

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ МАГНЕТРОН С НАКЛОНОМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

В. В. Дворянкин

Донецк

Теория цилиндрического магнетрона с полным пространственным зарядом и наклоном магнитного поля в современной литературе освещена недостаточно. Можно указать лишь на несколько работ, посвященных этому вопросу [1—2], причем в одних из них рассматривается магнетрон без пространственного заряда [1], в других — в предельном случае скрещенных полей режим при отсечке анодного тока предполагается бриллиуновским [2].

Настоящая работа посвящена статическому режиму указанного магнетрона. В части I рассматривается магнетрон с предельно тонким катодом. Часть II посвящена магнетрону с толстым катодом.

При рассмотрении этих задач предполагается однородность и постоянство во времени внешнего магнитного поля и отсутствие добавочных магнитных полей, создаваемых вращающимся в облаке электронным потоком; нулевые начальные скорости электронов и равенство нулю напряженности электрического поля на катоде; отсутствие столкновений между электронами и краевого эффекта. Наконец, идеальная конструкция прибора.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для упрощения задача решается сначала в системе координат $r, \varphi, \xi(x, \eta, \xi)$, а затем результат решения преобразовывается в систему $\rho, \psi, z(x, y, z)$. Системы координат показаны на рис. 1. В соответствии с этим дифференциальные уравнения движения электронов будут

$$\begin{aligned}\ddot{r} &= \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial r} + r\dot{\varphi}[\dot{\varphi} - 2\omega_n]; \\ \frac{d}{dt} [r^2(\dot{\varphi} - \omega_n)] &= 0; \\ \ddot{\xi} &= \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial \xi}.\end{aligned}\tag{1}$$

Эти уравнения показывают, что движение электронов при наклоне магнитного поля складывается из их вращения вокруг поля и поступательного движения вдоль магнитных силовых линий. Эти движения могут быть рассмотрены отдельно. Уравнения, соответствующие вращению электронов, не отличаются от уравнений для магнетрона со скрещенными полями, а уравнение поступательного движения — от лэнгмюровского уравнения для диода без магнитного поля.

Считая на катоде $\dot{r} = 0$, $\varphi = 0$ и $\dot{\xi} = 0$, можно легко решить последние два уравнения:

$$\dot{\varphi} = \omega_H \left(1 - \frac{r_{0x}^2}{r^2} \right); \quad (2)$$

$$\xi \frac{d}{d\xi} (\xi \beta^2)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \left(\frac{16\pi e}{3m} J_{\xi} \right)^{\frac{1}{3}} \tau. \quad (3)$$

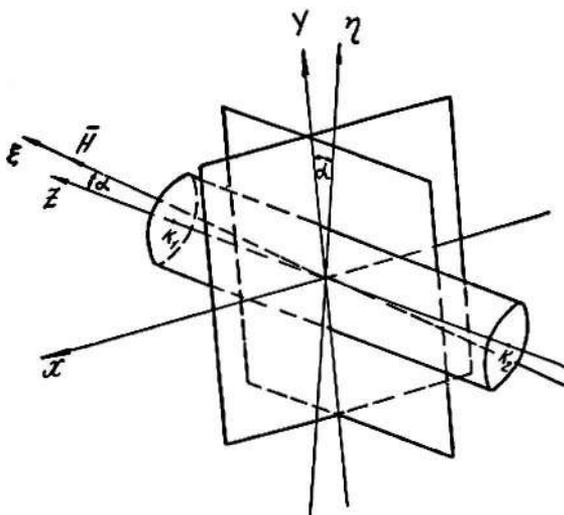


Рис. 1. Системы координат при наклоне магнитного поля

Это дает

$$\frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial r} = \ddot{r} + \omega_H^2 r \left(1 - \frac{r_{0x}^2}{r^2} \right), \quad (4)$$

$$\xi = \left(\frac{18\pi e}{m} J_{\xi} \right)^{\frac{1}{3}} (\xi \beta^2)^{\frac{1}{3}}, \quad (5)$$

где $\beta = \beta \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)$ — функция, табулированная Лэнгмюром;

$\omega_H = \frac{eH}{2mc}$ — частота Лармора;

J_{ξ} — плотность тока электронов вдоль оси $o\xi$;

r_{0x} и ξ_0 — проекция радиуса катода на плоскость r, φ и на ось $o\xi$ соответственно.

Чтобы найти координату r как функцию времени, заметим, что, согласно уравнению Пуассона,

$$\frac{e}{m} r \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{4\pi e}{m} J_r \tau.$$

Тогда из выражения (4) получаем дифференциальное уравнение для определения этой координаты

$$\left(\frac{r}{R} \right) \left(\frac{\ddot{r}}{R} \right) + \omega_H^2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \left(1 - \frac{r_{0x}^2}{R^2} \right) = \frac{4\pi e J_r}{m R^2} \tau = \frac{40\pi e J_r}{m R^2} \omega_H \psi, \quad (6)$$

где $\psi = \frac{\omega_H \tau}{10}$ и J_r — ток в единице центрального угла плоскости r, φ .

Если бы мы решали задачу в системе координат ρ, θ, z , дифференциальные уравнения движения электронов были бы сложнее:

$$\frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial \rho} = \ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2 - 2\omega_H \cos \alpha - 2\omega_H \sin \alpha \dot{z} \cos \theta; \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} [\rho^2 (\dot{\theta} - \omega_H \cos \alpha)] = -2\omega_H \sin \alpha \rho \dot{z} \sin \theta + \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial \theta}.$$

К ним добавились бы соотношения

$$V = \frac{m}{2e} [\dot{\rho}^2 + \rho^2 \dot{\theta}^2 + \dot{z}^2], \quad I_\rho = \rho \rho_0 \dot{\rho} = \text{const}$$

и граничные условия

$$[\dot{\rho}]_{\rho=r_0} = 0, \quad [\dot{\theta}]_{\rho=r_0} = 0, \quad [\dot{z}]_{\rho=r_0} = 0, \quad (8)$$

$$[V]_{\rho=r_0} = 0, \quad [V]_{\rho=R} = V_a, \quad \left[\frac{\partial V}{\partial \rho} \right]_{\rho=r_0} = 0,$$

причем последнее условие выражает ограничение тока пространственным зарядом.

Решение последнего уравнения (7) получить нетрудно. Учитывая, что вращение электронов происходит в плоскости r, φ , для которой $\xi = 0$, согласно известным формулам перехода, имеем $z = -\text{tg } \alpha y$. Интегрируя тогда последнее уравнение (7), при учете граничных условий получим:

$$\rho \dot{\theta} = \omega_H \cos \alpha \rho \left(1 - \frac{r_0^2}{\rho^2} \right) - \omega_H \sin \alpha \left(1 + \frac{y_0}{y} \right) z \sin \theta + \frac{e}{m\varphi} \int_0^t \frac{\partial V}{\partial \theta} dt. \quad (9)$$

Как уже отмечалось выше, задача решается в системе координат r, φ, ξ , а затем результат решения преобразуется в систему ρ, θ, z . При этом соответствующие формулы перехода следующие:

$$\rho \left(1 - \frac{r_0^2}{\rho^2} \right) = r \left(1 - \frac{r_{0x}^2}{r^2} \right) \sqrt{\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta} + \xi \left(1 - \frac{\xi_0^2}{\xi^2} \right) \sin \alpha \sin \theta; \quad (10)$$

$$\dot{\rho} = \dot{r} \sqrt{\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta} + \dot{\xi} \sin \alpha \sin \theta;$$

$$\rho \dot{\theta} = \frac{r \dot{\varphi} \cos \alpha - \dot{r} \sin^2 \alpha \sin \theta \cos \theta}{\sqrt{\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta}} + \dot{\xi} \sin \alpha \cos \theta. \quad (11)$$

Аналогична формула перехода и для градиента потенциала и т. д.

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = \frac{\partial V}{\partial r} \sqrt{\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta} + \frac{\partial V}{\partial \xi} \sin \alpha \sin \theta. \quad (12)$$

2. МАГНЕТРОН С ПРЕДЕЛЬНО ТОНКИМ КАТОДОМ

1. В этом случае все уравнения упрощаются. Уравнение (6) будет

$$\left(\frac{r}{R} \right) \left(\frac{\ddot{r}}{R} \right) + \omega_H^2 \left(\frac{r}{R} \right)^2 = \frac{40\pi e}{mR^2} \frac{I_r}{\omega_H} \psi. \quad (13)$$

Решение его получаем без труда. Полагая $N = \frac{\omega_H}{\omega_{H(\text{кр})}}$ и $\mu_r = \frac{4 \delta^2}{81 N^6}$, это решение перепишем в таком виде:

$$\frac{r}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}} 10^{\frac{3}{2}} \sqrt{\mu_r \psi}^{\frac{3}{2}} L, \quad (14)$$

$$L = 1 - 10,5263\psi^2 + 44,5386\psi^4 - 86,5119\psi^6 + 117,9037\psi^8 - 101,1985\psi^{10} + \dots \quad (15)$$

Из выражения (14) находим

$$\dot{r} = \sqrt{30} \omega_H \sqrt{\mu_r} \psi^{\frac{1}{2}} M; \quad (16)$$

$$\ddot{r} = \sqrt{\frac{3}{40}} \omega_H^2 \sqrt{\mu_r} \psi^{-\frac{1}{2}} P,$$

где

$$M = 1 - 24,5614\psi^2 + 163,3082\psi^4 - 432,5594\psi^6 + 746,7236\psi^8 - 775,855\psi^{10} + \dots; \quad (17)$$

$$P = 1 - 122,8070\psi^2 + 1469,7738\psi^4 - 5623,2717\psi^6 + 12694\psi^8 - 16292,9556\psi^{10} + \dots \quad (18)$$

Графики функций $M = M(\psi)$ и $L = L(\psi)$ при учете только шести членов даны на рис. 2. Заметим, что формулы (14) и (16) могут быть записаны и таким образом:

$$r = 4 \left(\frac{\pi e}{3m} I_r \right)^{\frac{1}{2}} \tau^{\frac{3}{2}} L; \quad (19)$$

$$\dot{r} = 6 \left(\frac{\pi e}{3m} I_r \right)^{\frac{1}{2}} \tau^{\frac{1}{2}} M,$$

$$\ddot{r} = 3 \left(\frac{\pi e}{3m} I_r \right)^{\frac{1}{2}} \tau^{-\frac{1}{2}} P, \quad (20)$$

что совпадает с решением, полученным С. Я. Брауде [3].

Если теперь в формулах (14) и (16) положить $\beta \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right) \equiv 1$, мы получим решение и для оси $o\xi$:

$$\frac{\xi}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^2 \sqrt{\mu_\xi} \psi^{\frac{3}{2}};$$

$$\dot{\xi} = \sqrt{30} \omega_H \sqrt{\mu_\xi} \psi^{\frac{1}{2}}; \quad (21)$$

$$\ddot{\xi} = \sqrt{\frac{3}{40}} \omega_H^2 \sqrt{\mu_\xi} \psi^{-\frac{1}{2}}, \quad (22)$$

где

$$\mu_\xi = \frac{4}{81} \frac{\partial^2(N)}{N^3}.$$

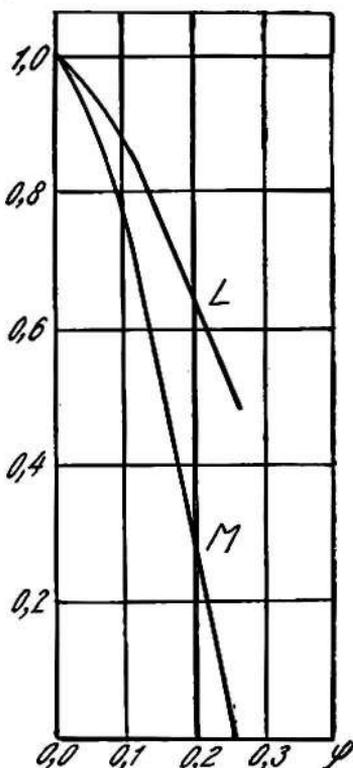


Рис. 2. L и M как функции ψ .

2. Воспользовавшись полученными выражениями (14), (16), (21) и (22), а также формулами перехода, можно уже получить соответствующие выражения и в системе координат ρ , θ , z :

$$\frac{\dot{\rho}}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{3}{2}} \sqrt[4]{\mu\psi^2}^3 [L(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) + \sin^2\alpha \sin^2\theta]; \quad (23)$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{30} \omega_H \sqrt[4]{\mu\psi^2}^{\frac{1}{2}} [M(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) + \sin^2\alpha \sin^2\theta]; \quad (24)$$

$$\frac{\dot{\rho}\dot{\theta}}{R} = \sqrt{30} \omega_H \sqrt[4]{\mu\psi^2}^{\frac{1}{2}} \left[\frac{20}{3} \cos\alpha\psi L - (M-1) \sin^2\alpha \sin\theta \cos\theta \right]; \quad (25)$$

$$\dot{z} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 10^{\frac{1}{2}} \omega_H \sqrt[4]{\mu\psi^2}^{\frac{1}{2}} \left[10\psi L \sin\alpha \cos\theta + \frac{3}{4} (M-1) \sin 2\alpha \sin\theta \right]; \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{z}{R} = & \sqrt{30} \sqrt[4]{\mu\psi^2}^{\frac{1}{2}} \left[(M-1) \sin\alpha \cos\theta - \frac{10}{3} \psi (L-1) \sin 2\alpha \sin\theta \right] + \\ & + \frac{e}{m\omega_H y \sin\alpha} \int_0^{\tau} \frac{\partial V}{\partial \theta} d\tau, \end{aligned} \quad (27)$$

где $\mu = \frac{4}{81} \frac{\delta(N, \theta, \alpha)}{N^3}$ и относится к плоскости ρ , θ .

Нетрудно также найти и радиальный градиент потенциала:

$$\begin{aligned} \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial \rho} = & \frac{\sqrt{3}}{2} R 10^{-\frac{1}{2}} \omega_H^2 \sqrt[4]{\mu\psi^2}^{-\frac{1}{2}} [P(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) + \sin^2\alpha \sin^2\theta] + \\ & + \frac{2}{\sqrt{3}} R 10^{\frac{3}{2}} \sqrt[4]{\mu\omega_H^2\psi^2}^3 L(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta), \end{aligned} \quad (28)$$

а также выражение

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2}{R} = & \sqrt{\frac{3}{40}} \omega_H^2 \sqrt[4]{\mu\psi^2}^{-\frac{1}{2}} [P(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta) + \sin^2\alpha \sin^2\theta] - \\ & - \frac{2}{\sqrt{3}} \omega_H^2 10^{\frac{3}{2}} \sqrt[4]{\mu\psi^2}^3 L(\cos^2\theta + \cos^2\alpha \sin^2\theta). \end{aligned} \quad (29)$$

Легко проверить, что полученные выражения (23) — (29) полностью удовлетворяют дифференциальным уравнениям (7). Удовлетворяются при этом и граничные условия (8)¹.

Кроме того, как видно из выражения (24), при наклоне магнитного поля, электроны попадают на анод, так что отсечка анодного тока не достигается как бы велико магнитное поле ни было².

3. Подставляя в соотношение

$$V = \frac{m}{2e} [\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\theta}^2 + \dot{z}^2]$$

¹ Кроме второго и последнего, поскольку для магнетрона с предельно тонким катодом они вообще не могут быть удовлетворены.

² Это относится, естественно, к магнетрону с весьма длинными электродами по сравнению с R .

квадраты выражений (24), (25) и (26), учитывая равенство $\omega_n = N\omega_{n(кр)} = N \left(\frac{2e V_a}{m R^2} \right)^{\frac{1}{2}}$ и полагая $\varphi(\psi, \alpha, \theta) = \frac{V(\psi, \alpha, \theta)}{V_a}$, после соответствующих упрощений находим нормализованное распределение потенциала по радиальным направлениям плоскости ρ, θ .

$$\varphi(\psi, \alpha, \theta) = 30N^2 \sqrt{\mu}\psi \left[(M^2 + \frac{400}{9} \psi^2 L^2) (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \right]. \quad (30)$$

Для конкретных расчетов это выражение следует применять совместно с выражением (23), причем для данных N, θ и α следует найти сначала $\sqrt{\mu}$. Это можно сделать следующим образом: возводя (23) в квадрат и совместно с формулой (30) взяв на аноде, получаем два уравнения:

$$1 = 30N^2 \sqrt{\mu}\psi_a \left[\left(M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^2 L_a^2 \right) \times \right. \\ \left. \times (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \right]; \quad (31)$$

$$1 = \frac{4}{3} \cdot 10^3 \sqrt{\mu}\psi_a^3 [L_a (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta]^2.$$

Сравнивая эти уравнения и исключая $\sqrt{\mu}$, находим уравнение, из которого определяется ψ_a .

$$N^2 \left[\left(M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^2 L_a^2 \right) (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \right] = \\ = \frac{400}{9} \psi_a^2 [L_a (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta]^2. \quad (32)$$

$\sqrt{\mu}$ находится теперь подстановкой найденного таким образом ψ_a в одно из уравнений (31). В таблице даются некоторые значения $\sqrt{\mu}$ и $\delta = \frac{I_p}{I_{p \text{ лэнгм}}}$ для $\alpha = 0$ и $\alpha = 20^\circ$, рассчитанные указанным образом.

На рис. 3 приведено распределение потенциала для указанных углов наклона при $N = 1$ и $\theta = \frac{\pi}{2}$. Для сравнения на этом же рисунке дано распределение и для лэнгмюровского диода без магнитного поля. Как видно из рисунка 3, наклон магнитного поля приближает распределение потенциала к лэнгмюровскому и при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ это распределение, очевидно, будет с ним совпадать.

4. Воспользовавшись выражением $I_p = \rho \rho_0 \dot{\rho}$, а также (23) и (24), можно найти радиальное распределение плотности заряда в электронном облаке. Учитывая, что $I_p = \frac{\delta(N, \alpha, \theta)}{9\pi} \left(\frac{2e}{m} \right)^{\frac{1}{2}} V_a^{\frac{3}{2}} R$, находим после несложных преобразований

$$\rho_0 = \frac{N^2 \frac{V_a}{400\pi R^2}}{\psi^2 [L (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta] [M (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta]}. \quad (33)$$

N = 1					
α = 0°			α = 20°		
θ	√μ	δ	θ	√μ	δ
0	0,191956	0,864	0	0,191956	0,864
π/4	0,191956	0,864	π/4	0,1936	0,8712
π/2	0,191956	0,864	π/2	0,1976	0,8892

Естественно, что для конкретных расчетов это выражение следует применять совместно с (23). При этом, как и ранее, следует принять во внимание уравнение (32).

5. Для примера рассмотрим следующие случаи.

а) $\theta = 0$.

В этом случае уравнение (32)

$$N^2 \left[M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^2 L_a^2 \right] = \frac{400}{9} \psi_a^2 L_a^2.$$

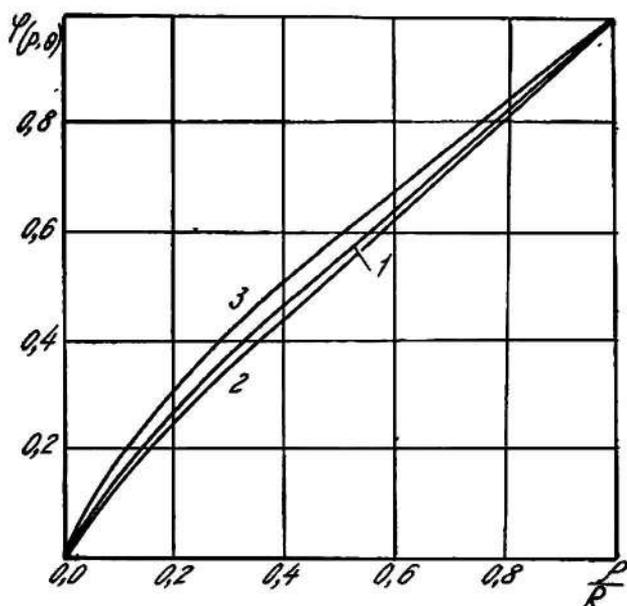


Рис. 3. Радиальное распределение потенциала:

кривая 1, $\alpha = 20^\circ$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $N = 1$;

> 2, $\alpha = 0^\circ$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $N = 1$;

> 3, $N = 0^\circ$.

Из выражений (30) и (33) находим

$$\varphi = 30N^2 \sqrt{\mu} \psi \left[M_a^2 + \frac{400}{9} \psi^2 L_a^2 \right]; \quad (34)$$

$$\rho_0 = \frac{N^2 \frac{V_a}{400\pi R^2}}{\psi^2 LM}. \quad (35)$$

Если $N = 1$, то $M_a = 0$. Это соответствует отсечке анодного тока, что наблюдается и в скрещенных полях при критическом магнитном поле. Разница только в том, что в последнем случае отсечка имеет место для всех электронов, тогда как в первом — только для двух узких групп, теряющих свою радиальную скорость в точках анода, где $\theta = 0$, $\theta = \pi$.

б) $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

$$N^2 \left[\left(M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^2 L_a^2 \right) \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \right] = \frac{400}{9} \psi_a^2 [L_a \cos^2 \theta + \sin^2 \theta]^2; \quad (36)$$

$$\varphi = 30N^2 \sqrt{\mu\psi} \left[\left(M^2 + \frac{400}{9} \psi^2 L^2 \right) \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \right];$$

$$\rho_0 = \frac{N^2 \frac{V_a}{400\pi R^2}}{\psi^2 [L \cos^2 \theta + \sin^2 \theta] [M \cos^2 \theta + \sin^2 \theta]} \quad (37)$$

Если $\theta = 0$ (или π), мы получаем прежний результат. Если же $\theta = \frac{\pi}{2} \left(\frac{3\pi}{2} \right)$, то $N^2 = \frac{400}{9} \psi_a^2$. Это дает $\omega_{н(кр)} \tau_a^0 = \frac{3}{2}$, что совпадает с известным соотношением для лэнгмюровского диода без магнитного поля. Тогда из выражений (23) и (37) находим

$$\begin{aligned} \varphi &= \left(\frac{\rho}{R} \right)^{\frac{2}{3}}; \\ \rho_0 &= \frac{V_a}{9\pi R^2} \left(\frac{\rho}{R} \right)^{-\frac{4}{3}}. \end{aligned} \quad (38)$$

Таким образом, при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ вдоль полуосей $\pm Oy$ магнетрона устанавливаются условия, тождественные условиям в лэнгмюровском диоде, как бы велико магнитное поле ни было. Однако вдоль полуосей $\pm Ox$ условия остаются как в магнетроне. Следовательно, для промежуточных радиальных направлений имеется непрерывный переход от магнетрона к лэнгмюровскому диоду.

Если эмиссия электронов катодом происходит в направлениях углов $\theta_0 = 0$ (или π), а также $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ (или $\frac{3\pi}{2}$), вращение их в плоскости ρ, θ не происходит. Электроны, эмитированные в направлениях $\theta_0 = 0$ (или π), совершают свое движение в полуплоскостях $\pm Ox \mp z$. В этом случае имеет место отсечка анодного тока. Электроны же, эмитированные в направлениях $\theta_0 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{3\pi}{2} \right)$, будут двигаться прямолинейно вдоль полуосей $\pm Oy$. Схематическое изображение электронных траекторий для рассматриваемого случая дано на рис. 4.

«Шаг» электронных траекторий в полуплоскостях $x0-z$ и $-x0z$ определяется из выражения (27), которое следует записать таким образом

$$z = -30 \sqrt{\mu\psi}^{\frac{1}{2}} (1-M) R \cos \theta + \frac{e}{m\omega_{нy}} \int_0^{\tau} \frac{\partial V}{\partial \theta} d\tau.$$

Полагая здесь $\theta = 0$ и $\theta = \pi$, получим на аноде (при $N = 1$)

$$z_a = \mp \left[\sqrt{30} \sqrt{\mu} R \psi_a^{\frac{1}{2}} - B(\psi_a) \right].$$

Отсюда «шаг» будет равен

$$h = 2|z_a| = 2 \sqrt{30} \sqrt{\mu} R \psi_a^{\frac{1}{2}} - 2B(\psi_a), \quad (39)$$

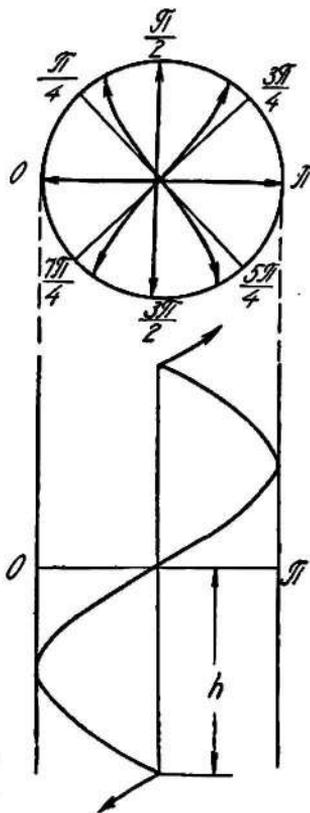


Рис. 4. Траектории электронов.

где

$$B(\psi_a) = \frac{100\sqrt{\mu}}{\frac{p}{R}} R \int_0^{\psi_a} \psi L \left[1 - P - \frac{400}{3} \psi^2 L \right] d\psi. \quad (40)$$

При отсечке $\sqrt{\mu} = 0,191956$; $\psi_a = 0,253$. Тогда $h = 2,43$; $R + 0,34R = 2,77R$.

6. Параметрические уравнения нормализованной статической вольт-амперной характеристики можно получить следующим образом.

Взяв выражение (30) на аноде и полагая $N = 1$, находим

$$U_a = \frac{20}{3} \delta \psi_a \left[\left(M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^2 L_a^2 \right) (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \right]. \quad (41)$$

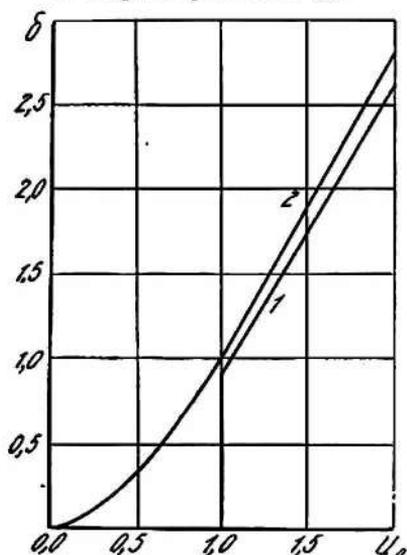


Рис. 5. Нормализованная вольт-амперная характеристика:
кривая 2 — ленгмюровская;
1 — ($\delta = U_a^{1/2}$).

С другой стороны, из выражения (23) при тех же условиях будем иметь

$$1 = \frac{8}{27} \cdot 10^3 \delta \psi_a^3 = [L_a (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta]^2.$$

Тогда, комбинируя это выражение с предыдущим, можем записать

$$U_a = \frac{\frac{9}{400}}{\psi_a^2 [L_a (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta]^2} \times \\ \times \left[\left(M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^2 L_a^2 \right) (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \right]; \quad (42)$$

$$\delta = \frac{\frac{27}{8000}}{\psi_a^2 [L_a (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \sin^2 \alpha \sin^2 \theta]^2}.$$

Совокупность этих уравнений и определяет вольт-амперную характеристику магнетрона.

Если $\alpha = 0$ (π) или $\theta = 0$ (π), уравнения (42) дают нижнюю кривую на рис. 5, параметрические уравнения которой

$$U_a = 1 + \frac{9}{400} \frac{M_a^2}{\psi_a^2 L_a^2}; \quad (43)$$

$$\delta = \frac{27}{8000} \frac{1}{\psi_a^2 L_a^2}.$$

Если же $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то для $\theta = 0 (\pi)$ получаем прежний результат, тогда как для $\theta = \frac{\pi}{2} \left(\frac{3\pi}{2} \right)$ характеристика будет лэнгмюровской

$$\begin{aligned} U_a &= \frac{9}{400\psi_a^2}; \\ \delta &= \frac{27}{8000\psi_a^3}, \end{aligned} \quad (44)$$

откуда

$$\delta = U_a^{\frac{3}{2}}.$$

Из рассмотренного видно, что для всех углов наклона и всех радиальных направлений статическая вольт-амперная характеристика магнетрона с предельно тонким катодом не имеет ветвей с отрицательным сопротивлением. Следовательно, такой магнетрон при всех условиях не может генерировать колебания на низких частотах. Это вытекает также из выражения для внутреннего сопротивления магнетрона, которое мы получим следующим образом.

Учитывая, что лэнгмюровская плотность тока связана с критическим магнитным полем соотношением

$$I_{\rho \text{ лэнгм}}^{\text{отс}} = \frac{m}{18\pi e} \omega_{\text{н(кр)}}^3 R^2 \quad (45)$$

и принимая во внимание, что $V_a = U_a V_{a(\text{кр})}$, $\delta = \frac{I_{\rho}}{I_{\rho \text{ лэнгм}}^{\text{отс}}}$ из выражения (41), получим

$$V_a = \frac{60\pi}{\omega_{\text{н(кр)}}} I_{\rho} \left[\left(\psi_a M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^3 L_a^2 \right) (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \psi_a \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \right],$$

что может быть преобразовано к такому виду*:

$$V_a = \frac{60\pi}{\omega_{\text{н(кр)}}} \left[I_{\rho} \left(\psi_a M_a^2 + \frac{400}{9} \psi_a^3 L_a^2 \right) + I_{\xi} \psi_a \right].$$

Отсюда

$$\begin{aligned} R &= \frac{dV_a}{dI_{\rho}} = \frac{60\pi}{\omega_{\text{н(кр)}}} \left\{ \left[\psi_a M_a^2 - \frac{\left(\psi_a M_a^2 + 2\psi_a^2 M_a \frac{dM_a}{d\psi_a} \right)}{\left(3L_a + \frac{2\psi_a dL_a}{d\psi_a} \right)} \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times L_a \right] (\cos^2 \theta + \cos^2 \alpha \sin^2 \theta) + \frac{2}{3} \psi_a \sin^2 \alpha \sin^2 \theta \right\}. \end{aligned} \quad (45)$$

Легко убедиться, что при всех углах наклона магнитного поля и всех радиальных направлениях отсюда вытекает, что $R > 0$ в соответствии с ранее полученным результатом.

В случае скрещенных полей из формулы (46) находим

$$R = \frac{60\pi}{\omega_{\text{н(кр)}}} \psi_a M_a \left[M_a - \frac{\left(M_a + 2\psi_a \frac{dM_a}{d\psi_a} \right)}{\left(3L_a + 2\psi_a \frac{dL_a}{d\psi_a} \right)} L_a \right]. \quad (47)$$

* На единицу длины по оси OZ и вдоль данного радиального направления.

В режиме отсечки $M = 0$, следовательно, и $R = 0$. Если же $\alpha = \frac{\pi}{2}$, выражение (46) дает

$$R = \frac{60\pi}{\omega_{в(кр)}} \psi_a \left\{ \left[M_a^2 - \frac{\left(M_a^2 + 2\psi_a M_a \frac{dM_a}{d\psi_a} \right)}{\left(3L_a + 2\psi_a \frac{dL_a}{d\psi_a} \right)} L_a \right] \cos^3 \theta + \frac{2}{3} \sin^3 \theta \right\}. \quad (48)$$

Отсюда для $\theta = 0$ (π) снова получаем формулу (47). Для $\theta = \frac{\pi}{2}$ ($\frac{3\pi}{2}$) уже $R = \frac{60\pi}{\omega_{в(кр)}} \psi_a \frac{2}{3} = 4\pi\tau_a^0 = \frac{2}{3} R_{ст}$, где $R_{ст} = 6\pi\tau_a^0$ — рассчитанное на единицу центрального угла внутреннее сопротивление статического лэнгмюровского диода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Е. Hollmann. Phys und Techn, der ultrakurzen Wellen, Berlin, 247, 1936.
2. В. В. Дворянкин. Ученые записки Донецкого пединститута. Изд-во «Радянська школа», вып. 2, 23, 1953.
3. С. Я. Брауде. ЖТФ, т. XV, вып. 3, 107, 1945.