# ШУМЫ ДЕТЕКТОРА ПРИ БОЛЬШИХ УРОВНЯХ НЕСУЩЕЙ

*В. Н. Бельдюгин, В. А. Арбузников*

Одесса

Для параметрических схем типа «модулятор — демодулятор» представляет интерес анализ и расчет шумов детектора, когда на него подается сигнал с большим уровнем несущей, но малой глубиной модуляции. Практически можно ограничиться рассмотрением шумов такого детектора при отсутствии модуляции.

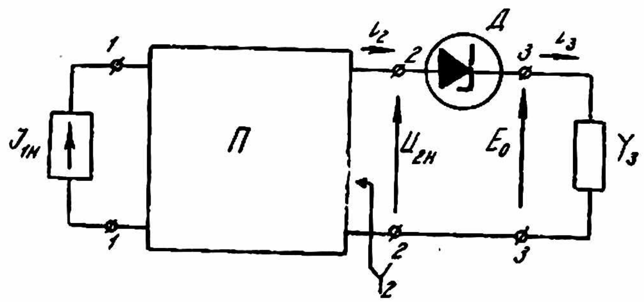


Рис. 1.

На рис. 1 приведена схема детектора. В левой части изображен источник сигнала частоты $\omega$ с выходной проходимостью $Y_1$, не равной $\infty$ лишь в диапазоне частот от $\omega$ до $\omega \pm \Omega_в$. Проводимость нагрузки детектора отлична от $\infty$ только в диапазоне частот $0 - \Omega_в$.

Используя методику, предложенную в работах [1 и 2], можно представить детектор в виде двух эквивалентных схем: нелинейной для частоты несущей и параметрической для остальных частот. Чтобы вычислить собственные шумы, достаточно рассмотреть вторую эквивалентную схему, представленную на рис. 2. Здесь $i_{ш.д}$ — ток шумового генератора, учитывающего собственные шумы детектора в результате флуктуаций тока частоты несущей и проводимости $n-p$-перехода. Рассчитаем шумы схемы рис. 2.

Пусть в момент времени $t_i$ протекающий через детектор ток вследствие неравномерности дрейфа дырок или электронов через переход получил импульсное приращение $\delta_i$, малое по величине и длительности, так как дробовой шум детектора имеет равномерный спектр с нормально распределенными случайными амплитудами и фазами отдельных его составляющих. Тогда между зажимами детектора возникает импульс тока, равный нулю при $t \neq t_i$. Такой импульс обладает равномерным спектром, каждая составляющая которого в малой полосе $\Delta\omega$ описывается эквивалентной гармонической функцией

$$i_ш = \delta J_ш \cos\omega_н (t - t_i), \tag{1}$$

в которой эквивалентная амплитуда тока $\delta J_ш = \mathrm{const}$ и не зависит от частоты.

Следовательно, в бесконечно малом промежутке частот на частотах $\Omega$, $\omega_н + \Omega$ и $\omega_н - \Omega$ через детектор протекут токи:

$$i_\Omega = \sigma J_ш \cos\Omega (t - t_i);$$

$$i_+ = - cJ_ш \cos(\omega_н + \Omega)(t - t_i);$$

$$i_- = - \sigma J_ш \cos(\omega_н - \Omega)(t - t_i).$$

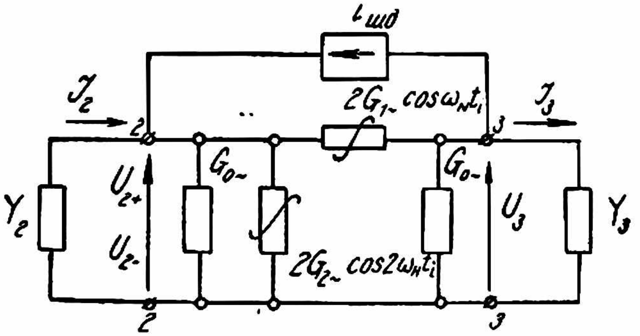


Рис. 2.

Суммируя токи $i_+$ и $i_-$

$$i_+ + i_- = 2\sigma J_ш \cos\Omega (t - t_i)\cos\omega_н t_i \cos\omega_н t +$$
$$+ 2\delta J_ш \cos\Omega (t - t_i)\sin\omega_н t_i \sin\omega_н t;$$

находим, что амплитуды синфазной $J_{2\tau}$ и квадратурной $J_{2n}$ составляющих шумовых токов частоты $\omega_н$ относительно напряжения $U_{2н}$ несущей на входе детектора равны

$$J_{2\tau} = -2\delta J_ш \cos\omega_н t_i \cos\Omega (t - t_i); \tag{2a}$$

$$J_{2n} = -2\delta J_ш \sin\omega_н t_i \cos\Omega (t - t_i).$$

Тогда на основании формул (18) и (19) работы [2] получим мгновенное значение тока короткого замыкания шумов с частотой $\Omega$ на выходе детектора

$$i_{кз} = \sigma J_ш \{ \cos\Omega (t - t_i) - 2|K_{3\tau}|\cos\omega_н t_i \cos[\Omega (t - t_i) +$$
$$+ \varphi_\tau] - 2|K_{3n}|\sin\omega t_i \cos[\Omega (t - t_i) + \varphi_n]\}, \tag{3}$$

где $K_{3\tau}$ и $K_{3n}$ — отношения амплитуд токов с частотой $\Omega$ на выходе детектора к амплитудам токов синфазного и квадратурного относительно напряжения несущей $u_{2н}$, протекающих на входе детектора с частотой $\omega_n$. Возведя (3) в квадрат и обозначив

$$a_0 = 1 + 2[|K_{3\tau}|^2 + |K_{3n}|^2];$$

$$a_1 = 4|K_{3\tau}|\cos\varphi_\tau;$$

$$a_2 = 2(|K_{3\tau}|^2 - |K_{3n}|^2); \tag{4}$$

$$b_1 = 4|K_{3n}|\sin\varphi_n;$$

$$b_2 = 4|K_{3\tau}||K_{3n}|\cos(\varphi_\tau - \varphi_n),$$

получим значение квадрата амплитуды тока короткого замыкания частоты $\Omega$

$$J^2_{\text{кз}}(t_i) = \sigma J^2_{\text{ш}}\,[a_0 - a_1 \cos\omega_n t_i - b_1 \sin\omega_n t_i + $$
$$+ a_2 \cos 2\omega_{\text{н}} t_i + b_2 \sin 2\omega_{\text{н}} t_i]. \qquad (5)$$

Так как дробовой шум, вызванный протеканием через детектор постоянного тока, является процессом эргодическим, то, согласно работам [3 и 4],

$$\overline{\delta J^2_{\text{ш}_0}} = m(0)\,\delta J^2_{\text{ш}_0} = 4kTA\Delta f = 4kT\,[S + 20\,|\,i_{\text{д}}\,|\,]\,\Delta f,$$

где $|\,i_{\text{д}}\,|$ — абсолютное значение тока, протекающего через детектор;
$S$ — крутизна вольт-амперной характеристики детектора в рабочей точке.

В нашем случае через детектор протекает периодический пульсирующий с частотой $\omega_{\text{н}}$ ток (см. рис. 1), следовательно, $S(t)$ и $i_{\text{д}}(t)$ — периодические функции времени той же частоты. Если они заменяются со временем частотой значительно меньшей, чем верхняя сторона спектра дробового шума, то

$$\sigma J^2_{\text{ш}} \neq m(0)\,\delta J^2_{\text{ш}} = 4kTA(t_i)\,\Delta f. \qquad (6)$$

Здесь $t_i$ — момент времени в том случае, когда мы берем среднеквадратичную по ансамблю реализацию $\delta J_{\text{ш}}$. Согласно работе [4].

$$A(t_i) = S(t_i) + 20\,|\,i_{\text{д}}(t_i)\,|\,. \qquad (7)$$

При частоте изменения $A(t_i)$, сравнимой с верхней частотой дробового шума, следует учитывать зависимость спектральной плотности дробового шума от частоты по формуле (2.2) из работы [3]. Учитывая выражение (5), умноженное на $m(0)$,

$$m(0)\,J^2_{\text{кз}}(t_i) = (a_0 - a_1 \cos\omega_n t_i - b_1 \sin\omega_n t_i + $$
$$+ a_2 \cos 2\omega_n t_i + b_2 \sin 2\omega_{\text{н}} t_i)\,m(0)\,\delta J^2_{\text{ш}}$$

и разлагая $A(t_i)$ в ряд Фурье по частотам значения $\omega_n$ из формулы (6), получим

$$m(0)\,J^2_{\text{кз}}(t_i) = 4kT\,(a_0 - a_1 \cos\omega_{\text{н}} t_i - b_1 \sin\omega_{\text{н}} t_i + $$
$$+ a_2 \cos 2\omega_{\text{н}} t_i + b_2 \sin 2\omega_{\text{н}} t_i)\,(A_0 - A_1 \cos\omega_{\text{н}} t_i + A_2 \cos 2\omega_{\text{н}} t_i + \ldots)\,\Delta f. \qquad (8)$$

Найдем квадрат эффективного значения амплитуды тока короткого замыкания шумов с частотой $\Omega$ на выходе детектора. Для этого надо усреднить $m(0)\,J^2_{\text{кз}}(t_i)$ во времени, учитывая, что это произведение является периодической функцией частоты $\omega_{\text{н}}$; достаточно найти его среднее значение за период $\frac{2\pi}{\omega_{\text{н}}}$. Заменив в формуле (8) переменную $\omega_{\text{н}} t_i$ на $\varphi_{\text{н}i}$ и проинтегрировав (8) от $-\pi$ до $\pi$, получим искомое

$$\Delta J^2_{\text{эф. к. з}} = 4kT\,\Delta f\,\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} (A_0 - A_1 \cos\varphi_{\text{н}i} + A_2 \cos 2\varphi_{\text{н}i} + \ldots) \times$$
$$\times (a_0 - a_1 \cos\varphi_{\text{н}i} - b_1 \sin\varphi_{\text{н}i} + a_2 \cos 2\varphi_{\text{н}i} + b_2 \sin 2\varphi_{\text{н}i})\,d\varphi_{\text{н}i}. \qquad (9)$$

Проводя интегрирование и подставляя в выражение (9) значения величин из (4), получаем

$$\Delta J^2_{\text{эф. к. з}} = 4kT\,\Delta f\,\{\,A_0 + (2A_0 - A_1)\,|\,k_{3\tau}\,|^2 - $$
$$- 2A_1\,|\,K_{3\tau}\,|\cos\varphi_\tau + 2(A_0 - A_2)\,|\,K_{3n}\,|^2\,. \qquad (10)$$

Найдем квадрат эффективного значения тока короткого замыкания во всей полосе пропускания нагрузки детектора, т. е. от 0 до $\Omega_в$, для чего проинтегрируем формулу (10) в этой полосе

$$J^2_{эф.\,к.\,з} = \frac{4kT}{2\pi}\int\limits_0^{\Omega_в} \Delta J^2_{эф.\,к.\,з} d\Omega. \tag{11}$$

Отметим, что $K_{з\tau}$ и $K_{зл}$ являются функциями частоты огибающей, т. е. $\Omega$.

Аналогичным приемом найдем квадраты эффективных значений амплитуд огибающих токов, синфазного и квадратурного к напряжению несущей $U_{2н}$ на входе детектора $J^2_{2\tau}$ и $J^2_{2n}$, а также квадрат амплитуды эффективного значения напряжения низкой частоты на нагрузке детектора от собственных шумов $\Delta U^2_з$

$$J^2_{2\tau} = 4kT\left(A_0 + \frac{1}{2}A_2\right)\Delta f;$$

$$J^2_{2n} = 4kT\left(A_0 - \frac{1}{2}A_2\right)\Delta f;$$

$$\Delta U^2_з = 4kT\,[A_0|Z_з|^2 - 2A_1|Z_{з\tau}||Z_з|\cos|\varphi_з - \varphi_\tau| +$$
$$+ (2A_0 + A_2)|Z_{з\tau}|^2 + (2A_0 - A_2)|Z_{зn}|^2]\,\Delta f, \tag{12}$$

где в соответствии с (16.121) и (16.130) работы [4]

$$A_0 = G_{0\sim} + 20\,J'_{0\sim};$$
$$A_1 = 2G_{1\sim} + 20\,J'_{1\sim}; \tag{13}$$
$$A_2 = 2G_{2\sim} + 20\,J'_{2\sim}.$$

Здесь $G_{0\sim}$, $G_{1\sim}$ и $G_{2\sim}$ определяются, согласно выражениям (24) и (25) работы [1]. $J'_{n\sim}$ — амплитуды гармоник разложения в ряд Фурье абсолютных значений $i_д$. Если пренебречь токами обратной ветви характеристики детектора, то амплитуды токов $J'_{n\sim}$ совпадают с амплитудами гармоник токов несущей, протекающих через детектор.

В формуле (12) также обозначено, согласно формулам (15), (16) и (20) [2],

$$\dot Z_з = \frac{\dot U_з}{\dot J_з}\Bigg|_{\substack{\dot J_{2\tau}=0\\ \dot J_{2n}=0}} \quad Z_{з\tau} = \frac{\dot U_з}{\dot J_{2\tau}}\Bigg|_{\substack{\dot J_{2n}=0\\ \dot J_з=0}},\quad Z_{зn} = \frac{\dot U_з}{\dot J_{2n}}\Bigg|_{\substack{\dot J_{2\tau}=0\\ \dot J_з=0}}. \tag{14}$$

В качестве примера применения представленных соотношений для анализа шумовых свойств детектора аппроксимирована ломаной без учета обратной ветви, а для нагрузки выполняется условие $SR_з > 50$. Тогда, в соответствии с (6.33), (6.34) и (6.105) работы [4],

$$G_{0\sim} = \frac{S}{\pi}\,\theta \approx G_{\sim} = \frac{S}{\pi}\sin\Theta \approx G_2 =$$
$$= \frac{S}{\pi}\sin\Theta\cos\Theta \approx G_i = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}S^2G_з}; \tag{15}$$

$$G_{вх} = \frac{1}{R_{вх}} = \frac{S}{\pi}(\Theta - \sin\Theta\cos\Theta) = G_{0\sim} - G_{2\sim} \approx \frac{2G_iG_з}{G_0 + G_з} = K_дG_з \approx 2G_з,$$

а также

$$J'_0 = J_{0\sim} = U_{2н}K_дG_з;$$
$$J'_{1\sim} = J_{1\sim} = U_{2н}G_{вх}; \tag{16}$$

$$I'_{2\sim} = I_{2\sim} = U_{2н} K_{д} \frac{2}{3}(G_{з} + G_{вх}).$$

Если в рассматриваемом диапазоне выполняется условие

$$Y_{2+} = Y^{*}_{2-} \approx G_{з} = G_{2} + G_{0\sim} - G_{2\sim}, \qquad (17)$$

$$Y_{з} = G_{з},$$

то в соответствии с работой [2]

$$Z_{3\tau} = \frac{K_{д}}{G_{2} + G_{вх}};$$

$$Z_{3n} = 0;$$

$$Z_{з} = \frac{G_{2} + G_{0\sim} + G_{2\sim}}{(G_{з} + G_{i})(G_{2} + G_{вх})}; \qquad (18)$$

$$K_{д} = \frac{G_{i}}{G_{i} + G_{з}}.$$

Подставляя выражение (16) в (13), а последнее в (12), получим

$$J^{2}_{эф.\,\tau} = 4kT\,[2G_{i} + 20U_{2н}K_{д}2G_{з}]\,\Delta f; \quad (19)$$

$$J^{2}_{эф\,n} = 4kT\,\frac{G_{з}}{G_{i}}\left[2G_{i} + 20U_{2н}K_{д}\frac{2}{3}G\right]\Delta f$$

и, взяв отношение $J^{2}_{эф\,\tau}$ к $J^{2}_{эф\,n}$, убеждаемся, что

$$J^{2}_{эф\,\tau} \gg I^{2}_{эф\,n},$$

а

$$\frac{J^{2}_{эф\,\tau}}{J^{2}_{эф\,n}} = \frac{G_{i}}{G_{з}}\left[1 + 2\frac{20U_{2н}K_{д}}{3\frac{G_{i}}{G_{з}} + 20U_{2н}K_{д}}\right] \approx$$

$$\approx \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}(SR^{2})}\left[1 + 2\frac{20U_{2н}K_{д}}{\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}(SR)^{2}} + 20U_{2н}K_{д}}\right]. \qquad (20)$$

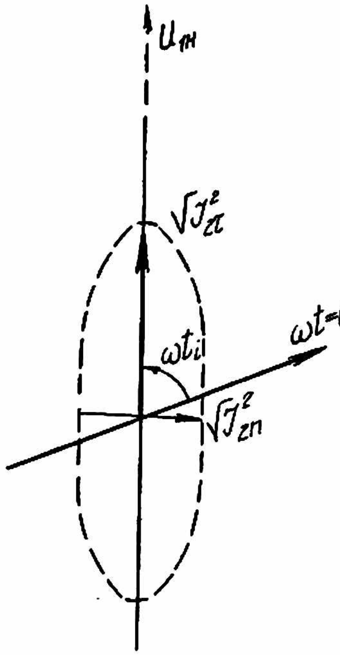

Рис. 3.

Схематически $J^{2}_{эф\,\tau}$ и $J^{2}_{эф\,n}$ изображены на рис. 3.

Подставляя выражение (16) и (17) в (20), после преобразования и упрощения получим

$$U^{2}_{эф3} \approx 4kT\,|Z_{3\tau}|^{2}G^{2}_{2}\sqrt[3]{\frac{\pi^{2}}{3S^{2}}}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{G_{з}}} + 20U_{2н}\sqrt{\frac{\pi^{2}G_{з}}{3S^{2}}}\right)\Delta f. \qquad (21)$$

Учитывая, что квадрат напряжения сигнала на выходе пропорционален $|Z_{3\tau}|\,J^{2}_{2c}$, отношение квадратов эффективного значения сигнал — шум

$$\frac{U^{2}_{3c}}{U^{2}_{3ш}} = \mathrm{const}\left[G^{2}_{2}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{G_{н}}} + 20U_{n}\sqrt{\frac{\pi^{2}G_{з}}{3S^{2}}}\right)\right]^{-1}. \qquad (22)$$

Как следует из формулы (22), отношение $\frac{U^{2}_{3c}}{U^{2}_{3ш}}$ увеличивается с уменьшением $G_{2}$ и при заданных $S$ и $U_{2н}$ достигает максимального значения

$$\frac{U^{2}_{3c}}{U^{2}_{3ш}} = \frac{\sqrt{3}\cdot J^{2}_{2c}}{8kT\pi G^{2}_{2}}\cdot\frac{S}{\sqrt{20U_{2н}}} \qquad (23)$$

при

$$\frac{1}{G_з} = (20U_{2н})^{\frac{3}{2}} \frac{\pi}{\sqrt{3} \cdot S} \quad (24)$$

и становится тем больше, чем больше $S\Delta U^2_{3ш}$ в этом случае

$$\Delta U^2_{3ш} = 4kT\,|\,Z_{3т}\,|^2 2G_2^2 \frac{\pi}{S} \sqrt{\frac{20U_{2н}}{3}}. \quad (25)$$

Аналогично при аппроксимации характеристики детектора экспонентой можно найти при заданных $G_2$, $S$ и $G_з$ оптимальную амплитуду несущей $U_{2н}$.

Итак, по формуле (24) выбирается оптимальная с точки зрения отношения сигнал — шум нагрузка детектора. При этом по формуле (23) определяется максимальная величина этого отношения. Предполагается, что детектирование линейное и от этого не улучшается отношение сигнал — шум при уменьшении $U_{2н}$, правда, до тех пор, пока детектирование не перестанет быть линейным.

В заключение отметим, что предполагаемая методика позволяет рассчитать добавляемые детектором шумы в очень важном классе схем типа «модулятор — демодулятор», который широко применяется для улучшения чувствительности различных усилительных устройств, например, параметрических видеоусилителей, усилителей постоянного тока и т. п.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Арбузников, В. Н. Бельдюгин. Матричное уравнение усилительной схемы типа «модулятор — демодулятор». Труды конференции, посвященной 70-летию изобретения радио. Изд-во «Техника», К., 1966.

2. В. А. Арбузников, В. Н. Бельдюгин. Детектирование колебаний при слабой модуляции. Сб. «Вопросы электросвязи». Изд-во «Техника», К., 1967.

3. Ван Дер Зила. Флуктуация в радиотехнике и физике. Госэнергоиздат, 1958.

4. Л. С. Гуткин, В. Л. Лебедев, В. И. Сифонов. Радиоприемные устройства, ч. I. Изд-во «Советское радио», 1961.