

# ОБ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ СИСТЕМЫ «ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ОБРАЗЕЦ ДИЭЛЕКТРИКА (МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКА) — ЗЕРКАЛО»

*Р. А. Валитов, Н. С. Пархомов*

Харьков

## ВВЕДЕНИЕ

Как известно, при исследовании диэлектриков в диапазоне СВЧ широкое распространение получили методы, основанные на измерении комплексного коэффициента отражения системы «образец — зеркало», которая может располагаться либо в неограниченном пространстве (оптические интерференционные методы измерения), либо в волноводе (методы измерения полного сопротивления волноводного двухполосника). Принцип измерения комплексного коэффициента отражения системы «образец — зеркало» неоднократно описывался в литературе [1—8] и состоит в том, что отраженный сигнал сравнивается по фазе и амплитуде с опорным сигналом.

Целью настоящей работы является анализ комплексного коэффициента отражения системы как функции электрических параметров среды (образца). Полученные результаты сравниваются с известными в литературе и с экспериментальными данными. В задаче об отражении электромагнитной волны от системы «магнитоэлектрик — зеркало», которая представляет интерес в связи с созданием поглотителей на базе магнитных пленок [9], исследуется механизм резонансного поглощения и приводятся соответствующие расчетные соотношения.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОБЩИЙ АНАЛИЗ

Если  $\dot{K}_{1,2} = Kl^{i\varphi_0} = \dot{K}_{2,1}l^{i\varphi}$  — коэффициент отражения на границе раздела двух бесконечно протяженных сред (соответственно на границе раздела сред, заполняющих бесконечно протяженную волноводную линию передачи), а  $\dot{P}_{1,2} = P_{1,2}l^{i\varphi_{1,2}}$ ,  $\dot{P}_{2,1} = P_{2,1}l^{i\varphi_{2,1}}$  комплексные коэффициенты прохождения из одной среды в другую, то, как не трудно убедиться, комплексный коэффициент отражения системы «образец — зеркало» (см. рис. 1) можно записать в следующем виде:

$$\dot{r} = r l i \Phi = k l i \varphi_0 + \sum_{n=0}^{\infty} P_{1,2} P_{2,1} l^{-n d} \times \\ \times k_m^n [i(\varphi_{1,2} + \varphi_{2,1} + \varphi - \varphi_0) + 2(n+1)\varphi]$$

где  $\psi = \frac{\varphi_0}{2} - \varphi$ ;

$\varphi$  — фазовый набег волны в образце на расстоянии  $d$ ;

$\alpha = 2\alpha'$  — удвоенный коэффициент поглощения;

$$k_m = kl^{-\alpha d}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Или

$$\dot{r} = kl^{i\varphi_0} - P_{1,2}P_{2,1}l^{i(\varphi_1, 2 + \varphi_2, 1)}l^{-\alpha d - i\varphi_0} \sum_{n=1}^{\infty} k_m^{n-1} l^{i2n\psi}. \quad (1)$$

После громоздких, но несложных вычислений, учитывая, что

$$P_{1,2}P_{2,1} = 1 - (k)^2 \quad [10],$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} k_m^n \sin n(2\psi) = \frac{k_m \sin 2\psi}{1 - 2k_m \cos 2\psi + k_m^2}; \quad (2)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} k_m^n \cos n(2\psi) = \frac{k_m \cos 2\psi - k_m^2}{1 - 2k_m \cos 2\psi + k_m^2}, \quad (3)$$

найдем

$$\dot{r} = \frac{l^{i \arctg\left(\frac{1+k_m}{1-k_m} \operatorname{tg} \psi\right)}}{\sqrt{1 - 2k_m \cos 2\psi + k_m^2}} (kl^{-i\gamma} - l^{-\alpha d + i\gamma}), \quad (4)$$

$$\text{где } \gamma = -\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right).$$

Полагая в выражении (4)  $k = 0$  и  $\alpha = 0$ , находим  $r \equiv 1$ ,  $\Phi = \pi - 2\varphi$ ; при  $k \neq 0$  и  $\alpha d \rightarrow \infty$   $r = k$ ,  $\Phi = \varphi_0$ ;  $\dot{r} = k$ , что соответствует случаю отражения электромагнитной волны от границы раздела двух бесконечно протяженных сред (влияние зеркала на коэффициент отражения при этом полностью исключается).

При  $k \neq 0$  и  $\alpha d < \infty$  (конечная величина) модуль коэффициента отражения  $r$  и фаза  $\Phi$  описываются следующими уравнениями:

$$r = \sqrt{\frac{k^2 - 2kl^{-\alpha d} \cos 2\gamma + l^{-2\alpha d}}{1 - 2kl^{-\alpha d} \cos 2\psi + k^2 l^{-2\alpha d}}}; \quad (5)$$

$$\Phi = \frac{\pi}{2} + \arctg\left(\frac{1 + kl^{-\alpha d}}{1 - kl^{-\alpha d}} \cdot \operatorname{tg} \psi\right) - \arctg\left(\frac{l^{-\alpha d} - k}{l^{-\alpha d} + k} \cdot \operatorname{ctg} \gamma\right). \quad (6)$$

## 2. ОТРАЖЕНИЕ НОРМАЛЬНО ПАДАЮЩЕЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ОТ СИСТЕМЫ «ДИЭЛЕКТРИК — ЗЕРКАЛО»

Если система разложена в неограниченном пространстве и  $\mu = 1$ , то параметры, входящие в уравнения (5) и (6), равны:

$$1. \quad \varphi = J_m(\beta d) \simeq \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_1}, \quad \alpha = 2kl(\beta),$$

где  $\beta$  — комплексная постоянная распространения;

$\varepsilon_1$  — диэлектрическая проницаемость образца (испытываемой среды) в неограниченном пространстве.

$$2. \quad kl^{i\varphi_0} = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}}{1 + \sqrt{\varepsilon}}, \quad \text{где } \varepsilon = \varepsilon_1 - j\varepsilon_2 =$$

$$= \sqrt{(\varepsilon_1)^2 + (\varepsilon_2)^2} l^{-i \arctg \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \varepsilon l^{-i\beta},$$

$(\epsilon_1) = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{01}}; \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{01}} = \epsilon'_2; \epsilon_{01}$  — диэлектрическая проницаемость среды вне испытываемого образца).

$$k = + \sqrt{\frac{1 - 2\sqrt{\epsilon} \cos\left(\frac{1}{2}\delta\right) + \epsilon}{1 + 2\sqrt{\epsilon} \cos\left(\frac{1}{2}\delta\right) + \epsilon}}$$

Фаза отражения  $\varphi_0$  может принимать два значения: при  $\epsilon > 1$

$$\varphi_0 = \pi - \varphi'_0 = \pi - \arctg \frac{2\sqrt{\epsilon} \sin\left(\frac{1}{2}\delta\right)}{\epsilon - 1}; \quad (7)$$

при  $\epsilon < 1$

$$\varphi_0 = -\varphi'_0 = + \arctg \frac{2\sqrt{\epsilon} \sin\left(\frac{1}{2}\delta\right)}{1 - \epsilon}. \quad (8)$$

При больших значениях  $\text{tg} \delta$  определение параметров диэлектрика по комплексному коэффициенту отражения системы «образец — зеркало» затруднительно и, как правило, этот метод не применяется. Поэтому будем считать, что  $\text{tg} \delta < 0,1$ . Положим  $\cos\left(\frac{1}{2}\delta\right) = 1$  и  $\frac{1}{2}\varphi'_0 = 0$ . Например, при  $\text{tg} \delta < 0,09$   $\cos\left(\frac{1}{2}\delta\right) = 0,9996$  и  $\frac{1}{2}\varphi'_0 \leq 2^\circ \epsilon \geq 2$ . При указанных условиях уравнения (5) и (6) имеют вид

$$r = \sqrt{\frac{k^2 \pm 2k\Gamma^{-ad} \cos 2\varphi + \Gamma^{-2ad}}{1 \pm 2k\Gamma^{-ad} \cos 2\varphi + k^2\Gamma^{-2ad}}}; \quad (9)$$

$$\Phi = \pi - \arctg \frac{(1 - k^2) \sin 2\varphi}{(1 + k^2) \cos 2\varphi + 2k \text{ch} ad}. \quad (10)$$

( $\pm$  соответствует приведенным значениям  $\epsilon > 1$  и  $\epsilon < 1$ ).

Как следует из формулы (10), влияние потерь в образце на фазу отраженной волны целесообразно характеризовать параметром  $ad$ .

Если потери в образце и его толщина таковы, что  $\Gamma^{-ad} = 1 - ad$ , то фаза  $\Phi$  от потерь в образце не зависит и выражение (10) можно переписать в следующем виде:

$$\Phi = \pi - 2\text{arctg} \left( \frac{1 \mp k}{1 \pm k} \text{tg} \varphi \right). \quad (11)$$

При нескольких больших значениях коэффициента поглощения или толщины образца влияние параметра  $ad$  на фазу отраженной волны скаывается лишь членом второго порядка малости.

Проанализируем формулу (11), подставив значения  $\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1}$  и

$$k = \left| \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}} \right|.$$

$$\Phi \Big|_{\epsilon > 1} = \pi - 2\text{arctg} \left( \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \text{tg} \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1} \right). \quad (12)$$

Если

$$\epsilon = 1, \text{ то } \Phi = \pi - 2 \left( \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1} \right) = \pi - 2\varphi.$$

Как было сказано выше,  $\varphi$  — фазовый набег волны в образце, который прямо пропорционален корню квадратному из диэлектрической проницаемости  $\epsilon_1$ ;  $\pi$  — фазовый сдвиг волны, вносимый реакцией зеркала. При  $\epsilon \neq 1$  появляется множитель  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$ , учитывающий влияние интерференционных явлений, возникающих вследствие многократных отражений волны от границ раздела сред. Это влияние тем сильнее, чем больше  $\epsilon$  отличается от единицы. Характер же влияния интерференционных явлений при  $\epsilon > 1$  и  $\epsilon < 1$  один, так как они как бы препятствуют изменению фазового набега волны в образце при изменении его диэлектрической проницаемости  $\epsilon_1$ . Поэтому возможны случаи, когда фазометр не будет реагировать на присутствие образца на зеркале (при его толщине, удовлетворяющей уравнению

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1} = \sqrt{\epsilon} \operatorname{tg} \left( \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_{01}} \right).$$

Полученные результаты не совпадают с известными в литературе [1, 5, 7], согласно которым влияние интерференционных явлений носит осциллирующий характер.

Для сравнения с другими литературными данными рассмотрим фазу отражения волны от системы «диэлектрик — зеркало», расположенной в прямоугольном волноводе. Если  $\Gamma$  — комплексная постоянная распространения в волноводе, полностью заполненном испытуемой средой, то

$$\alpha = 2 \operatorname{Re}(\Gamma) \text{ и } \varphi = \operatorname{Im}(\Gamma d).$$

Или, например [11]:

$$\alpha \approx \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{\epsilon_2}{\sqrt{\epsilon_1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad \varphi = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \quad (13)$$

Комплексный коэффициент отражения  $\dot{k}$  определим как соотношение

$$\frac{\dot{z} - z_{01}}{\dot{z} + z_{01}},$$

где

$$\dot{z} = \frac{j\omega}{\Gamma} = \frac{j\omega}{\frac{\alpha}{2} + j \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}},$$

и

$$z_{01} = \frac{\omega}{\frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_{01} - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

( $\epsilon_{01}$  — диэлектрическая проницаемость вне образца).

Предполагая потери незначительными и подставляя найденное значение  $\dot{k}$  в уравнение (10), получим:

$$\Phi = \pi - 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{\sqrt{\epsilon_{01} - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}}{\sqrt{\epsilon_1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2}} \operatorname{tg} \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{кр}}\right)^2} \right], \quad (14)$$

что совпадает с результатами работы [2] (с точностью до  $\pi$ ). Это совпадение позволяет сделать вывод о справедливости также уравнения (12), которое получается из (14) при  $\lambda_{кр} \rightarrow \infty$ .

Соответствие уравнения (14) экспериментальным данным проверялось на образцах, выполняемых из органического стекла ( $\epsilon_1 = 2,57$ ,  $\operatorname{tg} \delta = 8 \cdot 10^{-3}$ ). В качестве фазометра использовалась измерительная линия трехсантиметрового диапазона сечением  $10 \times 23$  мм<sup>2</sup>,  $f = 9590$  мГц. Размеры образца в поперечном сечении подгонялись вплотную к сечению волновода. Измерения производились следующим образом. Прямоугольный волновод ( $10$  мм  $\times$   $23$  мм) с закорачивающим поршнем присоединялся к измерительной линии. Поршень волновода сначала двигался от линии, затем в сторону измерительной линии и в некотором положении  $S_1$  (см. рис. 2) останавливался. Зонд линии фиксировался в максимуме крутизны стоячей волны (это можно делать, если потери в образце незначительные). Затем на поршень устанавливался образец и система «образец — поршень» перемещалась в сторону измерительной линии до получения прежних показаний индикаторного прибора измерительной линии.

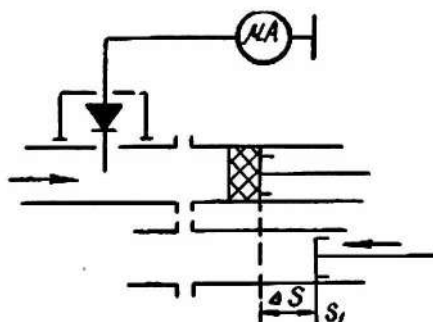


Рис. 2. Схема измерения фазы отражения волны от системы «образец-зеркало».

Такая методика измерения обеспечивает надежный контакт между образцом и поршнем, позволяет избежать «мертвого» хода поршня и увеличить чувствительность измерения (индикация перемещения поршня осуществлялась с точностью  $\pm 0,01$  мм). Результаты эксперимента при ведены в таблице, где ожидаемый сдвиг фазы рассчитывается по формуле (14) без учета влияния потерь.

$d$ (мм)	$\Phi - \pi$	$\Phi_{\text{изм}} = \frac{4\pi}{\lambda_b} (d + \Delta S)$
1	$16^\circ 36'$	$16^\circ 54'$
2	$36^\circ 28'$	$36^\circ 43'$
3	$61^\circ 44'$	$62^\circ 34'$
5,75	$203^\circ 20'$	$205^\circ 24'$

Как видно из таблицы, экспериментальные данные находятся в хорошем соответствии с теоретически рассчитанными (в пределах точности эксперимента и значения  $\epsilon_1 = 2,57$ , измеренного резонаторным методом).

### 3. ОТРАЖЕНИЕ ВОЛНЫ ОТ СИСТЕМЫ «МАГНИТОДИЭЛЕКТРИК—ЗЕРКАЛО» В НЕОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Пусть  $\epsilon_{01} = \mu_{01} = 1$ , а параметры испытуемой среды  $\epsilon$ ,  $\mu$ , причем магнитные потери значительно превышают электрические и  $|\mu| > |\epsilon|$ . Тогда

$$\frac{\epsilon}{\mu} \approx \frac{\epsilon}{\mu} / j^2 \mu,$$

где

$$\frac{\epsilon}{\mu} + \sqrt{\frac{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}{\mu_1^2 + \mu_2^2}}$$

и

$$\operatorname{tg} \delta_\mu = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \mu = \mu_1 - j\mu_2.$$

Обозначая

$$\frac{\epsilon}{\mu} = \epsilon_{02} \text{ и } \delta_{\mu} = -\delta_{01},$$

мы приходим к уже рассмотренному случаю (см. п. 3;  $\epsilon < 1$ ). При малых значениях  $\text{tg } \delta_{\mu}$  остаются в силе выводы п. 3, где под  $\varphi$  следует считать

$$\varphi_{\mu} = \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}.$$

При значительных магнитных потерях

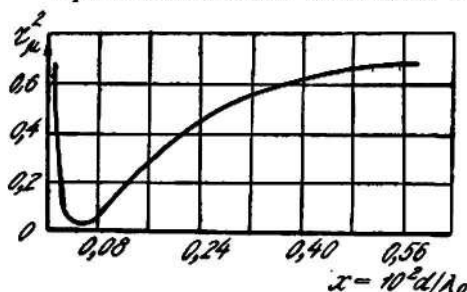


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения системы магнитная пленка — зеркало от параметра  $\frac{d}{\lambda_0}$  ( $\epsilon = 14,5 - j 2,4$ ;  $\mu = 43 - j 175$ ).

$$k_{\mu} = + \frac{1 - 2\sqrt{\epsilon_{01}} \cos\left(\frac{1}{2} \delta_{\mu}\right) + \epsilon_{01}}{1 + 2\sqrt{\epsilon_{01}} \cos\left(\frac{1}{2} \delta_{\mu}\right) + \epsilon_{01}};$$

$$\varphi_{0\mu} = -\text{arctg} \frac{2\sqrt{\epsilon_{01}} \sin\left(\frac{1}{2} \delta_{\mu}\right)}{1 - \epsilon_{01}};$$

$$a_{\mu} = 2 \text{Re} \left( \omega \sqrt{\epsilon_a \mu_a} \right) =$$

$$= \frac{4\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \mu_1}{2} \left( \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta_{\mu}} - 1 \right)};$$

$$\varphi_{\mu} = \text{Im} \left( \omega d \sqrt{\epsilon_a \mu_a} \right) =$$

$$= \frac{2\pi d}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\epsilon_1 \mu_1}{2} \left( \sqrt{1 + \text{tg}^2 \delta_{\mu}} + 1 \right)}.$$

Коэффициент отражения по мощности, согласно выражению (5), равен

$$r_{\mu}^2 = \frac{k_{\mu}^2 - 2k_{\mu} l^{-a_{\mu}d} \cos(2\varphi_{\mu} + \varphi_{0\mu}) + l^{-2a_{\mu}d}}{1 - 2k_{\mu} l^{-a_{\mu}d} \cos(2\varphi_{\mu} - \varphi_{0\mu}) + k_{\mu}^2 l^{-2a_{\mu}d}}. \quad (15)$$

**Пример.** Пусть образец изготовлен из материала типа Ferramic E [9]. На частоте  $f = 3 \cdot 10^7$   $\text{ц/с}$ , согласно работе [9], он характеризуется следующими данными:  $\epsilon_1 = 14,5$ ;  $\epsilon_2 = 2,4$ ;  $\mu_1 = 43$ ;  $\mu_2 = 175$ . Вычисляя модуль коэффициента отражения  $k_{\mu}$  и его фазу  $\varphi_{0\mu}$ , найдем

$$r_{\mu}^2 \approx \frac{0,64 - 1,6 l^{-4x} \cos(5x - 0,2) + l^{-8x}}{1 - 1,6 l^{-4x} \cos(5x + 0,2) + 0,64 l^{-8x}},$$

где  $x = 10^2 \frac{d}{\lambda_0}$ .

На рис. 3. зависимость  $r_{\mu}^2 = r_{\mu}^2(x)$  изображена графически, откуда видно, что коэффициент отражения  $r_{\mu}^2$  описывает кривую, подобную резонансной. Минимальное (резонансное) его значение наблюдается при  $2\varphi_{\mu} \approx \varphi_{0\mu}$ , когда полный фазовый набег волны в образце равен фазовому скачку волны на границе раздела сред. Более точное условие минимума коэффициента отражения  $r_{\mu}^2$  может быть найдено при исследовании выражения (15) на экстремум.

Природа резонансного хода кривой  $r_{\mu}^2(x)$  объясняется следующим образом. Поле отраженной волны у первой границы раздела сред (см. рис. 1) представляет собой векторную сумму полей двух волн: волны, непосредственно отраженной от границы раздела сред  $k_{\mu}$ , и волны, отраженной от плоскости зеркала. Комплексная амплитуда последней в отличие от амплитуды первой волны зависит от толщины среды [2] и является вектор-функцией параметра  $\frac{d}{\lambda_0}$ . Так как среда [2] имеет потери, то при

увеличении  $d$  годограф вектор-функции будет описываться кривой, напоминающей закручивающуюся спираль. Качественный ход годографа вектор-функции показан на рис. 4 (пунктирная линия).

Из рисунка видно, что при такой толщине магнитоэлектрика интерферирующие волны находятся в противофазе и коэффициент отражения  $r_{\mu}^2$ , следовательно, проходит через минимум. Если при этом выполняется также условия равенства амплитуд, то  $r_{\mu}^2 = 0$ . Нетрудно убедиться, что полученное выше условие минимума коэффициента отражения  $r_{\mu}^2$  является условием противофазности интерферирующих волн. Действительно, так как  $2\varphi_{\mu} = \varphi_{0\mu}$ , то разность фаз

$$(\pi - |2\varphi_{\mu}|) - (-|\varphi_{0\mu}|) = \pi,$$

где  $\pi$  — фазовый сдвиг волны, вносимый реакцией зеркала.

Для системы «диэлектрик — зеркало» благоприятные фазовые соотношения могут быть выполнены лишь при толщине диэлектрика порядка четверти длины волны (см. формулу (7)) поэтому диэлектрические пленки не имеют подобного резонансного «поглощения».



Рис. 4. К объяснению механизма резонансного «поглощения» волны в системе «магнитная пленка — зеркало».

## ВЫВОДЫ

1. Фаза отражения нормально падающей плоской ТЕМ-волны (или Н-волны в волноводе) от системы «исследуемая среда — зеркало» практически не зависит от ее потерь, если параметр  $ad$  (произведение удвоенного коэффициента поглощения на ее толщину) удовлетворяет уравнению  $1 - ad = 1 - ad$ . В общем случае фаза отражения описывается формулой (6) или (10) при  $\varphi_0' = 0$ .

2. Влияние интерференционных явлений, возникающих в результате многократных отражений волны от границ раздела сред, на фазу отраженной волны имеет «тормозной» характер: эти отражения препятствуют изменению фазового набега волны в среде при изменении ее диэлектрической проницаемости.

3. Резонансный характер коэффициента отражения системы «магнитная пленка — зеркало» имеет интерференционную природу. Большие магнитные потери, которые обеспечивают резонансное «поглощение», необходимы главным образом для обеспечения благоприятных фазовых соотношений интерферирующих волн. Непосредственное же поглощение магнитной пленкой падающей на нее волны при этом незначительно. Полученные расчетные соотношения согласуются с экспериментальными данными работы [9] (см. приведенный выше пример), в которой теоретическое рассмотрение вопроса основывается на представлении системы «пленка — зеркало» эквивалентным контуром.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Брандт. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. Физматгиз, 1963.
2. Г. А. Дейнека, А. Н. Гончаренко. Вопросы радиоэлектроники. Сб. «Радиоизмерительная техника», серия VI, выт. 3, 1955.
3. W. Culshaw. Proc. Phys. Soc., 1950, 63B, part. 2, N 371, p. 939.
4. R. G. Fellers, Microwave S, 1952, 5, 5, p. 8J.

5. К. И. Крылов, В. Н. Рудаков. Изв. ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина), 1958, 36.
6. H. Okabayashi, Bull Chem. Soc. Japan, 1955, 28, N 5, p. 139.
7. Л. И. Кац, Л. А. Трайтельман. Изв. вузов, «Радиотехника», 1963.
8. Е. А. Виноградов, Е. М. Дианов, Н. А. Ирисова. «Радиотехника и электроника», 1965, № 10.
9. Helberg Hans-Wilhelm, Z, angew, Phys., 1963, 16, N 4, S. 214.
10. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, суммы рядов и произведений. Физматгиз, 1963.
11. Ф. Тишер. Техника измерений на сверхвысоких частотах. Физматгиз, 1963.