
ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОМЕРНО-ИЗОГНУТОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ СЕКТОРНЫХ И КОЛЬЦЕВЫХ ПОЛОСКОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Ю. Г. Костычев, А. Ф. Зоркин

Харьков

В работе рассматривается равномерно-изогнутая симметричная полосковая линия. На основании методики, развитой А. Я. Яшкиным в работах [1, 2], получены дисперсионные уравнения для полосковой системы.

Показано, что полученные дисперсионные уравнения являются одновременно характеристическими уравнениями для определения резонансных частот кольцевых и секторных полосковых резонаторов.

Постановка задачи

Рассмотрим равномерно-изогнутую полосковую линию (рис. 1) с идеально проводящими металлическими границами. Внутренний проводник расположен симметрично относительно плоскости $z = 0$ и находится между двумя магнито-диэлектрическими шайбами с параметрами ϵ и μ , которые, в свою очередь, зажаты между двумя бесконечными металлическими плоскостями. Остальное пространство для простоты считаем заполненным средой с параметрами ϵ_0 и μ_0 . Очевидно, что в такой системе могут существовать типы волн с асимметричным (плоскость $z = 0$ играет роль электрической стенки) и симметричным (плоскость $z = 0$ играет роль магнитной стенки) распределением поля.

Типы волн с асимметричным распределением поля представляют собой волны в равномерно-изогнутом волноводе П-образной формы поперечного сечения, которые достаточно хорошо изучены [3] и поэтому в дальнейшем мы рассматривать их не будем. Для типов волн с симметричным распределением поля систему (рис. 1) можно заменить другой системой (см. рис. 2), если ввести внутреннее граничное условие

$$H_r = 0 \quad (1)$$

на участках $0 \leq r \leq r_{21}$ и $r_{23} \leq r \leq \infty$ плоскости $z = 0$.

Остановимся на тех типах волн, поля которых концентрируются вблизи центрального проводника и быстро убывают по мере удаления от него в направлении оси r .

Для решения задачи сложное поперечное сечение разбиваем на три области ($i = 1, 2, 3$) цилиндрическими поверхностями $r = r_{2j}$ ($j = 1, 3$).

Аналогично работе [3] поле в каждой частичной области, соответствующее некоторому типу волны, представим как сумму ТМ- и ТЕ- (раз-

деление по единственно возможному в общем случае орту \vec{z}_0 решений однородных уравнений Максвелла:

$$\vec{E}_l^{(i)} = k_{(i)}^2 \Pi_{el}^{(i)} \vec{z}_0 + \nabla \frac{\partial \Pi_{el}^{(i)}}{\partial z} + i\omega \mu^{(i)} [\nabla \Pi_{hl}^{(i)}, \vec{z}_0]; \quad (2)$$

$$\vec{H}_l^{(i)} = k_{(i)}^2 \Pi_{hl}^{(i)} \vec{z}_0 + \nabla \frac{\partial \Pi_{hl}^{(i)}}{\partial z} - i\omega \epsilon^{(i)} [\nabla \Pi_{el}^{(i)}, \vec{z}_0], \quad (3)$$

где $k_{(i)} = \omega \sqrt{\mu^{(i)} \epsilon^{(i)}}$;

ω — круговая частота;

l — индекс типа волны в системе.

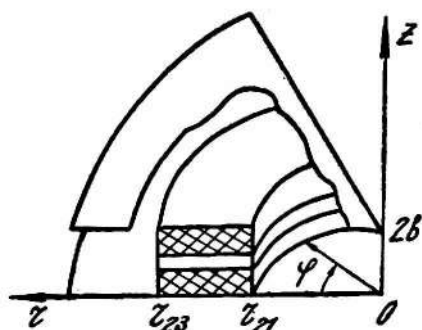


Рис. 1.

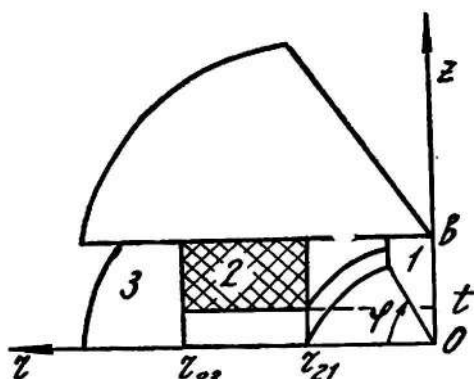


Рис. 2.

Функции $\Pi_{el}^{(i)}(r, \varphi, z)$ и $\Pi_{hl}^{(i)}(r, \varphi, z)$ являются проекциями электрического и магнитного векторов Герца [4] на ось z и удовлетворяют волновому уравнению

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Pi_{e,h}^{(i)}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Pi_{e,h}^{(i)}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Pi_{e,h}^{(i)}}{\partial z^2} + k_{(i)}^2 \Pi_{e,h}^{(i)} = 0 \quad (4)$$

при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial \Pi_h^{(i)}}{\partial r} = 0;$$

$$\Pi_e^{(i)} = 0 \quad \text{при } \chi^{(i)} \neq 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Pi_e^{(i)}}{\partial \varphi} = 0 \quad \text{при } \chi^{(i)} = 0;$$

на цилиндрических поверхностях $r = 0, \infty$;

$$\frac{\partial \Pi_e^{(i)}}{\partial z} = 0; \quad (6)$$

$$\Pi_h^{(i)} = 0;$$

на торцевых поверхностях $z = b$ и $z = t$ при $r_{21} \leq r \leq r_{23}$

$$\frac{\partial \Pi_e^{(i)}}{\partial z} = 0; \quad (7)$$

$$\Pi_h^{(i)} = 0$$

или

$$\Pi_e^{(i)} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Pi_h^{(i)}}{\partial z} = 0$$

при $z = 0$ на участках $0 \leq r \leq r_{21}$ и $r_{23} \leq r \leq \infty$ согласно формулам (1) и (2).

В формуле (5) $x^{(i)}$ — радиальная постоянная разделения.

Решая волновое уравнение (4) методом разделения переменных и удовлетворяя условиям (5), (6), (8), получим:

1. ТМ-решение ($H_z = 0$):

$$\Pi_{ep}^{(i)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_{emp}^{(i)} R_{ep}(x_m^{(i)} r) \cos \gamma_m^{(i)} (z - b) e^{i\rho r}; \quad (9)$$

2. ТЕ-решение ($E_z = 0$):

$$\Pi_{hp}^{(i)} = \sum_{m=0}^{\infty} A_{hmp}^{(i)} R_{hp}(x_m^{(i)} r) \sin \gamma_m^{(i)} (z - b) e^{i\rho r}; \quad (10)$$

3. ТЕМ-решение ($E_z = H_z = 0$):

$$\begin{aligned} \Pi_{ehm}^{(i)} &= A_{ehm}^{(i)} \ln r \cos \gamma_m^{(i)} (z - b); \\ \rho &= 0, \quad k_i = \gamma_m^{(i)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $A_{emp}^{(i)}$, $A_{hmp}^{(i)}$ и $A_{ehm}^{(i)}$ — неизвестные коэффициенты;

$$R_{ep}(x_m^{(2)} r) = \frac{J_p(x_m^{(2)} r)}{J'_p(x_m^{(2)} r_2)} - \frac{N_p(x_m^{(2)} r)}{N'_p(x_m^{(2)} r_2)};$$

$$R_{hp}(x_m^{(2)} r) = \frac{J_p(x_m^{(2)} r)}{J_p(x_m^{(2)} r_2)} - \frac{N_p(x_m^{(2)} r)}{N_p(x_m^{(2)} r_2)};$$

$$R_{e,h}(x_m^{(1)} r) = I_p(x_m^{(1)} r); \quad R_{e,h}(x_m^{(3)} r) = K_p(x_m^{(3)} r);$$

$$x_m^{(2)} \sqrt{k_2^2 - (\gamma_m^{(2)})^2}; \quad x_m^{(j)} = \sqrt{(\gamma_m^{(j)})^2 - k_j^2};$$

$$\gamma_m^{(2)} = \frac{m\pi}{b-l}; \quad \gamma_m^{(j)} = \frac{m + \frac{1}{2}}{b} \pi; \quad m = 0, 1, 2 \dots;$$

r_2 — неизвестный параметр, имеющий смысл координат r во второй области, в которых $E_z(r)$ имеет экстремальное значение, а $H_z(r)$ — равно нулю. Обратное положение будет иметь место, если в выражениях $R_{ep}(x_m^{(2)} r)$ и $R_{hp}(x_m^{(2)} r)$ индексы e и h поменять местами; ρ — азимутальная постоянная распространения.

ТЕМ-решение соответствует не распространяющемуся вдоль φ типу колебаний, который может существовать в системе лишь в том случае, когда размер по оси z каждой частичной области кратен целому числу полуволи с учетом свойств среды, заполняющей эту область.

Можно показать [3], что ТЕМ-виды колебаний не могут существовать в системе совместно с другими возможными типами волн и являются вполне самостоятельными структурами поля при выполнении условия, указанного в формуле (11).

Для нахождения неизвестных величин $A_{e,h\rho}^{(i)}$, r_2 и ρ , входящих в функции $\Pi_{e,h}^{(i)}$, необходимо воспользоваться условиями непрерывности касательных к границам раздела ($r = r_{2j}$) составляющих [4] электрического и магнитного полей.

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\tau}^{(2)} &= \vec{E}_{\tau}^{(j)}; \\ \vec{H}_{\tau}^{(2)} &= \vec{H}_{\tau}^{(j)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Вывод дисперсионных уравнений

Выполняя условия (12) с подстановкой значений $\vec{E}_{l\tau}^{(i)}$, $\vec{H}_{l\tau}^{(i)}$, согласно формулам (2), (3) с учетом (9) и (10), получим (множитель $e^{i\rho\tau}$ опускаем):

$$\begin{aligned} -\vec{z}_0 \sum_{m=0}^{\infty} G_{emp}^{(i)} \cos \gamma_m^{(i)} (z-b) + \vec{\varphi}_0 \sum_{m=0}^{\infty} (Q_{emp}^{(i)} + M_{hmp}^{(i)}) \sin \gamma_m^{(i)} (z-b) = \\ = \vec{z}_0 \sum_{n=0}^{\infty} G_{emp}^{(2)} \cos \gamma_n^{(2)} (z-b) + \vec{\varphi}_0 \sum_{n=0}^{\infty} (Q_{emp}^{(2)} + M_{hmp}^{(2)}) \times \\ \times \sin \gamma_n^{(2)} (z-b) = \vec{e}_{j\tau}(z); \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} -\vec{z}_0 \sum_{n=0}^{\infty} G_{hmp}^{(i)} \sin \gamma_n^{(i)} (z-b) + \vec{\varphi}_0 \sum_{n=0}^{\infty} (Q_{hmp}^{(i)} + M_{emp}^{(i)}) \cos \gamma_n^{(i)} (z-b) = \\ = \vec{z}_0 \sum_{m=0}^{\infty} G_{hmp}^{(2)} \sin \gamma_m^{(2)} (z-b) + \vec{\varphi}_0 \sum_{m=0}^{\infty} (Q_{hmp}^{(2)} + M_{emp}^{(2)}) \times \\ \times \cos \gamma_m^{(2)} (z-b) = \vec{h}_{2\tau}(z). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A_{emp}^{(i)} (x_m^{(i)})^2 R_{ep} (x_m^{(i)} r_{2j}) &= G_{emp}^{(i)}; \\ A_{hmp}^{(i)} (x_m^{(i)})^2 R_{hp} (x_m^{(i)} r_{2j}) &= G_{hmp}^{(i)}; \\ -\frac{i\rho\gamma_m^{(i)}}{r_{2j} (x_m^{(i)})^2} G_{emp}^{(i)} &= -d_m^{(i)} G_{emp}^{(i)} = Q_{emp}^{(i)}; \\ \frac{i\rho\gamma_m^{(i)}}{r_{2j} (x_m^{(i)})^2} G_{hmp}^{(i)} &= d_m^{(i)} G_{hmp}^{(i)} = Q_{hmp}^{(i)}; \\ i\omega\epsilon^{(i)} \frac{\text{ctr}_p (x_m^{(i)} r_{2j}, x_m^{(i)} r_i)}{x_m^{(i)}} G_{emp}^{(i)} &= s_{emp}^{(i)} G_{emp}^{(i)} = M_{emp}^{(i)}; \\ i\omega\mu^{(i)} \frac{G_{hmp}^{(i)}}{x_m^{(i)} \text{Ctr}_p (x_m^{(i)} r_{2j}, x_m^{(i)} r_i)} &= s_{hmp}^{(i)} G_{hmp}^{(i)} = M_{hmp}^{(i)}; \\ \text{ctr}_p (x_m^{(i)} r_{2j}, x_m^{(i)} r_i) &= \frac{R_{ep} (x_m^{(i)} r_{2j})}{R_{ep} (x_m^{(i)} r_{2j})}; \\ \text{Ctr}_p (x_m^{(i)} r_{2j}, x_m^{(i)} r_i) &= -\frac{R_{hp} (x_m^{(i)} r_{2j})}{R_{hp} (x_m^{(i)} r_{2j})}. \end{aligned} \quad (15)$$

Используя метод неопределенных коэффициентов [5], установим связи между коэффициентами 2-й и j -областей согласно условиям (13) и (14). Для простоты записи воспользуемся матричной формой:

$$\begin{aligned} \vec{G}_{e1p} &= -K_{e12} \vec{G}_{e2p}; \\ \vec{Q}_{e1p} + \vec{M}_{h1p} &= L_{e12} (\vec{Q}_{e2p} + \vec{M}_{h2p}); \\ \vec{G}_{h2p} &= -K_{h2j} \vec{G}_{h1p}; \\ \vec{Q}_{h2p} + \vec{M}_{e2p} &= L_{h2j} (\vec{Q}_{h1p} + \vec{M}_{e1p}), \end{aligned} \quad (16)$$

где $\vec{G}_{e, hjp}$, $\vec{Q}_{e, hjp}$, $\vec{M}_{e, hjp}$ — вектор-столбцы, компоненты которых связаны с неизвестными коэффициентами $A_{e, hmp}$ соотношениями формул (15); K_{ej2} , L_{ej2} , L_{h2j} и K_{h2j} — бесконечные матрицы с элементами

$$K_{emn}^{(j2)} = (-1)^n \frac{2}{b} \frac{\gamma_m^{(j)} \sin \gamma_m^{(j)} (b-t)}{(\gamma_m^{(j)})^2 - (\gamma_n^{(2)})^2};$$

$$L_{emn}^{(j2)} = (-1)^n \frac{2}{b} \frac{\gamma_n^{(2)} \sin \gamma_m^{(j)} (b-t)}{(\gamma_m^{(j)})^2 - (\gamma_n^{(2)})^2};$$

$$L_{hmn}^{(2j)} = (-1)^m \frac{2 - \delta_{0m}}{b-t} \frac{\gamma_n^{(j)} \sin \gamma_n^{(j)} (b-t)}{(\gamma_n^{(j)})^2 - (\gamma_m^{(2)})^2};$$

$$K_{hmn}^{(2j)} = (-1)^m \frac{2}{b-t} \frac{\gamma_m^{(2)} \sin \gamma_n^{(j)} (b-t)}{(\gamma_n^{(j)})^2 - (\gamma_m^{(2)})^2}.$$

Систему четырех уравнений (16) с учетом связей (15) можно привести к системе двух уравнений:

$$\alpha_{11} \vec{G}_{e2p} + \alpha_{12} \vec{G}_{h2p} = 0; \quad (17)$$

$$\alpha_{21} \vec{G}_{e2p} + \alpha_{22} \vec{G}_{h2p} = 0,$$

где

$$\alpha_{11} = s_{e2p} + L_{h2j} [s_{ejp} K_{ej2} + d_j s_{hjp}^{-1} (d_j K_{ej2} + L_{ej2} d_2)];$$

$$\alpha_{12} = d_2 - L_{h2j} d_j s_{hjp}^{-1} L_{ej2} s_{h2p};$$

$$\alpha_{21} = K_{h2j} s_{hjp}^{-1} (d_j K_{ej2} + L_{ej2} d_2);$$

$$\alpha_{22} = I - K_{h2j} s_{hjp}^{-1} L_{ej2} s_{h2p};$$

d_i , $s_{e, hjp}$ — диагональные матрицы, элементы которых приведены в выражении (16);

I — единичная матрица.

По структуре уравнений (17) можно заключить, что в общем случае в системе невозможно существование ТМ- и ТЕ-типов волн, т. е. существующие в системе волны имеют все шесть компонент поля.

Системы уравнений (17) можно записать относительно одного какого-нибудь вектор-столбца

$$(\alpha_{11} - \alpha_{12} \alpha_{22}^{-1} \alpha_{21}) \vec{G}_{e2p} = 0; \quad \vec{G}_{h2p} = -(\alpha_{22}^{-1} \alpha_{21}) \vec{G}_{e2p}, \quad (18)$$

или

$$(\alpha_{22} - \alpha_{21} \alpha_{11}^{-1} \alpha_{12}) \vec{G}_{h2p} = 0; \quad \vec{G}_{e2p} = -(\alpha_{11}^{-1} \alpha_{12}) \vec{G}_{h2p}. \quad (18a)$$

Первые выражения в формулах (18) и (18a) представляют собой бесконечные системы однородных алгебраических уравнений, нетривиальные решения которых существуют при условии

$$\det | \alpha_{11} - \alpha_{12} \alpha_{22}^{-1} \alpha_{21} | = 0 \quad (19)$$

или

$$\det | \alpha_{22} - \alpha_{21} \alpha_{11}^{-1} \alpha_{12} | = 0. \quad (19a)$$

Каждую из формул (19) и (19a) следует рассматривать как два выражения, записанных для $j=1$ и $j=3$. Таким образом, в итоге получается система двух уравнений вида (19) или (19a) относительно двух неизвестных r_2 и ρ . Практически эти уравнения решить нельзя. Поэтому приходится решать систему уравнений (17) методом редукции. Заметим,

что необходимые для этого условия выполняются. Основными типами волн, очевидно, будут те, поля которых не имеют вариаций по оси z . Редуцируем систему уравнений (17) следующим образом:

$$\begin{aligned}\alpha_{00}^{(11)} G_{e_0}^{(2)} + \alpha_{01}^{(11)} G_{e_1}^{(2)} &= 0; \\ \alpha_{10}^{(21)} G_{e_0}^{(2)} + \alpha_{11}^{(21)} G_{e_1}^{(2)} &= 0.\end{aligned}\quad (20)$$

Решая эту систему уравнений, получим приближенные дисперсионные уравнения, связывающие величины r_2 , ρ и ω :

$$\alpha_{00}^{(11)} \alpha_{11}^{(21)} - \alpha_{10}^{(21)} \alpha_{01}^{(11)} = 0. \quad (21)$$

Явные выражения для величин, входящих в уравнение, имеют вид:

$$\begin{aligned}\alpha_{00}^{(11)} &= \frac{1}{k_0} \sqrt{\frac{\epsilon_r^{(2)}}{\mu_r^{(2)}}} \text{ctr}_\rho(k_2 r_{2j}, k_2 r_2) + \frac{2}{b(b-t)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 - \delta_{0m}}{x_m^{(j)}} \times \\ &\times \left[\frac{\sin \gamma_m^{(j)}(b-t)}{\gamma_m^{(j)}} \right]^2 \left[\text{ctr}_\rho(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j) + \left(\frac{\rho \gamma_m^{(j)}}{k_0 x_m^{(j)} r_{2j}} \right)^2 \times \right. \\ &\quad \left. \times \text{Ctr}_\rho(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j) \right];\end{aligned}\quad (22)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{11}^{(21)} &= + \frac{\rho \gamma_1^{(2)}}{k_0^2 r_{2j}} \frac{4}{b(b-t)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\gamma_m^{(j)})^2}{x_m^{(j)}} \left[1 + \left(\frac{\gamma_1^{(2)} x_m^{(j)}}{x_1^{(2)} \gamma_m^{(j)}} \right)^2 \right] \times \\ &\times \left[\frac{\sin \gamma_m^{(j)}(b-t)}{(\gamma_m^{(j)})^2 - (\gamma_1^{(2)})^2} \right]^2 \text{Ctr}_\rho(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j);\end{aligned}\quad (23)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{10}^{(21)} &= \frac{-\rho \gamma_1^{(2)}}{k_0^2 r_{2j}} \frac{4}{b(b-t)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\gamma_m^{(j)})^2}{x_m^{(j)}} \left[\frac{\sin^2 \gamma_m^{(j)}(b-t)}{(\gamma_m^{(j)})^2 - (\gamma_1^{(2)})^2} \right]^2 \times \\ &\times \text{Ctr}_\rho(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j);\end{aligned}\quad (24)$$

$$\begin{aligned}\alpha_{01}^{(11)} &= - \frac{2}{b(b-t)} \sum_{m=0}^{\infty} (2 - \delta_{0m}) \frac{(\gamma_m^{(j)})^2}{x_m^{(j)}} \left[\frac{\sin \gamma_m^{(j)}(b-t)}{(\gamma_m^{(j)})^2 - (\gamma_1^{(2)})^2} \right]^2 \times \\ &\times \left\{ \text{ctr}_\rho(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j) + \left(\frac{\rho \gamma_m^{(j)}}{k_0 x_m^{(j)} r_{2j}} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\gamma_1^{(2)} x_m^{(j)}}{x_1^{(2)} \gamma_m^{(j)}} \right)^2 \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \text{Ctr}_\rho(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j) \right\}.\end{aligned}\quad (25)$$

3. Решение дисперсионных уравнений

Вследствие сложности элементов (22) — (25) уравнение (21) решить относительно неизвестных r_2 и ρ в общем случае невозможно. Наиболее практически интересным является приближение

$$r_{2l} \gg b; \quad \frac{\lambda_0}{2} \gg 2b; \quad \frac{\lambda_0}{2} > (b-t) \sqrt{\frac{\epsilon_r^{(2)} \mu_r^{(2)}}{}} \quad (26)$$

где λ_0 — длина волны в свободном пространстве.

В дальнейшем рассмотрении вопроса это ограничение является обязательным принятым условием. Тогда

$$x_m^{(j)} \approx \gamma_m^{(j)},$$

$$\begin{aligned} \text{ctg}_p(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j) &\cong 1, \\ \text{Ctg}_p(x_m^{(j)} r_{2j}, x_m^{(j)} r_j) &\cong -1, \text{ при } m \geq 1. \end{aligned}$$

После введения этих оценок уравнение (21) можно преобразовать таким образом, что неизвестный параметр r_2 и неизвестная величина p отделятся друг от друга:

$$\left. \begin{aligned} \frac{N'_p(k_0 r_2)}{J'_p(k_0 r_2)} \\ \frac{N_p(k_0 r_2)}{J_p(k_0 r_2)} \end{aligned} \right\} = \frac{N'_p(k_0 r_{21}) - a_p^{(1)} N_p(k_0 r_{21})}{J'_p(k_0 r_{21}) - a_p^{(1)} J_p(k_0 r_{21})} = \frac{N'_p(k_0 r_{23}) - a_p^{(3)} N_p(k_0 r_{23})}{J'_p(k_0 r_{23}) - a_p^{(3)} J_p(k_0 r_{23})}, \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} a_p^{(j)} &= b_p^{(j)} + \frac{s_p^{(j)}}{q}; \\ b_p^{(j)} &= -\frac{16k_0 b}{\pi^2 a} \sqrt{\frac{\mu_r^{(2)}}{\epsilon_r^{(2)}}} \left\{ \left[\frac{R'_p(\pi c_j)}{R_p(\pi c_j)} - \left(\frac{p}{k_0 r_{2j}} \right)^2 \frac{R_p(\pi c_j)}{R_p(\pi c_j)} \right] \times \right. \\ &\times \left. \sin^2 \frac{\pi}{2} a + \text{sign } j \frac{1}{4} \left[1 - \left(\frac{p}{k_0 r_{2j}} \right)^2 \right] \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi a}{\left(m + \frac{1}{2} \right)^2} \right\}; \\ s_p^{(j)} &= \frac{k_0 b}{\pi^2 a} \sqrt{\frac{\mu_r^{(2)}}{\epsilon_r^{(2)}}} \left\{ \left[\frac{R'_p(\pi c_j)}{R_p(\pi c_j)} - q \left(\frac{p}{k_0 r_{2j}} \right)^2 \frac{R_p(\pi c_j)}{R_p(\pi c_j)} \right] \times \right. \\ &\times \left[\frac{\sin \frac{\pi}{2} a}{\left(\frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{a} \right)^2} \right]^2 + \text{sign } j \cdot 4 \left[1 - q \left(\frac{p}{k_0 r_{2j}} \right)^2 \right] \times \\ &\times \left. \sum_{m=1}^{\infty} \left(m + \frac{1}{2} \right) \left[\frac{\sin \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi a}{\left(m + \frac{1}{2} \right)^2 - \left(\frac{1}{a} \right)^2} \right]^2 \right\}; \\ q &= 1 - \frac{1}{1 - \left(\frac{k_0 b a}{\pi} \right)^2 \frac{\mu_r^{(2)}}{\epsilon_r^{(2)}}}; \\ a &= \frac{b-t}{b}; \quad c_j = \frac{r_{2j}}{2b}; \quad \text{sign } j = \begin{cases} + & \text{для } j = 1 \\ - & \text{для } j = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Находя из правого уравнения (27) числа k_0 , соответствующие заданным величинам p , из левых уравнений можно определить координаты r_2 , в которых $E_z(r)$ — компонента поля данного типа волны — имеет максимальное (r_2 определяется из верхнего левого уравнения) или минимальное (r_2 определяется из нижнего левого уравнения) значение. При этом минимальное значение r_2 , определенное из уравнений (27), должно удовлетворять условию $r_{21} \leq r_2 \leq r_{23}$.

4. Секторный и кольцевой полосковые резонаторы

Если участок равномерно-изогнутой полосковой линии ограничить двумя идеально проводящими стенками в плоскостях $\varphi = 0$ и $\varphi = \varphi_0$, получится секторный полосковой резонатор, резонансные частоты которого могут быть определены обычным методом расчета волноводных резо-

наторов [4]. Требование обращения в нуль касательных составляющих электрического поля (2) на границах $\varphi = 0$, φ_0 дает

$$\rho = s \frac{\pi}{\varphi_0}, \quad (28)$$

где

$$s = 0, 1, 2, \dots$$

В случае, когда внутренний проводник равномерно-изогнутой полосковой линии замкнут на себя, образуется кольцевой полосковой резонатор. Величина ρ для него определяется из условия цикличности:

$$\vec{E}(\varphi) = \vec{E}(\varphi + 2\pi), \quad (29)$$

откуда следует

$$\rho = 0, 1, 2, \dots \quad (30)$$

В указанных выше резонаторах образуется стоячая вдоль азимутального направления волна.

Число вариаций поля по азимуту в секторном резонаторе определяется значением ρ , а в кольцевом — удвоенным значением ρ . Резонансные частоты (k_0) кольцевых и секторных резонаторов определяются из уравнений (27), в которых число ρ известно, согласно (28) и (29). Следует заметить, что при $\rho = 0$ (отсутствие вариаций поля по φ) колебания являются чистыми ТМ- и ТЕ-видами колебаний, так как при этом система уравнений (17) распадается на два независимые уравнения ($\alpha_{12} = \alpha_{21} = 0$). Эти колебания соответствуют тем типам волн в равномерно-изогнутой полосковой линии, которые имеют критическую частоту. Поэтому очевидно, что они не являются основными типами колебаний.

Представляет интерес частный случай кольцевого резонатора, когда $r_{21} = 0$, т. е. между двумя плоскостями находится металлический диск. Для определения его резонансных частот можно воспользоваться уравнением (21), в котором необходимо положить $j = 3$ и произвести замену:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg}_\rho(k_2 r_{2j}, k_2 r_2) &\rightarrow \frac{J'_\rho(k_2 r_{23})}{J_\rho(k_2 r_{23})}, \\ \operatorname{ctg}_\rho(k_2 r_{2j}, k_2 r_2) &\rightarrow -\frac{J_\rho(k_2 r_{23})}{J'_\rho(k_2 r_{23})}. \end{aligned}$$

Для проверки пригодности расчетной формулы (27) сравнивались рассчитанные и экспериментальные данные для кольцевого резонатора с параметрами: $b = 5,5$ мм, $t = 1$ мм, $r_{21} = 16,6$ мм, $r_{23} = 21,7$ мм, $\epsilon_r^{(2)} = 2,2$. Основным видом колебания является колебание с $\rho = 1$. Его расчетная резонансная частота равна 1985 мГц, а экспериментально измеренная — 2077 мГц. При $\epsilon_r^{(2)} = 5$ расчетная резонансная частота равна 1625 мГц, экспериментально измеренная — 1771 мГц. Большая погрешность во втором случае, очевидно, связана с более эффективным влиянием неточности изготовления резонатора.

Удовлетворительное совпадение теоретических и экспериментальных результатов говорит о практической пригодности расчетных формул.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Я. Яшкин. П- и Т-волноводы, равномерно-изогнутые в плоскости Н. «Радиотехника и электроника», т. 4, вып. 11, 1959.
2. А. Я. Яшкин. К расчету эндовибраторов сложной формы. «Изв. вузов, Радиофизика», № 6, 1959.
3. А. Ф. Зоркин. Исследование изгибов, коаксиально-секторных и кольцевых резонаторов на гребневых волноводах. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1967.
4. Г. В. Кисунько. Электродинамика полых систем. Изд-во ВКАС, 1949.
5. Н. Ф. Фунтова. О приближенных методах расчета критических частот волноводов. «Ученые записки МГПИ им. Ленина», т. 88, 1954.