ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ МАГНЕТРОН С НАКЛОНОМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ. II

В. В. Дворянкин

Донецк

Изучение цилиндрического магнетрона с полным пространственным зарядом и наклоном магнитного поля в случае толстого катода существенно осложняется тем, что дифференциальное уравнение задачи для плоскости r, φ, перпендикулярной магнитному полю, допускает лишь численное решение.

Однако для данного значения $\frac{r_0}{R}$ на основе численного решения можно получить приближенное аналитическое, аналогичное решению для магнетрона с предельно тонким катодом [1]. Тогда, комбинируя такое решение с соответствующим решением для оси $0\,\xi$ и переходя к системе координат ρ, θ, z, можно сравнительно просто получить приближенно-аналитическое решение поставленной задачи.

1. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Определим движение электронов в плоскости r, φ_2 исходя из дифференциального уравнения

$$r_1 r_1 + \omega_H^2 r_1^2 \left(1 - \frac{1}{r_1^4}\right) = \frac{40\pi e}{m r_0^2} \frac{J_\rho}{\omega_H} \psi, \tag{1}$$

где

$$r_1 = \frac{r}{r_{0x}};$$

$$\psi = \frac{\omega_H \tau}{10}; \quad \frac{J_\rho}{r_0^2} = \frac{J_r}{r_{0x}^2}.$$

Граничные условия $[r_1]_{\psi=0} = 1$, $[\dot{r}_1]_{\psi=0} = 0$. (2)

Вводя новую переменную

$$z_r = 10\sqrt{\mu}\,\psi, \tag{3}$$

где

$$\sqrt{\mu} = \frac{2}{9} \frac{\delta(N_1 \alpha_1 \theta}{N^3} \left(\frac{R}{r_0}\right)^3 \frac{\left(1 - \frac{r_0^2}{R^2}\right)^3}{\beta^3 \left(\frac{R}{r_0}\right)}, \tag{4}$$

уравнение (1) и граничные условия (2) можно преобразовать к такой форме:

$$Z_r = r_1^2\left(1-\frac{1}{r_1^4}\right)+\mu r_1\frac{d^2 r_1}{dz_r^2}, \tag{5}$$

$$[r_1]_{z_r=0} = 1,\ [\dot{r}_1]_{z_r=0} = 0, \tag{6}$$

численное решение которой для определенных значений параметра может быть получено, например, по методу Адамса-Штермера.

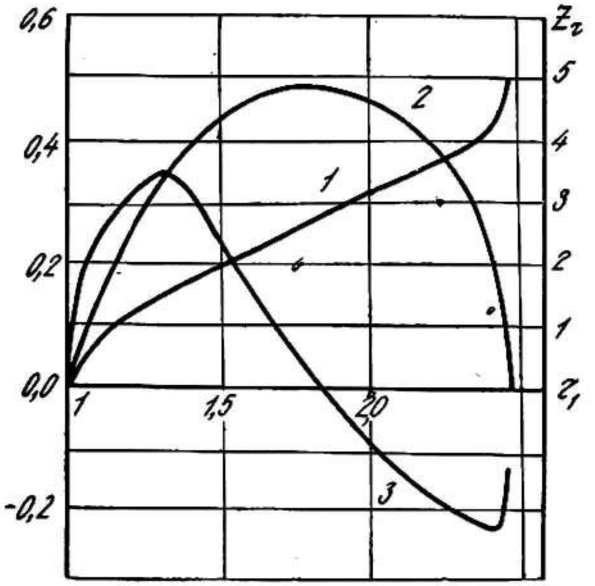

Рис. 1. Решение уравнения (5) для $\mu = 2$ и $\frac{r_0}{R} = 0{,}405$:

кривая *1*, $z_r = f_1(r_1)$;

» *2*, $\frac{\Delta r_1}{\Delta z_r} = f_r(r_1)$;

» *3*, $\frac{\Delta^2 r_1}{\Delta z_r^2} = f_r(r_1)$.

В частности, для $\mu = 2$ это решение, представленное в виде графика, приведено на рис. 1. При этом расчет ведется до такого значения $r_1 = \frac{R}{r_0}$, при котором радиальная скорость электронов обращается в нуль, что соответствует отсечке анодного тока и, следовательно, $N = 1$. Аналитически это решение удобно представить в таком виде:

$$r_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}\cdot 10^{\frac{3}{2}}\sqrt[4]{\mu}\,\psi^{\frac{3}{2}}\Phi(\psi)\,L(\psi), \tag{7}$$

где

$$\Phi(r_1) = \left[\beta^{\frac{4}{3}} + 2r_1\beta^{\frac{1}{3}}\left(\frac{d\beta}{dr_1}\right)\right]^{-\frac{3}{2}} = \Phi(\psi); \tag{8}$$

$$[L(\psi)]_{\psi=0} = 1. \tag{9}$$

Задача, таким образом, сводится к определению по заданным значениям ψ и $r_1(\psi)$ функций $L(\psi)$ и $\Phi(\psi)$. Чтобы выразить функцию $\Phi(r_1)$ через ψ, заметим, что при $\omega_H = 0$

$$r_1 - 4\left(\frac{\pi e}{3mr_{0x}^2} J_r\right)^{\frac{1}{2}} \Phi(r_1)^{\frac{3}{2}} \tau, \quad (10)$$

$$r \frac{d}{dr}(r\beta^2)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\left(\frac{16\pi e}{3m} J_r\right)^{\frac{1}{3}} \tau. \quad (11)$$

Это выражение совпадает с решением дифференциального уравнения для оси 0ξ, по которой направлено магнитное поле

$$\ddot{\xi} = \frac{e}{m}\frac{\partial V}{\partial \xi}. \quad (12)$$

Заменяя в уравнении (11) переменную r на переменную ξ и преобразуя его к такому виду:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\xi_1}{\beta}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{d(\xi_1\beta^2)}{d\xi_1} = \left(\frac{4\pi e}{m\xi_0^2} J_\xi\right)^{\frac{1}{3}} \tau = Z_\xi, \quad (13)$$

где положено $\xi_1 = \frac{\xi}{\xi_0}$, уравнение (12) можно записать следующим образом:

$$\xi_1 \frac{d^2\xi_1}{dZ_\xi^2} = Z_\xi.$$

Решая последнее уравнение численным методом (Адамса-Штермера), получаем функцию $\xi_1 = \xi_1(Z_\xi)$, которая может быть представлена в виде табличных данных или в виде графика — рис. 2 [2].

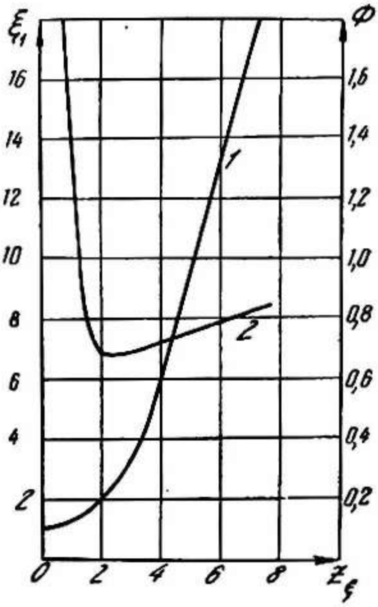

Рис. 2. ξ и Φ как функции z кривая 1, $\xi_1 = f(z)$; » 2, $\Phi = \varphi(z)$.

Если теперь формулу (13) записать таким образом:

$$\left(\frac{\pi e}{3m\xi_0^2} J_\xi\right)^{\frac{1}{2}} \tau^{\frac{3}{2}} = \frac{Z_\xi^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{3}},$$

то, подставляя это в выражение

$$\xi_1 = 4\left(\frac{\pi e}{3m\xi_0^2} J_\xi\right)^{\frac{1}{2}} \Phi(\xi_1)\tau^{\frac{3}{2}},$$

которое получается из (10) при замене r_1 на ξ_1, находим

$$\xi_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \Phi(Z_\xi) Z_\xi^{\frac{3}{2}},$$

откуда, принимая во внимание кривую на рис. 2, находим $\Phi(Z_\xi)$ для $0 \leqslant Z_\xi \leqslant 7$.

Теперь остается лишь выразить Z_ξ через ψ. Это можно сделать, воспользовавшись снова выражением (13). Из этого выражения находим

$$Z_\xi = \left(\frac{4\pi e}{m\xi_0^2} J_\xi\right)^{\frac{1}{3}} \tau = 10\left(\frac{4\pi e}{mr_0^2}\frac{J_\rho}{\omega_H^3}\right)^{\frac{1}{3}} \psi = 10\left[\frac{2}{9N^3}\left(\frac{R}{r_0}\right)^2 \frac{\left(1 - \frac{r_0^2}{R^2}\right)^3}{\beta^2\left(\frac{R}{r_0}\right)}\right]^{\frac{1}{3}} \psi, \quad (15)$$

или

$$Z_\xi = 10\left(\sqrt{\mu_\xi}\right)^{\frac{1}{3}}\psi.$$

Так как для данных N и $\frac{r_0}{R}$ величина $\sqrt{\mu_\xi}$ известна, то по выражению (15) можно рассчитать $Z_\xi(\psi)$, а отсюда и функцию $\Phi(\xi)$.

Если $\frac{r_0}{R} = 0{,}405$ и $N = 1$, то $\left(\sqrt{\mu_\xi}\right)^{\frac{1}{3}} = 1{,}24884$ и $Z_\xi = 12{,}4884\psi$. Соответствующая этим данным функция $\Phi(\psi)$ приведена на рис. 3. Таким образом, в формуле (7) все величины за исключением $L(\psi)$ оказываются известными и выраженными через ψ.

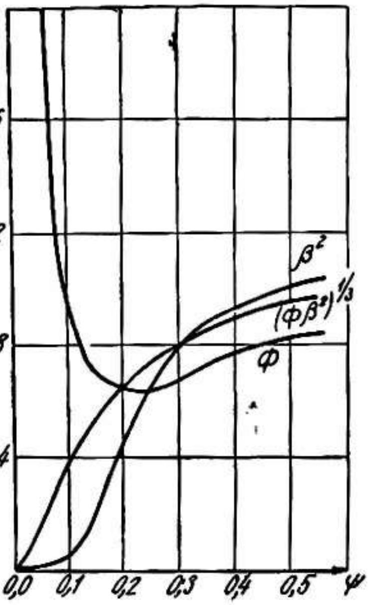

Рис. 3. β^2, Φ и $(\Phi\beta^2)^{1/3}$ как функции ψ.

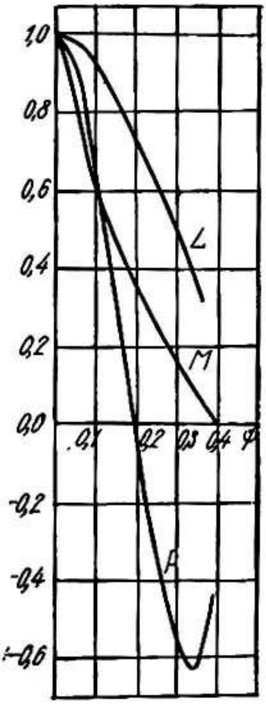

Рис. 4. L, M и P как функции ψ.
$\left(\mu = 2,\ \frac{r_0}{R} = 0{,}405\right)$.

Воспользовавшись тогда кривой $r_1 = r_1(Z_\xi)$ на рис. 1, можно легко рассчитать функцию $L(\psi)$. График этой функции для $\frac{r_0}{R} = 0{,}405$ и $\mu = 2$ дан на рис. 4.

2. Продифференцировав формулу (7) по времени, находим составляющие скорости и ускорения электронов в плоскости r, φ

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= \sqrt{30}\,\omega_H \sqrt[4]{\mu}\,(\Phi_{\beta^2})^{\frac{1}{3}}\psi^{\frac{1}{2}} M(\psi); \\ \ddot{r}_1 &= \sqrt{\frac{3}{4}}\cdot 10^{-\frac{1}{2}}\omega_H^2 \sqrt[4]{\mu}\,\Phi^{-1}(\psi)\,\psi^{-\frac{1}{2}} P(\psi), \end{aligned} \tag{16}$$

где

$$[M(\psi)]_{\psi=0} = 1,\quad [P(\psi)]_{\psi=0} = 1. \tag{17}$$

Выражая ξ_1 через радиальный ток в плоскости ρ, θ и дифференцируя полученное выражение по времени, аналогично будем иметь

$$\xi_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \sqrt[4]{\mu} \Phi(\psi) \psi^{\frac{3}{2}};$$

$$\dot{\xi}_1 = \sqrt{30} \omega_H \sqrt[4]{\mu} (\Phi\beta^2)^{\frac{1}{3}} \psi^{\frac{1}{2}}; \qquad (18)$$

$$\ddot{\xi}_1 = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \omega_H^2 \sqrt[4]{\mu} \Phi^{-1}(\psi) \psi^{-\frac{1}{2}}. \qquad (19)$$

3. Учитывая формулы перехода [1], нетрудно теперь написать соответствующие выражения и в системе координат ρ, θ, z:

$$\rho\left(1 - \frac{r_0^2}{\rho^2}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \sqrt[4]{\mu} r_0 \Phi \psi^{\frac{3}{2}} \left[L\left(1 - \frac{1}{r_1^2}\right)(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) + \right.$$
$$\left. + \left(1 - \frac{1}{\xi_1^2}\right) \sin^2\alpha \sin^2\theta\right]; \qquad (20)$$

$$\dot{\rho} = \sqrt{30} \omega_H \sqrt[4]{\mu} r_0 (\Phi\beta^2)^{\frac{1}{3}} \psi^{\frac{1}{2}} [M(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) + \sin^2\alpha \sin^2\theta]; \qquad (21)$$

$$\rho\dot{\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \omega_H \sqrt[4]{\mu} r_0 \Phi \left(1 - \frac{1}{r_1^2}\right) \psi^{\frac{3}{2}} L \cos\alpha -$$
$$- \sqrt{30} \omega_H \sqrt[4]{\mu} r_0 (\Phi\beta^2)^{\frac{1}{3}} \psi^{\frac{1}{2}} (M - 1) \sin^2\alpha \sin\theta \cos\theta. \qquad (22)$$

$$\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \omega_H^2 \sqrt[4]{\mu} r_0 \Phi^{-1} \psi^{-\frac{1}{2}} [P(\cos^2\theta +$$
$$+ \cos^2\alpha \sin^2\theta) + \sin^2\alpha \sin^2\theta] - \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \omega_H^2 \sqrt[4]{\mu} r_0 \Phi \left(1 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{r_0^2}\right)^2 \psi^{\frac{3}{2}} L(\cos\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta); \qquad (23)$$

$$\dot{Z} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \omega_H \sqrt[4]{\mu} r_0 \Phi \left(1 - \frac{1}{r_1^2}\right) \psi^{\frac{3}{2}} L \sin\alpha \cos\theta -$$
$$- \frac{\sqrt{30}}{2} \omega_H \sqrt[4]{\mu} r_0 (\Phi\beta^2)^{\frac{1}{3}} \psi^{\frac{1}{2}} (M - 1) \sin^2\alpha \sin\theta. \qquad (24)$$

Легко можно найти и радиальный градиент потенциала.

$$\frac{e}{m}\frac{\partial V}{\partial \rho} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 10^{-\frac{1}{2}} \omega_H^2 \sqrt[4]{\mu} r_0 \Phi^{-\frac{1}{2}} [P(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) +$$
$$+ \sin^2\alpha \sin^2\theta] + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \omega_H^2 \sqrt{\mu} r_0 \Phi \left(1 - \frac{1}{r_1^4}\right) \psi^{\frac{3}{2}} L(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta).$$

Нетрудно найти также и угол θ как функцию ψ. В плоскости r, φ мы имеем $d\varphi = 10\left(1 - \frac{1}{r_1^2}\right) d\psi$. Отсюда $\varphi = 10 \int\limits_0^\psi \left(1 - \frac{1}{r_1^2}\right) d\psi + \varphi_0$. Но, согласно формулам перехода

$$\operatorname{tg}\varphi = \cos\alpha \operatorname{tg}\theta;$$

Тогда
$$\theta = \operatorname{arctg}\left[\frac{1}{\cos\alpha} \operatorname{tg}\left(10 \int\limits_0^\psi \left(1 - {}^1\right) d\psi + \varphi_0\right)\right]. \qquad (26)$$

Нетрудно найти, наконец, и координату Z как функцию ψ:

$$Z\left(1+\frac{y_0}{y}\right)=\sqrt{30}\cdot\sqrt[4]{\mu}r_0(\Phi\beta^2)^{\frac{1}{3}}\psi^{\frac{1}{2}}(M-1)\sin\alpha\cos\theta-$$

$$-\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot 10^{\frac{3}{2}}\sqrt[4]{\mu}r_0\Phi\psi^{\frac{3}{2}}\left[L\left(1-\frac{1}{r_1^2}\right)-\left(1-\frac{1}{\xi_1^2}\right)\right]\sin\alpha\times$$

$$\times\cos\alpha\sin\theta+\frac{10e}{m\omega_{\rm H}^2\,y\sin\alpha}\int\limits_0^{\psi}\frac{\partial V}{\partial\theta}d\psi; \tag{27}$$

$$\int\limits_0^{\psi}\frac{dV}{d\theta}d\psi=\frac{10m}{e}\omega_{\rm H}^2\sin^2\alpha\sqrt{\mu}r_0^2\int\limits_0^{\psi}\psi\Big[1-P-$$

$$-\frac{4}{3}\cdot 10^2\Phi^2\left(1-\frac{1}{r_1^4}\right)\psi^3L\Big]\Big[L\,(\cos^2\theta+$$

$$+\cos^2\alpha\sin^2\theta)+\sin^2\alpha\sin^2\theta\Big]\sin\theta\cos\theta d\psi.$$

Функции $(\Phi\beta^2)^{\frac{1}{3}}$, M и P для $r_0=0{,}405$ в зависимости от переменной ψ даются на рис. 3 и 4, при этом функции $M(\psi)$ и $P(\psi)$ рассчитаны по кривым рис. 1 и уравнениям (16) при учете равенств

$$\dot{r}_1=\sqrt{\mu}\,\omega_{\rm H}\frac{dr}{dZ_r};$$

$$\ddot{r}_1=\mu\omega_{\rm H}^2\frac{d^2r_1}{dZ_r^2},$$

что дает

$$M(\psi)=\frac{\sqrt[4]{\mu}\frac{dr_1}{dZ_r}}{\sqrt{30}(\Phi\beta^2)^{\frac{1}{3}}\psi^{\frac{1}{2}}} \tag{28}$$

$$P(\psi)=\sqrt{\frac{40}{3}}\cdot\mu^{\frac{3}{4}}\Phi\psi^{\frac{1}{2}}\frac{d^2r_1}{dZ_r^2}.$$

Можно убедиться, что выражения (20)—(27) полностью удовлетворяют всем исходным дифференциальным уравнениям и граничным условиям.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА И ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА

1. Возводя в квадрат выражения (21), (22), (24) и складывая их, можно получить нормализованное параметрическое распределение потенциала по радиальным направлениям плоскости ρ, θ.

$$\varphi=30N^2\frac{\sqrt{\mu}\frac{r_0^2}{R^2}}{\left(1-\frac{r_0^2}{R^2}\right)^2}\psi\left\{\left[(\Phi\beta^2)^{\frac{2}{3}}M^2+\frac{400}{9}\Phi^2\psi^2L^2\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(1-\frac{1}{r_1^2}\right)^2\right](\cos^2\theta+\cos^2\alpha\sin^2\theta)+(\Phi\beta^2)^{\frac{2}{3}}\sin^2\alpha\sin^2\theta\right\}, \tag{29}$$

где

$$\varphi=\frac{V}{V_a},\ \varphi_a=1.$$

Это наиболее общая форма распределения потенциала. Из него как частный случай может быть получено распределение для магнетрона с предельно тонким катодом или распределение для цилиндрического лэнгмюровского диода и т. д.

В случае магнетрона с предельно тонким катодом следует положить

$$r_0 = 0, \ \Phi = \beta = 1.$$

В случае же лэнгмюровского диода $N = 0$ в выражении (29) выпадает второй член в квадратных скобках. В результате получается

$$V(\rho) = V_a 30 N^2 \frac{\sqrt{\mu}\frac{r_0^2}{R^2}}{\left(1-\frac{r_0^2}{R^2}\right)^2} \psi(\Phi\beta^2)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{81 m}{2e}\pi^2 J_\rho^2\right)^{\frac{1}{3}} (\rho\beta^2)^{\frac{2}{3}},$$

или

$$V(\rho) = V_a \left(\frac{\rho}{R}\right)^{\frac{2}{3}} \left[\frac{\beta\left(\frac{\rho}{r_0}\right)}{\beta\left(\frac{R}{r_0}\right)}\right]^{\frac{4}{3}}.$$

Этот же результат мы находим, как легко заметить, и для

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \ \theta = \frac{\pi}{2}.$$

Для конкретных расчетов распределения потенциала выражение (29) следует применять совместно с выражением (20). При этом, чтобы найти $\sqrt{\mu}$, формулы (29) и (20) берем на аноде. В результате получаем два уравнения:

$$1 = 30 N^2 \frac{\sqrt{\mu}\frac{r_0^2}{R^2}}{\left(1-\frac{r_0^2}{R^2}\right)^2} \psi_a \left\{\left[(\Phi\beta^2)_a^{\frac{2}{3}} M_a^2 + \frac{400}{9}\Phi_a^2 L_a^2 \left(1-\frac{1}{r_1^2}\right)_a^2 \psi_a^2\right] \times (\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) + (\Phi\beta^2)_a^{\frac{2}{3}} \sin^2\alpha \sin^2\theta\right\};$$

$$1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt[4]{\mu}\frac{r_0}{R}}{\left(1-\frac{r_0^2}{R^2}\right)} \Phi_a \psi_a^{\frac{3}{2}} \left[L_a\left(1-\frac{1}{r_1^2}\right)_a (\cos^2\theta + \cos^2\alpha\sin^2\theta) + \left(1-\frac{1}{\xi_1^2}\right)_a \sin^2\alpha\sin^2\theta\right], \qquad (30)$$

из которых при данных N, α, θ находим соответствующие ψ_a и $\sqrt{\mu}$. В частности, для магнетрона с $\frac{r_0}{R} = 0{,}405$ при $N = 1$, $\alpha = 20°$ и $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$* имеем $\psi_a = 0{,}25$, $\sqrt{\mu} = 1{,}579$, $\delta(1) = 0{,}814$**.

Если же $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$, то $\psi_a = 0{,}29$, $\sqrt{\mu} = 1{,}44$, $\delta(1) = 0{,}743$. Распределение потенциала для $\theta_0 = 0$ и $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, рассчитанное указанным образом, приведено на рис. 5.

* θ_0 — угол эмиссии электронов.

** В магнетроне без наклона магнитного поля $\delta(1) = 0{,}73$.

Рис. 6 дает представление об электронных траекториях при $\alpha = 20°$ и $N = 1$. Как видно из рисунка, траектории расположены в пространстве и зависят от угла эмиссии. Для указанных углов эмиссии электроны попадают на анод (для весьма длинных электродов); координаты их попадания сильно изменяются при изменении угла эмиссии. Так, при $\theta_0 = 0$ и $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ электроны направляются в сторону положительной полуоси $0z$, при $\theta_0 = \pi$ и $\theta_0 = \frac{3\pi}{2}$ в сторону отрицательной полуоси.

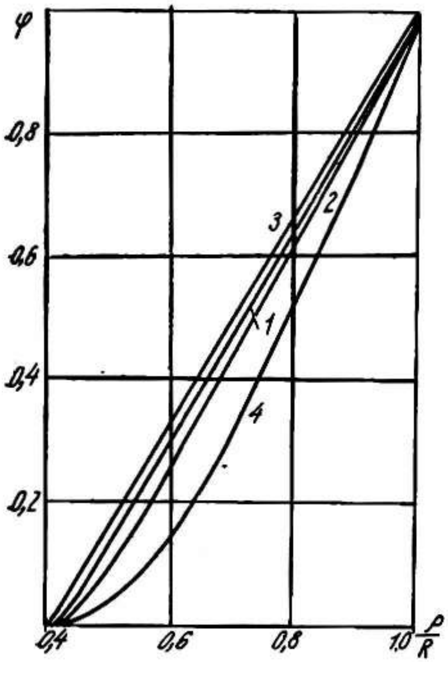

Рис. 5. Радиальное распределение потенциала:

кривая 1, $\theta = \frac{\pi}{2}$

» 2, $\theta = 0°$,

» 3, лэнгмюровская,

» 4, бриллюеновская, $\alpha = 20°$, $N = 1$.

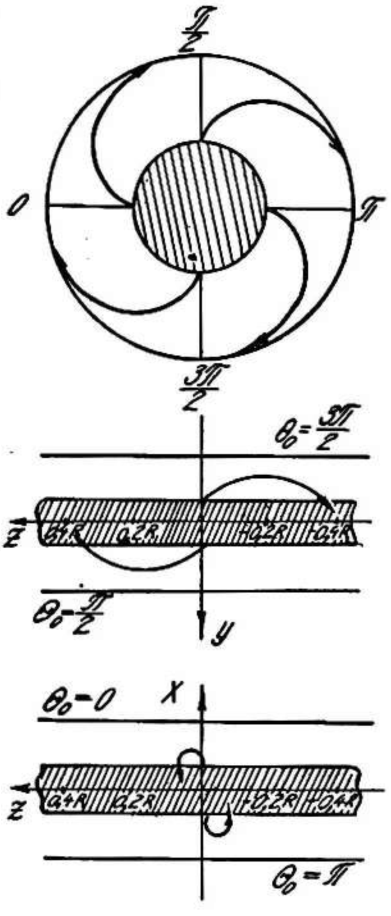

Рис. 6. Траектории электронов $N = 1$, $\alpha = 20°$)

Координата z_a в первых двух случаях соответственно $Z_a = 0{,}10R$ и $Z_a = 0{,}381R$. Во всех случаях электроны не поворачивают обратно к катоду и, таким образом, их траектории петель не образуют.

Однако, как видно из уравнения (21), а также из рис. 4 и 6, имеются две группы электронов, теряющих свою радиальную скорость в точках пересечения полуосей $\pm OX$ с анодом. В этих точках радиальное ускорение электронов становится отрицательным и, следовательно, электроны не попадают на анод, а, описывая сложные траектории (петлеобразные), возвращаются к катоду, вызывая его нагревание в результате бомбардировки. Подобные группы электронов имеются при всех значениях r_0/R, т. е. в интервале $0 \leqslant \frac{r_0}{R} \leqslant 1$. Теоретически они имеются и при всех углах наклона, в том числе и при $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

2. Радиальное распределение плотности заряда в электронном облаке можно получить из соотношения $J_\rho = \rho\rho_0\dot{\rho}$, если в него подставить выражения (20) и (21). В результате получаем

$$\rho_0 = \frac{N^2 \dfrac{V_a\left(1-\dfrac{r_0^2}{\rho^2}\right)}{400\pi R^2\left(1-\dfrac{r_0^2}{\rho^2}\right)}}{\Phi\left(\Phi\beta^2\right)^{\frac{1}{3}}\psi^2\rho_1\dot{\rho}_1}, \tag{31}$$

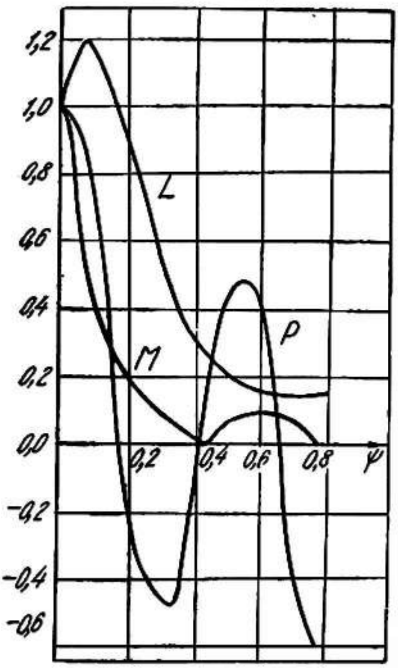

Рис. 7. L, M и P как функции ψ $\left(\mu = 0{,}5\ \frac{r_0}{R} = 0{,}405\right)$.

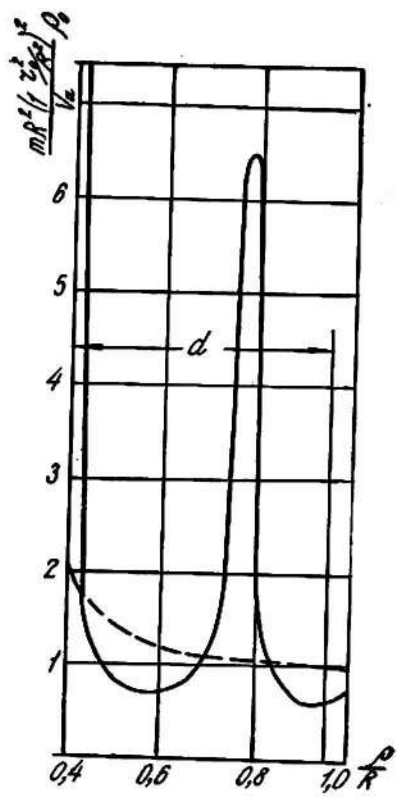

Рис. 8. Радиальное распределение плотности заряда: $\alpha = 4°$; $N = 1{,}031$; $\theta = \frac{\pi}{2}$; $\frac{r_0}{R} = 0{,}405$; d — бриллюеновский радиус отсечки. Пунктирная кривая — бриллюеновская.

где

$$\rho_1 = L\left(1-\frac{1}{r_1^2}\right)(\cos^2\theta + \cos^2\alpha\sin^2\theta) + \left(1-\frac{1}{\xi_1^2}\right)\sin^2\alpha\sin^2\theta; \tag{32}$$

$$\dot{\rho}_1 = M(\cos^2\theta + \cos^2\alpha\sin^2\theta) + \sin^2\alpha\sin^2\theta.$$

Как отмечено выше, для конкретных расчетов выражение (31) следует применять совместно с выражением (20). Если предполагается $\frac{r_0}{R} = 0{,}405$ и $N = 1$, то для расчета ρ_0 по формуле (31) следует воспользоваться кривыми для $L(\psi)$ и $M(\psi)$, приведенными на рис. 4. В этом случае $\mu = 2$ и $\delta(1) = 0{,}73$.

Интересно, однако, рассчитать распределение плотности заряда для некоторого N, соответствующего области крутого падения статической вольт-амперной характеристики. В частности, для $\mu = 0{,}5$ кривые $L(\psi)$, $M(\psi)$ и $P(\psi)$ при $\frac{r_0}{R} = 0{,}405$ приведены на рис. 7. Расчет производится следующим образом. Решая уравнение (5) при $\mu = 0{,}5$, получаем кривые, аналогичные изображенным на рис. 1. Воспользовавшись этими кривыми, а также выражениями (7) и (28), находим $L(\psi)$, $M(\psi)$, $P(\psi)$. Теперь по уравнениям (30) для заданных значений ψ_a, α и θ можно найти соответствующие $\sqrt{\mu}$ и N. Подставляя, наконец, N и $\sqrt{\mu}$ в (31) и принимая во внимание выражение (20), получаем радиальное распределение плотности заряда. На рис. 8 показано это распределение, рассчитанное указанным образом.

Плотность заряда имеет максимум между электродами и на аноде не равна нулю, хотя бриллюеновский радиус отсечки находится перед анодом. Это говорит о том, что при наклоне магнитного поля электронное облако распространяется вплоть до анода, в результате чего анодный ток оказывается не равным нулю (ток утечки), возрастая с ростом угла наклона.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Дворянкин. См. статью настоящего сборника.
2. Г. А. Гринберг. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд-во АН СССР. М.—Л., 1948.