# ТЕОРИЯ КОЛЬЦЕВОЙ ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ТИПА «ЯЧЕИСТОГО» КОАКСИАЛЬНОГО ЦИЛИНДРА

*А. Г. Шеин, В. И. Молявко*

Харьков

В работах [1, 2] рассмотрены характеристики плоских двумерно-периодических резонаторных систем. В данной работе приводятся результаты исследования двумерно-периодической кольцевой резонаторной системы, образованной посредством нагрузки коаксиального цилиндра последовательностью взаимно перпендикулярных диафрагм (рис. 1, *а*). Задача решается методом Фурье с учетом основной пространственной гармоники в пространстве взаимодействия по каждому независимому направлению (по $\varphi$ и по $z$) и двух первых волн в области резонаторов, что соответствует наложению условия малости периода системы ($L_{1,2} < \lambda$).

Решение будем искать с помощью вектора Герца $\vec{\Pi} = \vec{k}(\Pi_{mz} + \Pi_{ez})$, составляющие которого в области пространства взаимодействия (область I на рис. 1, *б*) имеют вид:

$$\Pi^1_{mz} = [AJ_m(\alpha r) + BN_m(\alpha r)]\, e^{i(m\varphi+\beta z)};$$
$$\Pi^1_{ez} = [CJ_m(\alpha r) + DN_m(\alpha r)]\, e^{i(m\varphi+\beta z)}, \qquad (1)$$

где

$$\alpha^2 = k^2 - \beta^2; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

В областях резонаторов наложение условия существования двух основных типов волн требует выполнения соотношения $\frac{\partial \Pi_{mz}}{\partial \varphi} = \frac{\partial \Pi_{ez}}{\partial z} = 0$, в связи с чем составляющие вектора Герца определяются следующим образом:

в области II

$$\Pi^2_{mz} = C_2 \cos\frac{\pi}{L_1} z\, Y_{00}[\varkappa r, \varkappa(R-b)];$$
$$\Pi^2_{ez} = D_2 \cos\frac{\pi}{2\theta}\varphi\, Z_{\sigma\sigma}[kr, k(R-b)], \qquad (2)$$

где $\varkappa^2 = k^2 - \left(\frac{\pi}{L_1}\right)^2$;

$R$ — средний радиус цилиндра (рис. 1, *б*);

$\sigma = \frac{\pi}{2\theta}$, а для бесконечно тонких диафрагм $\sigma = \frac{N}{2}$ ($N$ число резонаторов, укладывающихся по окружности системы);

$$Y_{00}[\varkappa r, \varkappa(R-b)] = J_0(\varkappa r)\, N'_0[\varkappa(R-b)] - J'_0[\varkappa(R-b)]\, N_0(\varkappa r);$$

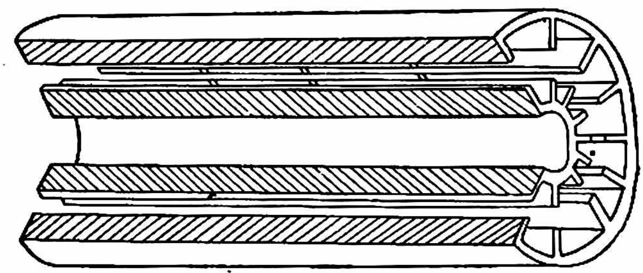
$$Z_{\sigma\sigma}[kr, k(R-b)] = J_\sigma(kr)\, N_\sigma[k(R-b)] - J_\sigma[k(R-b)]\, N_\sigma(kr);$$

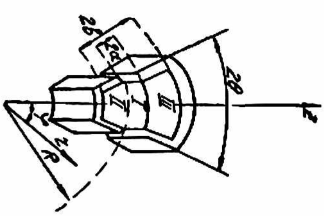
в области III

$$\Pi^3_{mz} = C_3 \cos\frac{\pi}{L_1} z Y_{00}\,[\varkappa r,\ \varkappa(R+b)];$$
$$\Pi^3_{ez} = D_3 \cos\frac{\pi}{2\theta}\,\varphi Z_{\sigma\sigma}\,[kr,\ k(R+b)]. \qquad (3)$$

На границах смежных областей удовлетворим условию равенства тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей, обеспечивающих непрерывность потока мощности между этими областями

$$\left.\begin{aligned} E_{z_1} &= E_{z_2}; \\ E_{\varphi_1} &= E_{\varphi_2}; \\ H_{z_1} &= H_{z_2} \\ H_{\varphi_1} &= H_{\varphi_2} \end{aligned}\right| r = R - d; \qquad \left.\begin{aligned} E_{z_1} &= E_{z_2}; \\ E_{\varphi_1} &= E_{\varphi_2}; \\ H_{z_1} &= H_{z_2} \\ H_{\varphi_1} &= H_{\varphi_2} \end{aligned}\right| r = R + d. \qquad (4)$$





Определив необходимые составляющие электромагнитного поля из соотношений (1) — (3), используя известные уравнения

$$\vec{E} = -j\omega\mu_0 r_0 + \vec{\Pi}_m + \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{\Pi}_e + k^2\vec{\Pi}_e;$$
$$\vec{H} = j\,\omega\varepsilon_0 r_0 t\,\vec{\Pi}_e + \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{\Pi}_m + k^2\vec{\Pi}_m; \qquad (5)$$

и подставив их в граничные условия (4), после математических преобразований получаем следующее дисперсионное уравнение системы:

$$\left(\frac{\varphi_1\varphi_2}{\vartheta}\right)^4 Z_{mm}(\pi\rho\chi_1,\ \pi\rho\chi_2) + \left(\frac{\varphi_1\varphi_2}{\vartheta}\right)^2 \left\{\frac{\xi\rho^2}{\sigma_1}\frac{\chi_1}{S^2}\frac{A_3(\pi\rho\chi_1)}{Z_{mm}}\left[\Phi_1 N_m(\pi\rho\chi_2) - \Phi_2 J_m(\pi\rho\chi_2)\right] + \right.$$
$$+ \frac{\xi\rho^2}{\sigma_1}\frac{\chi_1}{S^2}\frac{A_4(\pi\rho\chi_1)}{N_m(\pi\rho\chi_1)}\left[\Psi_1 N_m(\pi\rho\chi_2) - \Psi_2 J_m(\pi\rho\chi_2)\right] +$$
$$+ \frac{\xi\rho^2}{\sigma_1}\frac{\chi_2}{S^2}\frac{A_3(\pi\rho\chi_2)}{Z_{mm}}\left[\Phi_2 J_m(\pi\rho\chi_1) - \Phi_1 N_m(\pi\rho\chi_1)\right] +$$
$$\left. + \frac{\xi\rho^2}{\sigma_1}\frac{\chi_2}{S^2}\frac{A_4(\pi\rho\chi_2)}{N_m(\pi\rho\chi_1)}\left[\Psi_2 J_m(\pi\rho\chi_1) - \Psi_1 N_m(\pi\rho\chi_1)\right]\right\} +$$
$$+ \frac{\xi^2\rho^4}{\sigma_1^2}\frac{\chi_1\chi_2}{S^4}\frac{A_3(\pi\rho\chi_1)\,A_4(\pi\rho\chi_2)}{Z_{mm}N_m(\pi\rho\chi_1)}\left[\Phi_2\Psi_1 - \Phi_1\Psi_2\right] +$$
$$+ \frac{\xi^2\rho^4}{\sigma_1^2}\frac{\chi_1\chi_2}{S^4}\left[\Psi_2\Phi_1 - \Psi_1\Phi_2\right]\frac{A_3(\pi\rho\chi_2)\,A_4(\pi\rho\chi_1)}{Z_{mm}N_m(\pi\rho\chi_1)} = 0. \qquad (6)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\varphi_1=\frac{2\Theta m}{\pi};\quad \varphi_2=\frac{\beta L_1}{\pi};\quad \frac{kL_1}{\pi}=\xi;\quad \frac{2\Theta d}{L_1}=\vartheta;\quad \frac{b}{L_1}=t;\quad \frac{d}{L_1}=S;\quad \frac{\varkappa L_1}{\pi}=\sqrt{\xi^2-1}=$$

$$=\sigma_1;\quad \frac{\alpha L_1}{\pi}+\sqrt{\xi^2-\varphi_2^2}=\rho;\quad \frac{b-d}{L_1}=t_1;\quad \frac{R-d}{L_1}=\chi_1;\quad \frac{\alpha 2\Theta d}{\pi}=\vartheta\sqrt{\xi^2-\varphi_2^2}=$$

$$=\vartheta\rho;\quad \frac{R+d}{L_1}=\chi_2;\quad \frac{R-b}{L_1}=g_1;\quad \frac{R+b}{L_1}=g_2.$$

$$\Phi_1=A_1(\pi\rho\chi_2)\chi_2 N_m(\pi\rho\chi_1)-A_1(\pi\rho\chi_1)\chi_1 N_m(\pi\rho\chi_2);$$

$$\Phi_2=A_2(\pi\rho\chi_2)\chi_2 N_m(\pi\rho\chi_1)-A_2(\pi\rho\chi_1)\chi_1 N_m(\pi\rho\chi_2);$$

$$\Psi_1=A_1(\pi\rho\chi_1)\chi_1-\frac{J_m(\pi\rho\chi_1)}{Z_{mm}}\Phi_1;$$

$$\Psi_2=A_2(\pi\rho\chi_1)\chi_1-\frac{J_m(\pi\rho\chi_1)}{Z_{mm}}\Phi_2;$$

$$A_1\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}=\sigma_1 J'_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}-\rho J_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}\frac{Y'_{00}\begin{pmatrix}\pi\sigma_1\chi_1, & \pi\sigma_1 g_1\\ \pi\sigma_1\chi_2, & \pi\sigma_1 g_2\end{pmatrix}}{Y_{00}\begin{pmatrix}\pi\sigma_1\chi_1, & \pi\rho_1 g_1\\ \pi\sigma_1\chi_2, & \pi\sigma_1 g_2\end{pmatrix}};$$

$$A_2\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}=\sigma_1 N'_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}-\rho N_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}\frac{Y'_{00}\begin{pmatrix}\pi\sigma_1\chi_1, & \pi\sigma_1 g_1\\ \pi\sigma_1\chi_2, & \pi\sigma_1 g_2\end{pmatrix}}{Y_{00}\begin{pmatrix}\pi\sigma_1\chi_1, & \pi\sigma_1 g_1\\ \pi\sigma_1\chi_2, & \pi\sigma_1 g_2\end{pmatrix}};$$

$$A_3\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}=\xi J'_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}-\rho J_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}\frac{Z'_{\sigma\sigma}\begin{pmatrix}\pi\xi\chi_1, & \pi\xi g_1\\ \pi\xi\chi_2, & \pi\xi g_2\end{pmatrix}}{Z_{\sigma\sigma}\begin{pmatrix}\pi\xi\lambda_1, & \pi\xi g_1\\ \pi\xi\chi_2, & \pi\xi g_2\end{pmatrix}};$$

$$A_4\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}=\xi N'_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}-\rho N_m\begin{pmatrix}\pi\rho\chi_1\\ \pi\rho\chi_2\end{pmatrix}\frac{Z'_{\sigma\sigma}\begin{pmatrix}\pi\xi\chi_1, & \pi\xi g_1\\ \delta\xi\chi_2, & \pi\xi g_2\end{pmatrix}}{Z_{\sigma\sigma}\begin{pmatrix}\pi\xi\chi_1, & \pi\xi g_1\\ \pi\xi\chi_2, & \pi\xi g_2\end{pmatrix}}.$$

При вычислении дисперсии во всех функциях берутся только верхние или нижние аргументы, определяющие различные геометрические размеры системы.

Исследуемая структура может служить основой для анализа характеристик различных типов замедляющих систем, которые получаются из нее путем соответствующего предельного перехода (коаксиальный диафрагмированный волновод, цилиндрический диафрагмированный волновод, магнетронная система, двойная гребенка, двойная «ячеистая» плоскость и др.). Поэтому можно предположить, что качественная картина в «ячеистом» коаксиальном цилиндре не отличается от всех перечисленных выше систем, т. е. на основной пространственной гармонике эта система обладает положительной дисперсией. Очевидно, что расчет характеристик в широком интервале значений геометрических параметров позволит получить информацию о свойствах класса резонаторных замедляющих систем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Шеин. Анализ двумерно-периодической замедляющей системы типа «ячеистой» плоскости, «Изв. вузов, Радиофизика», XI, 1, 1968.

2. А. Г. Шеин, В. И. Молявко. О влиянии геометрии на характеристики резонаторных двумерно-периодических замедляющих систем. Сб. «Радиотехника», вып. 7. Изд-во ХГУ, Харьков, 1968.