УДК 621.396 **DOI:10.30837/rt.2021.2.205.19**

А.А. КУЗНЕЦОВ, д-р техн. наук, А.А. СМИРНОВ, д-р техн. наук, Т.Ю. КУЗНЕЦОВА

ШУМОПОДОБНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИГНАЛЫ ДЛЯ АСИНХРОННЫХ СИСТЕМ КОДОВОГО РАЗДЕЛЕНИЯ РАДИОКАНАЛОВ

Введение

Технология прямого расширения спектра (Direct-Sequence Spread Spectrum – DSSS) используется в системах радиосвязи с множественным доступом, системах глобального позиционирования, беспроводных сетях различного назначения и пр. [1 – 3]. Модуляция прямой расширяющей последовательностью делает передаваемый сигнал более широким по полосе пропускания, чем полоса пропускания информационного сигнала [4]. Это позволяет повысить устойчивость к непреднамеренному или намеренному заклиниванию (jamming), реализовать совместное использование одного канала несколькими пользователями, затруднить перехват и т.д. [1 – 3]. Технология расширения спектра прямой последовательностью используется в различных приложениях, например в спутниковых навигационных системах (GPS, Galileo и ГЛОНАСС), в системах множественного доступа с кодовым разделением каналов (CDMA), в сетях IEEE 802.11 и IEEE 802.15.4 и др. [3].

В основе технологии DSSS лежит использование длинных псевдослучайных последовательностей (дискретных сигналов), которые называются расширяющими. Информационные биты модулируются расширяющей последовательностью и сообщение скремблируется. Передаваемый расширенный сигнал похож на ограниченный по полосе белый шум, т.е. приобретает вид шумоподобного. При этом скорость передачи расширенного сигнала значительно выше исходной информационной скорости, т.е. полоса пропускания расширяется кратно длине расширяющей последовательности [2].

На принимающей стороне используется точная копия расширяющего сигнала. Вычисляя корреляцию между принятым сигналом и расширяющей последовательностью, приемник восстанавливает информационное сообщение [2].

Следует заметить, что для мобильных абонентов сложно обеспечить точную координацию линий связи между мобильными устройствами. Это означает, что корреляция может вычисляться для произвольно выбранных начальных точек (для любой копии циклически сдвинутого дискретного сигнала) [3]. В этом случае используют асинхронные техники, т.е. такие наборы расширяющих последовательностей (например, Голда (Gold), последовательности Касами (Kasami) и пр.), которые статистически некоррелированы для произвольно выбранных начальных точек [1 – 3]. В то же время кардинальность (мощность множества) известных наборов расширяющих последовательностей как правило невелика [5, 6].

В статье рассматриваются новые наборы расширяющих последовательностей для асинхронных систем кодового разделения радиоканалов, предложенные и подробно исследованные в [7 – 11]. Эти наборы имеют значительно большую кардинальность. При этом последовательности статистически некорелированы. Функция корреляции многозначна, причем максимальное абсолютное значение $\rho_{\max}$ асимптотически стремится к границе Велча (Welch) [12, 13].

1. Обзор литературы

Наиболее подробно теоретические положения и аспекты практического применения технологии прямого расширения спектра изложены в [2, 3, 14, 15]. Исследованию наборов расширяющих последовательностей посвящено много научных статей. Однако наибольшее практическое использование получили коды Голда [16, 17], а также большой и малый набор последовательностей Касами (Kasami) [3, 18, 19].

Коды Голда используются в глобальной спутниковой навигационной системе GPS для разделения сигналов космических аппаратов, в 3G системе мобильной связи стандарта WCDMA для скремблирования CDMA кодов и т. п. [2 – 4, 20]. Такая популярность кодов Голда объясняется, с одной стороны, исключительной простотой их генерации (используются простейшие переключательные схемы на основе линейных регистров сдвига). С другой стороны, последовательности Голда слабокоррелированы друг с другом, максимальное абсолютное значение функции корреляции очень близко к известной границе Велча (Welch) [12, 13, 21].

К сожалению, кардинальность кодов Голда невелика. Например, для длины последовательностей $N = 2^n - 1$ кардинальность $M = 2^n + 1$. При этом коды Голда имеют трехзначную функцию автокорреляции [4, 16, 17]:

$$\rho_{Gold} = \begin{cases} \dfrac{\varphi(t) - 2}{N}, \\ \dfrac{-1}{N}, \\ \dfrac{-\varphi(t)}{N}, \end{cases}$$

где максимальное абсолютное значение этой функции (а также функции взаимной корреляции)

$$\rho_{Gold\max} = \varphi(t) = \begin{cases} \dfrac{1 + 2^{\frac{n+1}{2}}}{N}, n = 2p + 1, \\ \dfrac{1 + 2^{\frac{n+2}{2}}}{N}, n = 2p. \end{cases} \tag{1}$$

Здесь и далее используем нормированные относительно длины N функции корреляции.

Другой хороший пример расширяющих последовательностей, часто используемый в системах DSSS, - это большой и малый набор последовательностей Касами (Kasami) [3, 18, 19].

Для малого набора кодов Касами (с периодом $N = 2^n - 1$) кардинальность $M = 2^{\frac{n}{2}}$. При этом

$$\rho_{SKasami\max} = \frac{1 + 2^{\frac{n}{2}}}{N}, n = 2p. \tag{2}$$

Для большого набора кодов Касами кардинальность $M = 2^{\frac{n}{2}}(2^{\frac{n}{2}} + 1)$ и

$$\rho_{GKasami\max} = \frac{1 + 2^{\frac{n+2}{2}}}{N}, n = 2p. \tag{3}$$

Таким образом, кардинальность наборов расширяющих последовательностей Голда и Касами сопоставима с периодом последовательностей $M \approx N$. Это вносит ограничения на емкость (Capacity) множественного доступа [22 – 24]. Если каждой паре абонентов выделена одна расширяющая последовательность, тогда число одновременно обслуживаемых пар абонентов ограничено $M \approx N$.

Например, для $n = 10$ период последовательности $N = 1023$ и:

- кардинальность набора кодов Голда $M = 1025$;

- кардинальность малого набора кодов Касами $M = 32$;
- кардинальность большого набора кодов Касами $M = 1056$

и емкость множественного доступа с кодовым разделением каналов в зоне действия одной базовой станции будет ограничена примерно 10^3.

Для повышения емкости множественного доступа нужно либо увеличить N (что приведет к увеличению временных затрат на обработку каждого информационного сообщения). Либо нужны новые наборы расширяющих последовательностей, которые для таких же значений N обладают повышенной кардинальностью $M > N$. При этом расширяющие последовательности должны быть слабокоррелированы друг с другом для произвольно выбранных начальных точек [13].

Таким образом, задача генерации расширяющих последовательностей для асинхронных CDMA состоит в формировании большого числа псевдослучайных последовательностей (обычно рассматриваются двоичные векторы с элементами 1 или -1) с особыми корреляционными свойствами [7, 10], т.е. необходимо максимизировать кардинальность M набора последовательностей длины N, для которых взаимная корреляция не превосходит $\rho_{\max}$.

Известной фундаментальной границей, связывающей M, N и $\rho_{\max}$ является граница Велча [12, 13, 21].

2. Граница Велча

Граница Велча впервые введена в работе [12]. Эта граница устанавливает ограничение на квадрат корреляции $\left(\rho_{\max}\right)^2$ различных последовательностей при заданной длине N и кардинальности M.

Пусть $\{x_1, \ldots, x_M\}$ являются двоичными векторами длины N (все элементы каждого вектора x_i равны 1 или -1).

Определим

$$\rho_{\max} = \frac{\max\limits_{i \neq j} \left\langle x_i, x_j \right\rangle}{N},$$

где $\left\langle x_i, x_j \right\rangle$ – скалярное произведение векторов x_i и x_j.

Тогда для $k = 1, 2, \ldots$ справедлива граница (Велча) [12]:

$$\left(\rho_{\max}\right)^{2k} \geq \frac{1}{M-1}\left[\frac{M}{\binom{N+k-1}{k}} - 1\right].$$

Очевидно, что для $k = 1$ имеем границу на квадрат взаимной корреляции последовательностей x_i:

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \geq \frac{1}{M-1}\left[\frac{M}{N} - 1\right] = \frac{M-N}{(M-1)N}. \tag{4}$$

Для асинхронных CDMA все последовательности x_i должны быть статистически некоррелированы для произвольно случайных начальных точек. Другими словами, помимо каждой последовательности x_i мы должны рассмотреть также все циклически сдвинутые копии x_i. Тогда в границе (4) нужно заменить M на MN, что дает [13]:

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \geq \frac{MN-N}{(MN-1)N} = \frac{M-1}{MN-1}. \tag{5}$$

Граница (5) определяет фундаментальный предел, ниже которого квадрат взаимной корреляции между любыми циклически сдвинутыми копиями разных последовательностей опуститься не может.

Для случая $M >> 1$ граница (5) принимает очень простой вид [13]:

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \geq \frac{1}{N} \tag{6}$$

и чаще всего модуль взаимной корреляции сгенерированных сигналов сравнивают именно с величиной $\frac{1}{\sqrt{N}}$. Асимптотически $\lim_{N\to\infty}\left(\frac{1}{N}\right) = 0$.

3. Коды Голда, множества Касами и граница Велча

3.1. Коды Голда и граница Велча

Рассмотрим границу Велча для параметров кодов Голда:

$$N = 2^n - 1,\; M = 2^n + 1 = N + 2.$$

Подставляя в (5), получим:

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \geq \frac{N+1}{(N+2)N-1},$$

причем

$$\lim_{N\to\infty}\left(\rho_{\max}\right)^2 = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{N+1}{(N+2)N-1}\right) = 0.$$

Разложение в ряд Лорана (Laurent series) имеет вид

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \approx \frac{1}{N} - \left(\frac{1}{N}\right)^2 + \left(\frac{3}{N}\right)^3 - \left(\frac{7}{N}\right)^4 + \left(\frac{17}{N}\right)^5 - \left(\frac{41}{N}\right)^6 +$$
$$+\left(\frac{99}{N}\right)^7 - \left(\frac{239}{N}\right)^8 + \left(\frac{577}{N}\right)^9 - \left(\frac{1393}{N}\right)^{10} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{11}\right)$$

и это хорошо аппроксимирует границу (6).

Реальные значения взаимной корреляции для кодов Голда соответствуют (1). Например, для нечетных n имеем:

$$\left(\rho_{Gold\max}\right)^2 = \left(\frac{1+2^{\frac{n+1}{2}}}{2^n-1}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2(N+1)}+1}{N}\right)^2.$$

Аппроксимация с помощью ряда Пюизо (Puiseux series) дает

$$\left(\rho_{Gold\max}\right)^2 \approx \frac{2}{N} + 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{N}\right)^{(3/2)} + \frac{3}{N^2} +$$
$$+\sqrt{2}\left(\frac{1}{N}\right)^{(5/2)} - \frac{\left(\frac{1}{N}\right)^{(7/2)}}{2\sqrt{2}} + \frac{\left(\frac{1}{N}\right)^{(9/2)}}{4\sqrt{2}} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{(11/2)}\right).$$

Используя только первый член ряда, имеем $\left(\rho_{Gold\max}\right)^2 \approx \frac{2}{N}$. Это означает, что для больших значений N взаимная корреляция кодов Голда $\approx \frac{1.4}{\sqrt{N}}$. Это очень близко к границе (6).

В пределе имеем

$$\lim_{N\to\infty}\left(\rho_{Gold\max}\right)^2 = \lim_{N\to\infty}\left(\left(\frac{\sqrt{2(N+1)}+1}{N}\right)^2\right) = 0,$$

т.е. асимптотически (при $N \to \infty$) коды Голда удовлетворяют границе Велча.

3.2. Множества Касами и граница Велча

Рассмотрим границу Велча для малого набора кодов Касами:

$$N = 2^n - 1,\quad M = 2^{\frac{n}{2}} = \sqrt{N+1}.$$

Подставляя в (5), получим:

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \geq \frac{\sqrt{N+1}-1}{\sqrt{N+1}N-1},$$

причем

$$\lim_{N\to\infty}\left(\rho_{\max}\right)^2 = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{\sqrt{N+1}-1}{\sqrt{N+1}N-1}\right) = 0.$$

Разложение в ряд Пюизо (Puiseux series) имеет вид

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \approx \frac{1}{N} - \left(\frac{1}{N}\right)^{3/2} + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{N}\right)^{5/2} - \left(\frac{1}{N}\right)^3 -$$
$$-\frac{7}{8}\left(\frac{1}{N}\right)^{7/2} + \frac{2}{N^4} - \frac{5}{16}\left(\frac{1}{N}\right)^{9/2} - \frac{2}{N^5} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{11/2}\right),$$

что хорошо аппроксимирует границу (6).

Реальные значение взаимной корреляции соответствуют (2), т.е.:

$$\left(\rho_{SKasami\max}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{N+1}+1}{N}\right)^2.$$

Аппроксимация с помощью ряда Пюизо (Puiseux series) дает

$$\left(\rho_{SKasami\max}\right)^2 \approx \frac{1}{N} + 2\left(\frac{1}{N}\right)^{3/2} + \frac{2}{N^2} +$$
$$+\left(\frac{1}{N}\right)^{5/2} - \frac{1}{4}\left(\frac{1}{N}\right)^{7/2} + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{N}\right)^{9/2} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{11/2}\right).$$

Аппроксимируя по первому члену ряда, получаем $\left(\rho_{SKasami\max}\right)^2 \approx \frac{1}{N}$, что совпадает с (6).

Для большого набора кодов Касами кардинальность

$$M = 2^n + 2^{n/2} = N + 1 + \sqrt{N+1},$$

т.е. граница имеет вид

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \geq \frac{N+\sqrt{N+1}}{(N+1+\sqrt{N+1})N-1} \approx$$

$$\approx \frac{1}{N} - \left(\frac{1}{N}\right)^2 + \left(\frac{1}{N}\right)^{5/2} + \left(\frac{1}{N}\right)^3 - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{N}\right)^{7/2} -$$

$$-\frac{1}{N^4} + \frac{23}{8}\left(\frac{1}{N}\right)^{9/2} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{11/2}\right) \approx \frac{1}{N},$$

что соответствует (6).

Для реальных значений взаимной корреляции (3) имеем:

$$\left(\rho_{GKasami\max}\right)^2 = \left(\frac{1+2\sqrt{N+1}}{N}\right)^2 \approx \frac{4}{N} + 4\left(\frac{1}{N}\right)^{3/2} + \frac{5}{N^2} +$$

$$+2\left(\frac{1}{N}\right)^{5/2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{N}\right)^{7/2} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{N}\right)^{9/2} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{11/2}\right) \approx \frac{4}{N}.$$

Итоговые результаты оценок кардинальности и модуля корреляции рассмотренных последовательностей сведены в табл. 1.

Таблица 1

Оценка квадрата корреляции расширяющих последовательностей

Параметр	Кардинальность набора, M	Оценка модуля корреляции по первому члену ряда
Коды Голда	$N+2$	$\frac{1.4}{\sqrt{N}}$
Малое множество Касами	$\sqrt{N+1}$	$\frac{1}{\sqrt{N}}$
Большое множество Касами	$N+1+\sqrt{N+1}$	$\frac{2}{\sqrt{N}}$
Новый набор	$(N+1)^2+N+2$	$\frac{2.8}{\sqrt{N}}$

Очевидно, что даже незначительное увеличение кардинальности наборов расширяющих последовательностей приводит к кратному увеличению модуля корреляции. Например, только для малого множества Касами с $M=\sqrt{N+1}$ оценка корреляции сравнима с границей Велча. Для большого множества модуль корреляция возрастает в два раза. Хотя асимптотически (при $N \to \infty$) все наборы из табл. 1 удовлетворяют границе Велча $\lim\limits_{N\to\infty}\left(\rho_{\max}\right)^2 = 0$.

4. Новые наборы расширяющих последовательностей

Новые наборы последовательностей со специальными корреляционными свойствами рассмотрены в [7 – 11]. В частности, в [9, 10] представлена общая концепция генерации таких наборов, в [7, 11] изучены их корреляционные свойства, а в [8] – аспекты реализации. Генерация этих наборов последовательностей реализуется с помощью простейших переключательных устройств (регистров сдвига с линейными обратными связями).

В данной работе мы рассматриваем простейший случай расширяющих последовательностей с пятизначной функцией автокорреляции (для нечетных n) [7, 11]:

$$\rho_{New} = \begin{cases} \dfrac{-1-2^{\frac{n+1}{2}+1}}{2^n-1}; \\ \dfrac{-1-2^{\frac{n+1}{2}}}{2^n-1}; \\ \dfrac{-1}{2^n-1}; \\ \dfrac{-1+2^{\frac{n+1}{2}}}{2^n-1}; \\ \dfrac{-1+2^{\frac{n+1}{2}+1}}{2^n-1}. \end{cases}$$

Максимальное абсолютное значение этой функции (а также функции взаимной корреляции)

$$\rho_{New\max} = \frac{1+2^{\frac{n+1}{2}+1}}{2^n-1},\ n = 2p+1 \tag{7}$$

с параметрами

$$N = 2^n - 1,\ M = 2^{2n} + 2^n + 1 = (N+1)^2 + N + 2.$$

Подставляя эти параметры в (5), получим:

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \geq \frac{(N+1)^2 + N + 1}{((N+1)^2 + N + 2)N - 1}$$

что при аппроксимации рядом Лорана дает

$$\left(\rho_{\max}\right)^2 \approx \frac{1}{N} - \left(\frac{1}{N}\right)^3 + \left(\frac{4}{N}\right)^4 - \left(\frac{9}{N}\right)^5 + \left(\frac{14}{N}\right)^6 -$$

$$-\left(\frac{11}{N}\right)^7 - \left(\frac{18}{N}\right)^8 + \left(\frac{101}{N}\right)^9 - \left(\frac{260}{N}\right)^{10} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{11}\right).$$

В пределе

$$\lim_{N\to\infty}\left(\rho_{\max}\right)^2 = \lim_{N\to\infty}\left(\frac{(N+1)^2 + N + 1}{((N+1)^2 + N + 2)N - 1}\right) = 0.$$

Используя реальное значение (7), получим:

$$\left(\rho_{New\max}\right)^2 = \left(\frac{1+2^{\frac{n+1}{2}+1}}{2^n-1}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{8(N+1)}+1}{N}\right)^2,$$

что при аппроксимации рядом Пюизо (Puiseux series) дает

$$\left(\rho_{New\max}\right)^2 \approx \frac{8}{N} + 4\sqrt{2}\left(\frac{1}{N}\right)^{(3/2)} + \frac{9}{N^2} + 2\sqrt{2}\left(\frac{1}{N}\right)^{(5/2)} -$$

$$-\frac{\left(\frac{1}{N}\right)^{(7/2)}}{\sqrt{2}} + \frac{\left(\frac{1}{N}\right)^{(9/2)}}{2\sqrt{2}} + O\left(\left(\frac{1}{N}\right)^{(11/2)}\right).$$

Это означает, что для больших значений N взаимная корреляция таких кодов $\approx \frac{2.8}{\sqrt{N}}$ (при аппроксимации первым членом ряда).

В пределе

$$\lim_{N\to\infty}\left(\rho_{\max}\right)^2=\lim_{N\to\infty}\left(\frac{\sqrt{8(N+1)}+1}{N}\right)^2=0,$$

т.е. асимптотически (при $N\to\infty$) новые наборы удовлетворяют границе Велча.

В последней строке табл. 1 приведены значения кардинальности новых наборов и оценки модуля корреляции по первому члену ряда. Очевидно, что в сравнении с другими наборами мы имеем значительное повышение кардинальности. Например, в сравнении с кодами Голда кардинальность увеличивается более чем в N раз. При этом модуль корреляции увеличивается примерно в два раза.

Выводы

Рассмотрены несколько наборов (коды Голда, большое и малое множество Касами, наборы из [7 – 11]) расширяющих последовательностей для возможного использования в асинхронных системах кодового разделения радиоканалов. Асинхронность предполагает использование последовательностей, которые статистически не коррелированны для произвольной циклически сдвинутой копии сигналов. Фундаментальным теоретическим пределом для этой характеристики является известная граница Велча.

Проведено сравнение корреляционных свойств различных наборов с этим фундаментальным пределом. Проведена оценка параметров разных кодов, приведены соответствующая граница и сравнение ее с реальными корреляционными характеристиками кодов. Для аппроксимации использовалось разложение в ряд Лорана и ряд Пюизо. Также оценивались асимптотические свойства, т.е. при $N\to\infty$.

Исследования показали, что асимптотически все рассмотренные наборы кодов удовлетворяют границе Велча, т.е. при $N\to\infty$ квадрат корреляции стремится к нулю.

При аппроксимации первым членом ряда удалось показать различия в корреляционных характеристиках расширяющих наборов. При этом все наборы близки к теоретическому пределу $\frac{1}{\sqrt{N}}$ модуля корреляции.

Новый расширенный набор последовательностей с пятизначной функцией корреляции также асимптотически удовлетворяют границе Велча. При аппроксимации первым членом ряда модуль корреляции ограничен $\frac{2.8}{\sqrt{N}}$, что в два раза превышает значение для кодов Голда. Однако при этом кардинальность нового набора значительно (в N раз) выше. Это существенное преимущество, которое позволит значительно повысить емкость асинхронных CDMA и удешевить услуги связи. Например, при $N=1000$ достигается расширение набора более, чем на три порядка, и это может оказаться существенным.

Новые наборы расширяющих сигналов можно использовать для мягкой емкости (Soft Capacity), т.е. базовая станция может увеличить абонентскую емкость при незначительном снижении качества обслуживания.

Список литературы:

1. Yang S.-M.M. Modern Digital Radio Communication Signals and Systems. Springer International Publishing, 2019.

2. Torrieri D. Principles of Spread-Spectrum Communication Systems. Springer International Publishing, 2018.

3. Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications | Wiley [Electronic resource] // Wiley.com. URL: https://www.wiley.com/en-us/Spread+Spectrum+and+CDMA%3A+Principles+and+Applications-p-9780470091784 (accessed: 01.08.2020).

4. Sklar B., Harris F.J. Digital Communications: Fundamentals and Applications. 3 edition. Hoboken: Prentice Hall, 2020. 1104 p.

5. Khalife J., Kassas Z.M. Navigation With Cellular CDMA Signals – Part II: Performance Analysis and Experimental Results // IEEE Transactions on Signal Processing. 2018. Vol. 66, № 8. P. 2204–2218.

6. Sklar B. Digital Communications: Fundamentals and Applications. Edición: 2. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2017. 1104 p.

7. Kuznetsov A. et al. Formation of Discrete Signals with Special Correlation Properties // 2019 International Conference on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics (UkrMiCo). Odessa, Ukraine: IEEE, 2019. P. 1–6.

8. Kuznetsov A. et al. Generators of Pseudorandom Sequence with Multilevel Function of Correlation // 2019 IEEE International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications, Science and Technology (PIC S T). 2019. P. 517–522.

9. Kuznetsov A. et al. Formation of Pseudorandom Sequences with Special Correlation Properties // 2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies (AICT). 2019. P. 395–399.

10. Kuznetsov A. et al. Discrete Signals with Special Correlation Properties // Proceedings of the Second International Workshop on Computer Modeling and Intelligent Systems (CMIS-2019), Zaporizhzhia, Ukraine, April 15-19, 2019 / ed. Luengo D. et al. CEUR-WS.org, 2019. Vol. 2353. P. 618–629.

11. Kuznetsov A. et al. Pseudorandom Sequences with Multi-Level Correlation Function for Direct Spectrum Spreading // 2019 IEEE International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT). 2019. P. 232–237.

12. Welch L. Lower bounds on the maximum cross correlation of signals (Corresp.) // IEEE Transactions on Information Theory. 1974. Vol. 20, № 3. P. 397–399.

13. Ipatov V.P. Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2005.

14. Rao R., Dianat S. Basics of Code Division Multiple Access (CDMA). 1000 20th Street, Bellingham, WA 98227-0010 USA: SPIE, 2005.

15. Buehrer R.M. Code Division Multiple Access (CDMA). Morgan & Claypool Publishers, 2006. 192 p.

16. Gold R. Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing (Corresp.) // IEEE Transactions on Information Theory. 1967. Vol. 13, № 4. P. 619–621.

17. Hamid M., Miller A. Gold Code Generators in Virtex Devices [Electronic resource]. 2000. URL: /paper/Gold-Code-Generators-in-Virtex-Devices-Hamid-Miller/9ce406a10eb3ae90edd8fa20590a0dcd8ed03c86 (accessed: 01.08.2020).

18. Kasami T. Weight Distribution Formula for Some Class of Cyclic Codes. Coordinated Science Laboratory, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1966.

19. Shi M., Krotov D.S., Solé P. A New Approach to the Kasami Codes of Type 2 // IEEE Transactions on Information Theory. 2020. Vol. 66, № 4. P. 2456–2465.

20. GPS explained: Transmitted GPS Signals [Electronic resource] // archive.is. 2012. URL: http://archive.is/eC7C (accessed: 01.08.2020).

21. Massey J.L., Mittelholzer T. Welch's Bound and Sequence Sets for Code-Division Multiple-Access Systems // Sequences II / ed. Capocelli R., De Santis A., Vaccaro U. New York, NY: Springer, 1993. P. 63–78.

22. Stüber G.L. Spread Spectrum Techniques // Principles of Mobile Communication / ed. Stüber G.L. Cham: Springer International Publishing, 2017. P. 449–499.

23. Torrieri D. Chapter 7 Code-Division Multiple Access // Principles of Spread-Spectrum Communication Systems / ed. Torrieri D. Cham: Springer International Publishing, 2015. P. 405–460.

24. Song T., Zhou K., Li T. CDMA System Design and Capacity Analysis Under Disguised Jamming // IEEE Transactions on Information Forensics and Security. 2016. Vol. 11, № 11. P. 2487–2498.

25. Korhonen J., You J. Peak signal-to-noise ratio revisited: Is simple beautiful? // 2012 Fourth International Workshop on Quality of Multimedia Experience. 2012. P. 37–38.

26. Kuznetsov A. et al. Adaptive Pseudo-Random Sequence Generation for Spread Spectrum Image Steganography // 2020 IEEE 11th International Conference on Dependable Systems, Services and Technologies (DESSERT). 2020. P. 161–165.

Поступила в редколлегию 28.03.2021

Сведения об авторах:

Кузнецов Александр Александрович – д-р техн. наук, профессор, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, профессор кафедры безопасности информационных систем и технологий, факультет компьютерных наук; Украина; e-mail: kuznetsov@karazin.ua; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2331-6326

Смирнов Алексей Анатольевич – д-р техн. наук, профессор, Центральноукраинский национальный технический университет, м. Кропивницкий, заведующий кафедрой кибербезопасности и программного обеспечения; Украина; e-mail: dr.smirnovoa@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9543-874X

Кузнецова Татьяна Юрьевна – Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, научный сотрудник научно-исследовательской части; Украина; e-mail: kuznetsova.tatiana17@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6154-7139