriIPGFMH9P*

Таким образом, основываясь на анализе выходных сигналов исследуемых алгоритмов нелинейной фильтрации и эффективности их применения для тестовых сигналов вида резкого и наклонного перепадов, треугольного пика и параболы, можно сделать выводы:

- рассмотренные алгоритмы, применяющиеся в задачах выделения нелинейного тренда, обеспечивают высокое качество обработки указанных типов сигналов, значительно улучшая эффективность медианного фильтра в области перепадов;
- модификация алгоритмов путем замены медианной операции на мириадную улучшает качество выходных сигналов в области скачка и эффективность подавления высокочастотных флуктуаций;
- применение мириадной фильтрации повышает степень подавления шума на линейно изменяющихся участках наклонного перепада и треугольного сигнала и на ветвях параболы;
- добавление веса центральному элементу окна и выходным значениям КИХ-экстраполяторов 0-го порядка повышает качество обработки окрестностей перепадов;

- использование КИХ-экстраполяторов 1-го порядка позволяет избежать недостатка, присущего стандартному КИХ-гибридному медианному фильтру, заключающегося в искажениях вида провала в области параболического и треугольного экстремумов;
- повторная обработка сигнала повышает степень подавления шума, однако целесообразна при небольших размерах окон;
- среди рассмотренных алгоритмов наилучшую эффективность обеспечивает “Растущий на месте” КИХ-гибридный алгоритм с заменой медианной операции на мириадную, причем, преимущество наиболее наглядно при обработке скачков сигнала;
- при небольших размерах окон рассмотренные нелинейные фильтры могут применяться для подавления высокочастотного шума (подобно ФНЧ), при этом, ими хорошо сохраняются резкие изменения сигнала, а при больших окнах – для выделения нелинейного тренда (как нелинейные аналоги ФВЧ), что может использоваться для задач устранения двигательных артефактов в биомедицинских сигналах, в частности в ЭЭГ;
- рассмотренные алгоритмы нелинейной фильтрации имеют простую реализацию и могут выполнять обработку сигнала в режиме квазиреального времени.

Заключение

Рассмотрены алгоритмы нелинейной устойчивой фильтрации класса КИХ-гибридных медианных фильтров, применяемые в задачах выделения нелинейного тренда сигналов. В данных алгоритмах, имеющих простую реализацию, используется операция нахождения медианы данных в скользящем окне, включающем текущее i -е значение входного сигнала, соответствующее центральному элементу окна, и выходные значения КИХ-субапертур, являющихся экстраполяторами 0-го и 1-го порядков. КИХ-субапертуры содержат отсчеты сигнала, предшествующие и следующие за текущим i -м отсчетом. Предложено модифицировать данные алгоритмы путем замены операции определения медианы данных в окне на вычисление их мириады, а также добавления веса центральному элементу окна и выходным значениям КИХ-экстраполяторов 0-го порядка.

С помощью численного моделирования получены статистические оценки эффективности по критерию СКО для тестовых сигналов вида “резкий” и “наклонный” перепады, треугольный экстремум и парабола. Построены графики статистически усредненных значений СКО в зависимости от размера окна фильтра, интегрально характеризующие ослабление шума и динамические ошибки, вносимые в результате фильтрации. На основе анализа выходных сигналов фильтров и статистических оценок их качества показаны высокая эффективность применения исследованных нелинейных фильтров для перечисленных типов сигналов и улучшения, достигнутые в результате предложенных модификаций фильтров. Приведены примеры обработки биомедицинских сигналов ЭНГ и ЭЭГ, иллюстрирующие хорошее качество подавления высокочастотных флуктуаций и, одновременно, сохранения резких изменений сигнала, и удаление двигательных артефактов (моргания глаз) без значительных искажений сигнала.

Список литературы:

1. Oppenheim A. V., Schaffer R. W. Discrete time Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.
2. Lathi B. P. Signal Processing and Linear Systems. Carmichael, CA: Berkeley-Cambridge, 1998.
3. Rao A., Yip P. Discrete Cosine Transform. Academic Press, 1990.
4. Christov I. I., Daskalov I. K. Filtering of electromyogram artifacts from the electrocardiogram // Med. Eng. Phys. 1999. Vol. 21. P. 731–736. [https://doi.org/10.1016/S1350-4533\(99\)00098-3](https://doi.org/10.1016/S1350-4533(99)00098-3)
5. Dotsinsky I., Mihov G. Simple approach for tremor suppression in electrocardiograms // Int. J. Bioautomation. 2010. Vol. 14, No. 2. P. 129–138.
6. Bortolan G., Christov I. Dynamic filtration of high-frequency noise in ECG signal // Comput. Cardiol. 2014. Vol. 41. P. 1089–1092. <http://www.cinc.org/archives/2014/pdf/1089.pdf>
7. Bortolan G., Christov I., Simova I., Dotsinsky I. Noise processing in exercise ECG stress test for the analysis and the clinical characterization of QRS and T wave alternans // Biomedical Signal Processing and Control. 2015. Vol. 18. P. 378–385. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2015.02.003>

8. Christov I., Neycheva T., Schmid R., Stoyanov T., Abächerli R. Pseudo real-time low-pass filter in ECG, self-adjustable to the frequency spectra of the waves // *Med. Biol. Eng. Comput.* 2017. Vol. 55. P. 1579–1588. <https://doi.org/10.1007/s11517-017-1625-y>
9. Christov I., Neycheva T., Schmid R. Fine tuning of the dynamic low-pass filter for electromyographic noise suppression in electrocardiograms // *Comput. Cardiol.* 2017. Vol. 44. P. 1–4. <http://www.cinc.org/archives/2017/pdf/088-007.pdf>, <https://doi.org/10.22489/CinC.2017.088-007>
10. Christov I., Gotchev A., Bortolan G., Neycheva T., Raikova R., Schmid R. Separation of the electromyographic from the electrocardiographic signals and vice versa. A topical review of the Dynamic procedure // *Int. J. Bioautomation.* 2020. Vol. 24, No. 3. P. 289–317. <https://doi.org/10.7546/ijba.2020.24.3.000744>
11. Tulyakova N., Trofymchuk O. Real-time filtering adaptive algorithms for non-stationary noise in electrocardiograms // *Biomedical Signal Processing and Control.* 2022. Vol. 72. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2021.103308>
12. Savitzky A., Golay M. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures // *Anal. Chem.* 1964. Vol. 36. P. 1627–1639. <https://doi.org/10.1021/ac60214a047>
13. Astola J., Kuosmanen P. *Fundamentals of Nonlinear Digital Filtering.* USA: CRC Press LLC, 1997. 276 p.
14. Pitas I., Venetsanopoulos A. N. *Nonlinear Digital Filters: Principles and Application.* USA: Kluwer Academic Publisher, 1990. 324 p.
15. Хьюбер Дж. П. Робастность в статистике : пер. с англ. Москва : Мир, 1984. 304 с.
16. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений / Т. С. Хуанг, Дж.-О. Эклунд, Г. Дж. Нусбаумер и др. ; под ред. Т. С. Хуанга : пер. с англ. Москва : Радио и связь, 1984. 224 с.
17. Astola J., Heinonen P., Neuvo Y. Liner Median Hybrid Filters // *ISCAS'86: Proc. of the IEEE Int. Symp. Circuits and Systems*, May 5-7, 1986. San Jose, California (USA), 1986. P. 357–360.
18. Heinonen P., Neuvo Y. FIR Median Hybrid Filter // *Proc. of the IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Processing.* 1987. Vol. ASSP–35, No. 6. P. 832–838.
19. Nieminen A., Heinonen P., Neuvo Y. A New Class of Detail-Preserving Filters for Image Processing // *Proc. of the IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligens.* 1987. Vol. PAMI-9. P. 74–90.
20. Heinonen P., Neuvo Y. Median type filters with predictive FIR substructures // *Proc. of the IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Process.* 1988. Vol. 36, No. 6. P. 892–899.
21. Wichman R., Astola J., Heinonen P., Neuvo Y. FIR-Median Hybrid Filter with Excellent Transient Response in Noisy Conditions // *Proc. of the IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing.* 1990. Vol. 38, No. 12. P. 2108–2116.
22. Neejarvi J., Varri A., Fotopouls S., Neuvo Y. Weighted FMH filters // *Signal Processing.* 1993. Vol. 31. P. 181–190.
23. Gonzalez J. G., Paredes J. L., Arce G. R. Zero-Order Statistics: A Mathematical Framework for the Processing and Characterization of Very Impulsive Signals // *IEEE Transactions on Signal Processing.* 2006. Vol. 54, No. 10. P. 3839–3851. <https://doi.org/10.1109/TSP.2006.880306>
24. Carrillo R. E., Aysal T. C., Barner K. E. A Generalized Cauchy Distribution Framework for Problems Requiring Robust Behavior // *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing.* 2010. Vol. 2010. 19 p. <https://doi.org/10.1155/2010/312989>
25. Kalluri S., Arce G. R. Adaptive weighted myriad filter algorithms for robust signal processing in α -stable noise environments // *IEEE Trans. Signal Process.* 1998. Vol. 46. P. 322–334. <https://doi.org/10.1109/78.655418>
26. Gonzalez J. G., Arce G. R. Optimality of the myriad filter in practical impulsive-noise environments // *IEEE Transactions on Signal Processing.* 2001. Vol. 49, No. 2. P. 438–441. <https://doi.org/10.1109/78.902126>
27. Gonzalez J. G., Arce G. R. Statistically-efficient filtering in impulsive environments: weighted myriad filters // *EURASIP J. Adv. Signal Process.* 2002. No. 363195 P. 4–20. <https://doi.org/10.1155/S110865702000483>
28. Абрамов С. К. Алгоритм реализации мириадной фильтрации // *Авиационно-космическая техника и технология.* 2000. № 21. С. 143–147.
29. Тулякова Н. О., Трофимчук А. Н., Стрижак А. Е. Алгоритмы мириадной фильтрации // *Радиоэлектронные и компьютерные системы.* 2014. № 4 (68). С. 76–83.
30. Abramov S. K., Lukin V. V., Astola J. Adaptive myriad filter // *CD-ROM Proc. of NSIP'2001. Baltimore (USA),* 2001. 5 p.
31. Тулякова Н. О. Локально-адаптивные мириадные фильтры // *Радиотехника.* 2014. № 179. С. 50–59.
32. Тулякова Н. О., Трофимчук А. Н., Будник Н. Н., Стрижак А. Е. Сравнительный анализ локально-адаптивных нелинейных фильтров для комплексной модели одномерного сигнала // *Радиоэлектронные и компьютерные системы.* 2015. № 2 (72). С. 97–111.
33. Тулякова Н. О., Лопаткин Р. Ю., Трофимчук А. Н., Стрижак А. Е. Применение локально-адаптивной мириадной фильтрации для комплексной модели одномерного сигнала // *Радиоэлектронные и компьютерные системы.* 2017. № 3 (83). С. 14–25.
34. Tulyakova N., Neycheva T., Trofymchuk O., Stryzhak O. Locally-adaptive myriad filtration of one-dimensional complex signal // *International Journal Bioautomation.* 2018. Vol 22 (3). P. 273–294. <https://doi.org/10.7546/ijba.2018.22.3.275-296>
35. Тулякова Н. О., Трофимчук А. Н., Стрижак А. Е. Модифицированные локально-адаптивные мириадные фильтры // *Радиотехника.* 2019. № 196. С. 77–88.

36. Тулякова Н. О., Трофимчук А. Н., Будник Н. Н., Стрижак А. Е. Применение локально-адаптивной устойчивой фильтрации для повышения точности оценок экстремумов различного типа // Радиотехника. 2015. № 183. С. 59–67.
37. Pander T. An application of weighted myriad filter to suppression an impulsive type of noise in biomedical signals // TASK Quarterly. 2004. Vol. 2, No. 8. P. 199–216.
38. Pander T. Impulsive noise filtering in biomedical signals with application of new myriad filter // BIOSIGNAL' 2010: Proc. of the Int. Conf. 2010. Vol. 20. P. 94–101.
39. Pander T. The class of M-filters in the application of ECG signal processing // Biocybernetics and Biomedical Engineering. 2006. Vol. 26, No. 4. P. 3 – 13.
40. Тулякова Н. О. Локально-адаптивная мириадная фильтрация сигнала электрокардиограммы // Радиотехника. 2015. Вып. 180. С. 152–162.
41. Тулякова Н. О., Трофимчук А. Н., Стрижак А. Е. Алгоритмы фильтрации электрокардиограммы с динамически изменяемым размером окна // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2016. № 2 (76). С. 4–14.
42. Тулякова Н. О., Трофимчук А. Н., Стрижак А. Е. Адаптивные мириадные фильтры для обработки сигналов электрокардиограммы, регистрируемых с высокой частотой дискретизации // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2016. № 4 (78). С. 97–107.
43. Tulyakova N., Trofimchuk A., Strizhak A. Adaptive algorithms for elimination of electromyographic noise in the electrocardiogram signal // Telecommunications and Radio Engineering. 2018. Vol. 77, No. 6. P. 549–561. <https://doi.org/10.1615/TelecomRadEng.v77.i6.70>
44. Tulyakova N. Locally-Adaptive Myriad Filters for Processing ECG Signals in Real Time // International Journal Bioautomation. 2017. Vol. 21 (1). P. 5–18.
45. Тулякова Н. О., Трофимчук А. Н., Стрижак А. Е. Адаптивный метод с шумо- и сигнально-зависимым переключением фильтров для подавления нестационарного шума в сигнале электрокардиограммы в реальном времени // Радиотехника. 2018. № 194. С. 79–96.
46. Neejarvi J., Neuvo Y., Varri A., Mitra U. Algorithms for real-time trend detection // Signal Processing. 1989. Vol. 18. P. 1–15.
47. Varri A., Neejarvi J., Neuvo Y. A new class of filters to remove artifacts from physiological signals // EUSIPCO'92: Proc. of the 6th European Signal Processing Conf. Bruxelles (Belgium), 1992. P. 1741–1744.
48. Neejarvi J., Fotopoulos S., Neuvo Y. A new class of sinusoidal-preserving FMH filters // IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Singapore, 1991. Vol. 1. P. 220–223. <https://doi.org/10.1109/ISCAS.1991.176313>
49. Yang R., Yin L., Gabbouj M., Astola J., Neuvo Y. Optimal Weighted Median Filtering Under Structural Constraints // Proc. of the IEEE Trans. on Signal Processing. 1995. Vol. 43, No. 3. P. 591–604.
50. Yuriy S. S., Yrjö N., Sanowar K. Review of Unbiased FIR Filters, Smoothers, and Predictors for Polynomial Signals // Frontiers in Signal Processing, 2018. Vol. 2, No. 1. <https://dx.doi.org/10.22606/fsp.2018.21001>
51. Лукин В. В., Тулякова Н. О., Дорошук М. О. Анализ свойств алгоритмов нелинейной фильтрации одномерных информационных сигналов // Авиационно-космическая техника и технология. 1999. № 12. С. 109–113.
52. Тулякова Н. О. Применение нелинейной фильтрации для повышения точности измерения координат экстремумов // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2007. № 2 (21). С. 82–89.
53. Бых А. И., Тулякова Н. О. Методы локально-адаптивной устойчивой фильтрации с линейными субапертурами с конечной импульсной характеристикой // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2012. № 2 (54). С. 25–34.
54. Колодяжный В. М., Тулякова Н. О. Применение взвешенного гибридного медианного фильтра с линейными субапертурами с конечной импульсной характеристикой для удаления артефактов в энцефалограммах // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2010. № 3. С. 87–91.
55. Тулякова Н. О. Применение "Растущего на месте" КИХ-гибридного медианного фильтра для удаления нелинейного тренда ЭКГ // Радиоэлектронные и компьютерные системы. 2009. № 3. С. 73–77.

Поступила в редколлегию 27.08.2021

Сведения об авторах:

Тулякова Наталья Олеговна – канд.техн. наук, Институт прикладной физики НАНУ, научный сотрудник, Украина; e-mail: natashatu@ukr.net; nataliyatulyakova@gmail.com; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9158-8967>

Трофимчук Александр Николаевич – д-р техн. наук, проф., член-кор. НАНУ, Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства НАНУ, директор, Украина; e-mail: itgis@nas.gov.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3358-6274>