

ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ СВЧ ИНТЕРФЕРОМЕТРАМИ

В. А. Щербов, Е. М. Кулешов

Харьков

Для определения электронной плотности плазмы широко применяется сверхвысокочастотный интерферометрический метод [1, 2]. Он успешно используется для исследования распадающейся плазмы тлеющего, дугового и высокочастотного разрядов. Многообразное применение находят различные типы СВЧ интерферометров при исследованиях высокотемпературной плазмы. Однако до настоящего времени в литературе нет анализа погрешностей измерений при определении электронной плотности плазмы СВЧ интерферометрами. В то же время очевидно, что обоснованный выбор интерферометра для той или иной плазменной установки невозможен без предварительного анализа источников его погрешностей и оценки их влияния на точность определения электронной плотности.

Нами рассмотрены основные и наиболее специфичные для интерферометров погрешности.

Распространение электромагнитных волн в магнитоактивной плазме существенно зависит от соотношения между частотами ω , ω_0 , ω_H и от угла α (угла между направлениями распространения волны и направлением внешнего магнитного поля). Здесь ω_H — циклотронная частота электронов, а ω_0 — плазменная частота. Для практических исследований плазмы наиболее часто применяется поперечное распространение $\alpha = \pi/2$ волны с поляризацией, параллельной внешнему магнитному полю (обыкновенная волна), поскольку при этом электронная плотность плазмы не зависит от внешнего магнитного поля.

Для большинства задач микроволновой диагностики выполняется условие $\omega \gg \nu$, так как диапазон длин волн, употребляемый в экспериментальных исследованиях, охватывает величины от $3 \cdot 10^9$ до $3 \cdot 10^{11}$ гц, в то время как частоты столкновений ν обычно на несколько порядков меньше.

Кроме того, в большинстве плазменных исследований длина волны СВЧ колебаний, зондирующих плазму λ , намного меньше линейных размеров плазменного поперечника L . В этом случае можно считать, что электромагнитная волна с плоским фазовым фронтом падает нормально на плоскую границу раздела двух сред, т. е. можно не учитывать явлений рефракции.

Исходя из всего изложенного, мы рассмотрим только поперечное распространение обыкновенной волны в однородной плазме при выполнении условий $\omega \gg \nu$ и $L \gg \lambda$.

1. ОБЩИЙ АНАЛИЗ ЧАСТНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ

Известно, что для определения электронной плотности плазмы с помощью любого интерферометра, измеряющего высокочастотные фазовые сдвиги, можно воспользоваться формулой

$$n = \frac{mcj\varphi}{e^2L} \left(1 - \frac{\varphi c}{4\pi fL} \right), \quad (1.1)$$

где φ — фазовый сдвиг волны, прошедший через плазму при $n \neq 0$, относительно случая, когда волна распространяется в свободном пространстве ($n = 0$);

e и m — заряд и масса электрона;

c — скорость света в свободном пространстве;

f — частота зондирующего сигнала.

Из этой формулы видно, что погрешность определения электронной плотности плазмы зависит от погрешностей в измерении фазы φ линейных размеров плазменного поперечника L и частоты зондирующего сигнала f .

Нетрудно показать, что выражения для расчета максимально возможных относительных погрешностей в определении электронной плотности плазмы запишутся

$$\delta n_1 = \pm \frac{2\Delta\varphi}{\varphi} \frac{(2\pi Lf - c\varphi)}{(4\pi Lf - c\varphi)}; \quad (1.2)$$

$$\delta n_2 = \pm \frac{2\Delta L}{L} \frac{(2\pi Lf - c\varphi)}{(4\pi Lf - c\varphi)}; \quad (1.3)$$

$$\delta n_3 = \pm \frac{4\pi L\Delta f}{4\pi Lf - c\varphi}, \quad (1.4)$$

где δn_1 , δn_2 , δn_3 — относительные погрешности в определении электронной плотности плазмы, возникающие из-за ошибок измерения φ , L и f соответственно;

$\Delta\varphi$, ΔL и Δf — максимальные абсолютные погрешности в измерении φ , L и f соответственно.

В случае, когда электронная плотность плазмы определяется зондированием ее амплитудно-модулированным СВЧ сигналом и измеряются фазовые сдвиги по огибающей этого сигнала, электронная плотность рассчитывается по формуле

$$n = \frac{\varphi_m c m f^2 \pi (\varphi_m c + 4\pi FL)}{e^2 (\varphi_m c + 2\pi FL)}, \quad (1.5)$$

где φ_m — фазовый сдвиг огибающей амплитудно-модулированного СВЧ сигнала, прошедшего через плазму при $n \neq 0$ относительно случая, когда волна распространяется в свободном пространстве ($n = 0$);

F — частота модуляции.

Из выражения (1.5) нетрудно получить расчетные формулы для максимально возможных относительных погрешностей в определении электронной плотности плазмы

$$\delta n_1 = \pm \frac{\Delta\varphi_m}{\varphi_m} \frac{8\pi^2 F^2 L^2}{(\varphi_m c + 2\pi FL) \cdot (\varphi_m c + 4\pi FL)}; \quad (1.6)$$

$$\delta n_2 = \pm \frac{8\pi^2 F^2 L \Delta L}{(\varphi_m c + 2\pi FL) \cdot (\varphi_m c + 4\pi FL)}; \quad (1.7)$$

$$\delta n_3 = \pm \frac{2\Delta f}{f}; \quad (1.8)$$

$$\delta n_4 = \pm \frac{8\pi^2 F L^2 \Delta F}{(\varphi_m c + 2\pi FL) \cdot (\varphi_m c + 4\pi FL)}, \quad (1.9)$$

где δn_1 , δn_2 , δn_3 , δn_4 — относительные погрешности в определении электронной плотности плазмы, возникающие из-за ошибок измерения φ_m , L , f и F соответственно.

Рассмотрим отдельные составляющие погрешностей в определении электронной плотности плазмы.

Относительная погрешность δn_2 (формулы 1.3; 1.7), связанная с погрешностью измерения линейных размеров плазмы, может быть оценена лишь для конкретной плазменной установки, поскольку ее величина существенно зависит от методов измерения линейных размеров плазменного поперечника.

Погрешность δn_3 (формулы 1.4; 1.8), возникающая из-за ошибок в измерении частоты зондирующего сигнала, может не учитываться, поскольку в диапазоне частот, на которых проводится зондирование ($10^{10} - 3 \cdot 10^{11}$ гц), погрешность их измерения не хуже, чем 10^{-3} . Следовательно, погрешность δn_3 формулы (1.4; 1.8) не должна превышать 0,1%.

Погрешность δn_4 (формула 1.9), связанная с нестабильностью частоты генератора модулирующего напряжения, может также не учитываться ввиду того, что относительная стабильность частоты генераторов, работающих на частотах $10^6 - 10^8$ гц, не хуже, чем 10^{-5} .

Погрешность δn_1 , обусловленная ошибками в измерении фазовых сдвигов, существенно зависит от типа применяемого интерферометра. При измерении фазовых сдвигов интерферометром возникает целый ряд частных погрешностей, которые и будут нами рассмотрены в следующем разделе.

2. АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ ФАЗОВЫХ СДВИГОВ СВЧ ИНТЕРФЕРОМЕТРАМИ

Нами будут рассматриваться погрешности измерений фазовых сдвигов для следующих основных типов интерферометров [1, 2].

А. Интерферометр с применением фазового детектора по высокой частоте

Б. Интерферометры супергетеродинного типа:

а) с двумя СВЧ генераторами (с опорным волноводным каналом и без него);

б) с одним СВЧ генератором и модулятором одной боковой частоты.

В. Интерферометры с модуляцией СВЧ сигнала:

а) частотной пилообразной;

б) амплитудной однонаправленной.

Для удобства последующих рассуждений на рис. 1 приведены упрощенные блок-схемы высокочастотных частей перечисленных интерферометров.

Все рассматриваемые погрешности можно разделить на две группы:

1. Погрешности общие для всех или большинства типов интерферометров.

2. Погрешности, специфичные для определенных типов интерферометров или одного интерферометра.

К первой группе относятся следующие основные погрешности:

а) отсчетная погрешность;

б) погрешность, обусловленная паразитной частотной модуляцией СВЧ генераторов;

в) погрешность за счет затухания СВЧ сигнала в плазме.

Ко второй группе погрешностей, специфичных для определенных типов интерферометров, относятся:

а) погрешность, обусловленная параметрами модулирующего пилообразного напряжения, и погрешность, связанная с паразитной амплитудной модуляцией, специфичные для интерферометра с частотной пилообразной модуляцией (рис. 1, б);

б) погрешность, обусловленная модулятором одной боковой частоты, специфичная для интерферометра с модулятором одной боковой частоты (рис. 1, з);

в) погрешность, связанная с нестабильностью частоты генератора модулирующего напряжения, свойственная интерферометрам, в которых применяются модуляторы СВЧ сигнала (рис. 1, з; 1, д; 1, е). Эта группа погрешностей проанализирована в двух работах [3, 4], поэтому рассмотрим погрешности, относящиеся только к первой группе.

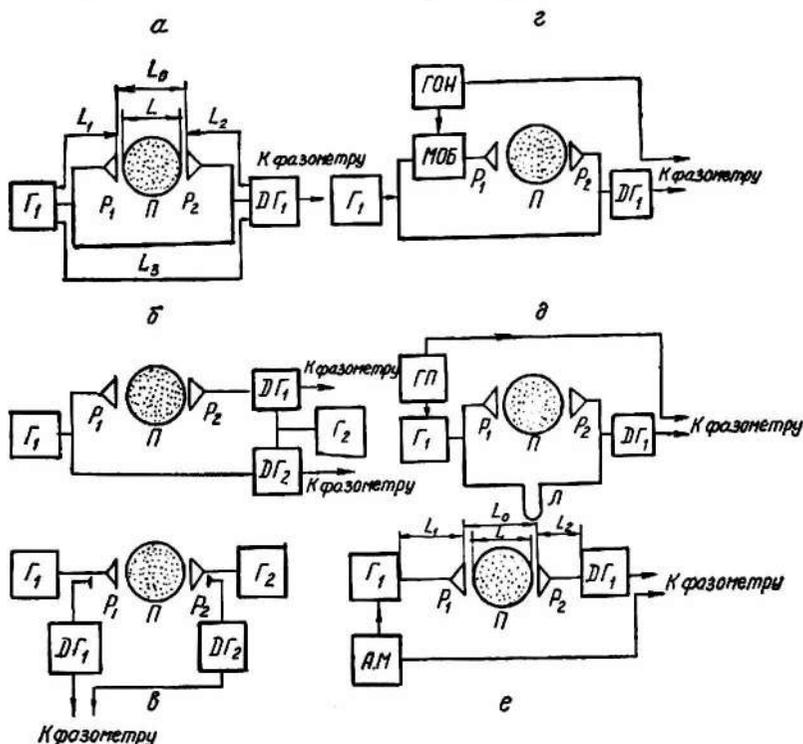


Рис. 1. Блок-схемы интерферометров:

а) интерферометр с фазовым детектором по высокой частоте; б) супергетеродинный интерферометр с опорным волноводным каналом с двумя СВЧ генераторами (без опорного волнового канала); в) супергетеродинный интерферометр с двумя СВЧ генераторами (без опорного волнового канала); г) супергетеродинный интерферометр с одним СВЧ генератором и модулятором одной боковой частоты; д) и е) интерферометры с пилообразной частотой и синусоидальной амплитудной модуляцией СВЧ сигнала соответственно. Γ_1 и Γ_2 — СВЧ генераторы, $Д\Gamma_1$ и $Д\Gamma_2$ — детекторные головки, P_1 и P_2 — излучающие и принимающие рупоры, П — плазма, МОБ — волноводный модулятор одной боковой частоты, ГОН — генератор опорного напряжения, ГП — генератор пилы, Л — линия задержки, АМ — амплитудный модулятор.

а) *Отсчетная погрешность.* Эта погрешность существенно зависит от системы индикации фазовых сдвигов, т. е. от схем применяемых фазометров. Мы рассмотрим наиболее часто встречающиеся схемы с использованием фазового детектора и некоторые импульсные схемы.

На рис. 2 изображен размытый шумами участок осциллограммы $U_m = F(t)$ типичный для интерферометра с фазовым детектором по высокой частоте (рис. 1, а) или для других типов интерферометров (рис. 1, б; 1, в, 1, з) с фазовым детектором на промежуточной частоте. Здесь $U_m = F(t)$ напряжение на нагрузке фазового детектора, изменяющееся за время плазменного разряда.

На рис. 3 приведены участки осциллограмм фазовых сдвигов, типичных для импульсных фазометров [1, 2].

Пользуясь этими рисунками, нетрудно получить формулу для определения фазового сдвига в любой выбранный момент времени при линейной зависимости фазового сдвига за время изменения фазы на величину φ_1

$$\varphi = \varphi_1 \left(k + \frac{l}{B} \right), \quad (2.1)$$

где B — расстояние между максимумом и минимумом кривой $U_m = F(t)$ (рис. 2) или расстояние между серединой засвеченных линий при отсутствии фазового сдвига (рис. 3, а; 3 б);

l — расстояние между максимумом кривой $U_m = F(t)$ и выбранным моментом времени (2), или расстояние между серединой засвеченной линии при отсутствии фазового сдвига и кривой фазового сдвига в выбранный момент времени (рис. 3, а; 3, б);

K — число полупериодов функции $U_m = F(t)$ с момента начала изменения фазы до выбранного момента времени (рис. 2) или число случаев пересечения кривой сдвига фазы с засвеченными линиями при отсутствии фазового сдвига (рис. 3, а; 3, б) с момента начала плазменного разряда до выбранного момента времени;

φ_1 — фазовый масштаб, соответствующий расстоянию B .

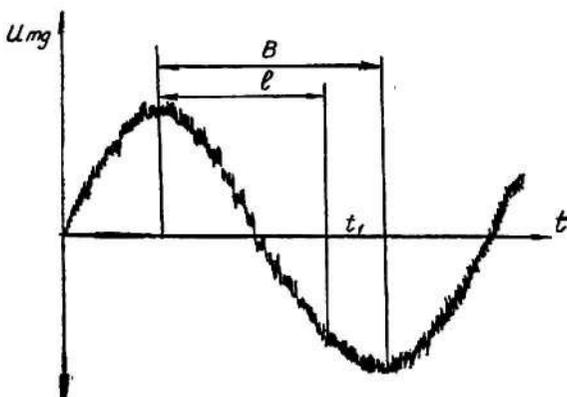


Рис. 2.

Величина φ_1 зависит от применения в фазометре умножения или деления фазы. Поскольку кривая фазового сдвига прочерчивается лучом (рис. 2, 3), ширина следа которого составляет 1—2 мм, возникает отсчетная погрешность в определении расстояний B и l , а следовательно, и фазового сдвига. Из формулы (2.1) можно получить выражение для максимальной абсолютной отсчетной погрешности

$$\Delta\varphi_1 = \pm \varphi_1 \frac{B\Delta l + l\Delta B}{B^2} \quad (2.2)$$

где Δl и ΔB — абсолютные погрешности в определении расстояний l и B .

Из формулы (2.2) видно, что величина этой погрешности существенно зависит от выбранного фазового масштаба (φ_1 , B). Уменьшая φ_1 и увеличивая B , можно уменьшить отсчетную погрешность.

б) Погрешность, обусловленная паразитной частотной модуляцией СВЧ генераторов. Вследствие некоторой зависимости параметров волноводного тракта от частоты и неодинаковой длины волноводов измерительного и опорного каналов частотная модуляция СВЧ генератора может влиять на точность измерения фазовых сдвигов.

Очевидно, что фазовый сдвиг сигналов опорного и измерительного каналов определяется разностью электрических длин этих каналов. Воспользовавшись рисунком 1, а, покажем, что эта разность определяется по формуле

$$\Delta\beta = \frac{2\pi\Delta L_g}{\lambda_g} + \frac{2\pi\Delta L_0}{\lambda} + \frac{2\pi L}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}, \quad (2.3)$$

где $\Delta L_g = L_1 + L_2 - L_3$ — разность длин волноводов измерительного и опорного каналов;

$$\Delta L_0 = L_0 - L;$$

λ_g — длина волны в волноводе.

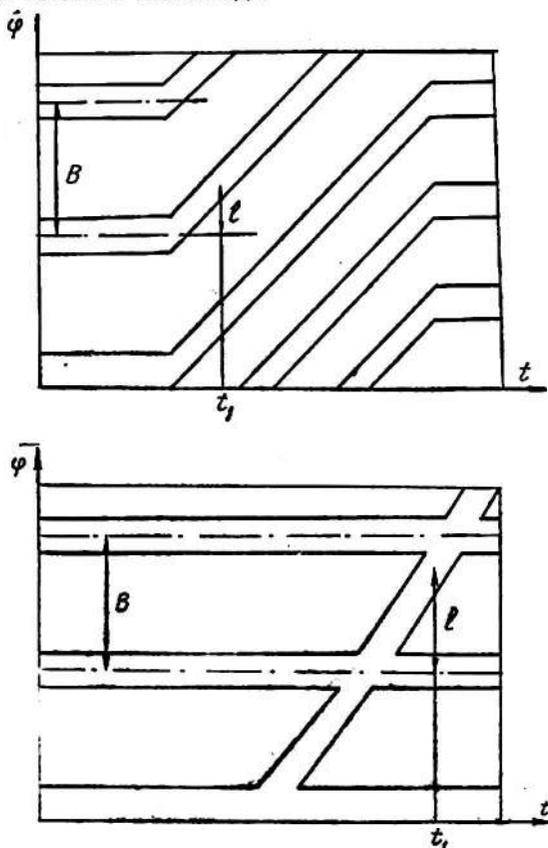


Рис. 3.

Из выражения (2.3) получим формулу, связывающую изменение фазы с изменением частоты Δf

$$\Delta\varphi_2 = \pm \frac{2\pi\Delta f}{c} \left(\frac{\Delta L_g \lambda_g}{\lambda} + \Delta L_0 + \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} \right), \quad (2.4)$$

где $\Delta\varphi_2$ — максимальная абсолютная погрешность, обусловленная паразитной частотной модуляцией СВЧ генератора с максимальной девиацией частоты Δf .

Обычно волноводы (прямые участки), соединяющие СВЧ генераторы с плазменной установкой и детекторами с целью снижения затухания, имеют большое поперечное сечение, так что можно считать $\lambda_g \approx \lambda$.

В этом случае формула 2.4 упрощается, принимая следующий вид:

$$\Delta\varphi_2 = \pm \frac{2\pi\Delta f}{c} \left(\Delta L + \Delta L_0 + \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} \right) \quad (2.5)$$

Для интерферометра с одним СВЧ генератором (рис. 1, а; 1, г; 1, д) эта погрешность определяется одним генератором (Γ_1).

При использовании интерферометра с пилообразной частотной модуляцией (рис. 1, д) под паразитной модуляцией частоты следует иметь в виду отклонение частоты от линейного закона.

В случае интерферометра с амплитудной модуляцией СВЧ сигнала (рис. 1, е) погрешность, рассчитанную по формуле (2.3), следует пересчитать с высокой частоты f на частоту модуляции F . При этом учтем, что $\Delta L = L_1 + L_2$ (рис. 1, е). Воспользовавшись известными формулами [5] для пересчета, получим

$$\Delta\varphi_{2м} = \pm \frac{2\pi F\Delta f}{cf \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} \left(\Delta L + \Delta L_0 + \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}}} \right), \quad (2.6)$$

где $\Delta\varphi_{2м}$ — максимальная абсолютная погрешность за счет паразитной частотной модуляции СВЧ генератора на частоте модуляции.

При применении интерферометра с двумя СВЧ генераторами и опорными волноводными каналами (рис. 1, б) погрешность, связанную с СВЧ генератором Γ_2 (гетеродином), можно не учитывать, поскольку обычно волноводные каналы, идущие от генератора к смесительным детекторам, имеют одинаковую длину.

Для интерферометра с двумя СВЧ генераторами без опорного волноводного канала (рис. 1, в) необходимо учитывать погрешности, обусловленные паразитной частотной модуляцией каждого генератора (Γ_1, Γ_2), а результирующую погрешность следует определить по формуле

$$\Delta\varphi_2 = \pm \sqrt{\Delta\varphi_{\Gamma_1}^2 + \Delta\varphi_{\Gamma_2}^2}, \quad (2.7)$$

где $\Delta\varphi_{\Gamma_1}, \Delta\varphi_{\Gamma_2}$ — статистически независимые максимальные абсолютные погрешности, обусловленные паразитной модуляцией генераторов Γ_1 и Γ_2 соответственно. Эти погрешности связаны с различием длин волноводных каналов (рис. 1, в) и различием их частотных характеристик между генератором Γ_1 и смесительными детекторами $D\Gamma_1, D\Gamma_2$ ($\Delta\varphi_{\Gamma_1}$), а также генератором Γ_2 и теми же смесителями ($\Delta\varphi_{\Gamma_2}$).

В формуле (2.5) первое слагаемое представляет собой фазовый сдвиг, связанный с паразитной частотной модуляцией и обусловленный различием длин измерительного и опорного каналов. При необходимости величина этого слагаемого может быть сведена к минимуму путем уравнивания длин волноводов измерительного и опорного каналов.

Второе слагаемое — паразитный фазовый сдвиг, обусловленный появлением плазмы, существенно зависит от плазменной частоты, а следовательно, от величины определяемой электронной плотности.

На рис. 4, 5 приведено семейство прямых $\varphi_2'(\Delta f)$ для различных ΔL (рис. 4) и $\varphi_2''(\Delta f)$ для различных отношений $\frac{\omega_0^2}{\omega^2}$ при $L = 20$ см (рис. 5). Здесь $\Delta\varphi_2'$ и $\Delta\varphi_2''$ — первое и второе слагаемые в формуле (2.5) соответственно.

в) Погрешность за счет затухания СВЧ сигнала в плазме. Затухание сигнала, проходящего через плазму, приводит к возникновению погрешности в измерении фазовых сдвигов. Для различных интерферометров методика определения этой погрешности различна. Рассмотрим ее для некоторых типов интерферометров.

Огибающая напряжения на нагрузке фазового детектора (рис. 1, а) с линейной характеристикой при выполнении условия $U_{m_2} \gg U_{m_1}$ запишется

$$U_m \approx U_{m_1} (U_{m_2} + U_{m_1} \cos \alpha), \quad (2.8)$$

где U_{m_1} и U_{m_2} — амплитуды напряжений измерительного и опорного каналов. При затухании сигнала в плазме огибающая напряжения $U_m = f(t)$ за время плазменного разряда смещается во времени. Величина этого смещения существенно зависит от характера изменения амплитуды сигнала, проходящего через плазму. Для определения этой погрешности необходимо знать величину смещения максимумов или минимумов результирующего сигнала.

Для этой цели возьмем производную от выражения (2.8) по φ и приравняем к нулю: после несложных преобразований получим

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{1}{U_{m_1}} \frac{dU_{m_1}}{d\varphi_m}, \quad (2.9)$$

где φ_m — разность фаз, при которой результирующий сигнал максимален или минимален.

Полученное уравнение является трансцендентным, поэтому решать его можно путем графического построения двух функций $f_1 = \operatorname{tg} \varphi_m$ и $f_2 = \frac{1}{U_{m_1}} \frac{dU_{m_1}}{d\varphi_m}$. Зная закон изменения амплитуды сигнала в функции от фазового сдвига, мы можем графически определить величину смещения максимумов и минимумов по сравнению с тем случаем, когда $U_{m_1} = \text{const}$.

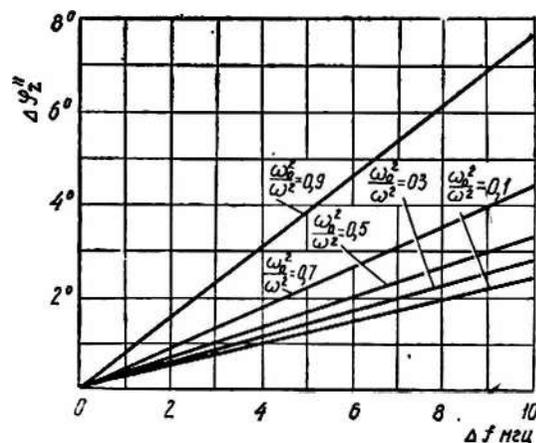


Рис. 5.

Для интерферометров с импульсными фазометрами (рис. 1, б; 1, в; 1, г; 1, д), у которых из огибающей напряжения $U_m = f(t)$ после предварительного усиления формируются импульсы в моменты времени, соответствующие переходам огибающей через нуль, методика определения рассматриваемой погрешности иная [5].

При рассмотрении этой погрешности для интерферометра без опорного волноводного канала следует учитывать, что изменение фазы за счет затухания СВЧ сигнала в плазме на каждом детекторе ($DГ_1, DГ_2$) происхо-

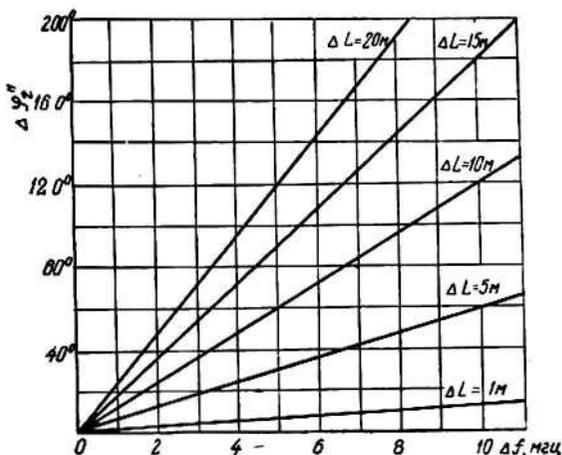


Рис. 4.

дит в одну сторону. Следовательно, при идентичных характеристиках детекторов эта погрешность пренебрежимо мала. В противном случае ее следует определять как разность фазовых сдвигов на детекторах. При этом необходимо учитывать различие в характеристиках детекторов.

Нами рассмотрены основные погрешности, присущие наиболее часто применяемым интерферометрам. Из сказанного выше следует, что погрешности в измерении фазовых сдвигов для различных интерферометров изменяются в широких пределах.

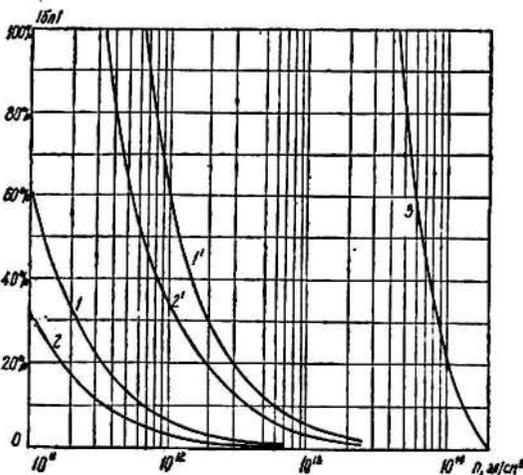


Рис. 6.

$= 13 \cdot 10^{10}$ гц, $L = 20$ см и различных значений $\Delta\varphi = \pm 5^\circ$ (кривые 1, 2) и $\Delta\varphi = \pm 50^\circ$ (кривые 1', 2').

Кривая 3 рассчитана для интерферометра с амплитудной модуляцией для случая $F = 30$ мгц, $f = 13 \cdot 10^{10}$ гц, $L = 20$ см и $\Delta\varphi = \pm 1^\circ \pm 1\%$ от измеряемого фазового сдвига.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Черъетский, О. А. Зиновьев, О. В. Козлов. Аппаратура и методы плазменных исследований. Атомиздат, 1965.
2. Диагностика плазмы. Ред. акад. Б. П. Константинов. Госатомиздат, 1963.
3. С. Б. Рубин. «Радиотехника и электроника» т. 6, № 1, 1961, стр. 128.
4. Л. Г. Ломизе, В. И. Любмирский, Л. Л. Филиппик. ОНТИ, информационный бюллетень, № 5 (53), 1963.
5. И. М. Вишенчук, А. Ф. Котюк и Л. Я. Мизюк. Электромеханические и электронные фазометры. Госэнергоиздат, 1962.

Для оценки влияния этих погрешностей на ошибку в определении электронной плотности плазмы, а также для сопоставления некоторых интерферометров по диапазону определяемых ими электронных плотностей на рис. 6 приведено семейство кривых $\delta n_1(n)$ (кривые 1, 1', 2, 2', 3), кривые 1, 1', 2, 2' рассчитаны для измерения фазовых сдвигов по высокой частоте, причем кривые 2, 2' относятся к интерферометру без опорного волноводного канала (рис. 1, в), для которого $\varphi_{изм} = 2\varphi$.

Расчет кривых 1, 1', 2, 2' был проведен для случая $f =$