К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ АППАРАТУРЫ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА ВИБРАЦИОННЫХ СТЕНДАХ

В. А. Михайлов, А. Е. Божко, В. Н. Давиденко

Харьков

В последнее время появился ряд работ [1, 3, 6], в которых изучается зависимость надежности радиоэлектронной аппаратуры от приложенных к ней внешних воздействий в эксплуатационных условиях. Однако в этих работах не рассматриваются вопросы определения надежности и ее достоверность при стендовых испытаниях.

В данной статье исследуется оценка надежности аппаратуры, испытуемой на вибрационных стендах, моделирующих реальные случайные вибрации, действующие в условиях эксплуатации. При этом необходимо учитывать искажающее действие, вносимое вибрационным стендом.

Связь между случайной функцией колебаний подвижной системы стенда и случайной функцией интенсивности отказов (сбоев) испытуемого прибора аналитически может быть выражена в виде

$$Y(t) = A(t)\,X(t), \tag{1}$$

где $Y(t)$ — функция интенсивности отказов прибора;
$X(t)$ — функция колебаний платформы стенда;
$A(t)$ — оператор преобразования.

Для упрощения дальнейших математических выкладок предположим, что система с оператором $A(t)$ является линейной. Считая, что существует импульсная переходная функция в системе надежности, можем уравнение (1) записать в виде [2]

$$Y(t) = \int_0^\infty h'(\sigma)\,X(t-\sigma)\,d\sigma, \tag{2}$$

где $h'(\sigma)$ — импульсная переходная функция системы надежности.

Оператор $A(t)$ не может быть определен в явном виде из уравнения (2). Поэтому воспользуемся выражением корреляционной функции связи двух стационарных случайных процессов, какими можно считать функции $X(t)$ и $Y(t)$ [2, 3]

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} X(t)\,Y(t+\tau)\,d\tau, \tag{3}$$

где $K_{xy}(\tau)$ — взаимная корреляционная функция процессов $X(t)$ и $Y(t)$.

Применяя к уравнению (3) преобразование Фурье и учитывая выражение (2), получим равенство

$$\Phi_{xy}(p') = A(p_n)\,\Phi_{xx}(p), \tag{4}$$

где $\Phi_{xy}(p')$ — взаимная спектральная плотность процессов $X(t)$ и $Y(t)$;
$\Phi_{xx}(p)$ — спектральная плотность функции $X(t)$;
$A(p_u)$ — изображение оператора преобразования;
p — оператор Лапласа в динамической системе;
p_u — оператор Лапласа в системе надежности.

Таким образом, зная экспериментальные спектральные плотности колебаний виброплатформы и взаимную спектральную плотность между этими колебаниями и интенсивностью отказов испытуемого прибора, можем определить оператор преобразования:

$$A(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi_{xy}(p')}{\Phi_{xx}(p)} e^{p_u t}\, dp_u. \qquad (5)$$

Однако на стадии проектирования аппаратуры, когда неизвестна взаимная спектральная плотность $\Phi_{xy}(p')$, а имеются только приближенные сведения о частотах отказов подобных приборов, уравнением (5) воспользоваться невозможно. В этом случае необходимо найти связь между интенсивностью отказов испытуемого прибора и сигналом управления стендом, представляющим собой записанную на виброграмму случайную функцию реальных вибраций.

При воспроизведении стендом реальных вибраций спектральная плотность колебаний платформы определяется выражением

$$\Phi_{xx}(p) = |H(p)|^2 \Phi_{zz}(p), \qquad (6)$$

где $|H(p)|$ — модуль передаточной функции $H(p)$ стенда,
$\Phi_{zz}(p)$ — спектральная плотность реальных вибраций.

Подставляя уравнение (6) в (4), получим

$$A(p_u) = \frac{\Phi_{xy}(p')}{|H(p)|^2 \Phi_{zz}(p)} \qquad (7)$$

Сравнивая выражения (4) и (7), попутно сделаем вывод, что надежность аппаратуры при испытании может быть сравнима с эксплуатационной надежностью в случае неискаженного воспроизведения стендом реальных вибраций по вероятностным характеристикам.

Продолжая анализ, в соответствии с уравнением (6) выразим спектральную плотность интенсивности отказов испытуемой аппаратуры в виде

$$\Phi_{yy}(p_u) = |A(p_u)|^2 \Phi_{xx}(p), \qquad (8)$$

где $|A(p)|$ — модуль оператора преобразования.

Подставляя уравнения (6, 7) в (8), получим зависимость спектра интенсивности отказов прибора от спектра реальных вибраций и взаимной спектральной плотности процессов $X(t)$ и $Y(t)$

$$\Phi_{yy}(p_u) = \left| \frac{\Phi_{xy}(p')\, H(p)}{|H(p)|^2 \Phi_{zz}(p)} \right|^2 \Phi_{zz}(p) \qquad (9)$$

Далее выразим взаимную спектральную плотность через числовые характеристики функций $X(t)$ и $Y(t)$. Известно [5], что взаимная корреляционная функция двух случайных процессов равна полусумме дисперсий этих процессов, т. е.

$$K_{xy}(\tau) = \frac{1}{2}(D_x + D_y), \qquad (10)$$

где D_x, D_y — дисперсии функций $X(t)$, $Y(t)$.

Выражая дисперсию D_y через спектральную плотность $\Phi_{yy}(p_u)$ при помощи формулы [4]

$$D_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p_u)\, dp_u \tag{11}$$

и применяя к уравнению (10) преобразование Фурье, можем определить взаимную спектральную плотность $\Phi_{xy}(p)$

$$\Phi_{xy}(p') = \frac{1}{p'}\Big(D_x + \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p_u)\, dp_u. \tag{12}$$

Подставим уравнение (12) в (9) и учитывая, что дисперсия и спектральная плотность процессов $X(t)$ и $Y(t)$ являются действительными неотрицательными функциями [2], получим уравнение (9) в следующем виде:

$$\Big[\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p_u)\, dp_u\Big]^2 + 2D_x \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p_u)\, dp_u - p'^2\, \Phi_{xx}(p)\, \Phi_{yy}(p_u) + D_x^2 = 0. \tag{13}$$

Уравнение (13) является интегральным уравнением для определения спектральной плотности $\Phi_{yy}(p_u)$.

Однако, вводя ограничения, связанные с конечными частотами отказов аппаратуры, и учитывая, что спектральная плотность интенсивности отказов является функцией, не претерпевающей разрывов 2-го рода [1, 2], уравнение (13) можем представить в виде

$$\Big[\int_{\omega_{u_1}}^{\omega_{u_2}} \Phi_{yy}(\omega_u)\, d\omega_u\Big]^2 + 2D_x \int_{\omega_{u_1}}^{\omega_{u_2}} \Phi_{yy}(\omega_u)\, d\omega_u - \omega'^2 \Phi_{xx}(\omega)\, \Phi_{yy}(\omega_u) + D_x^2 = 0, \tag{14}$$

где ω — круговая частота процессов $Z(t)$ и $X(t)$;
ω_u — круговая частота отказов испытуемого класса приборов;
ω' — частотный коэффициент связи частоты реальных вибраций и частоты отказов;
ω_{u_1}, ω_{u_2} — граничные частоты отказов испытуемого класса приборов.

Так как определенные интегралы в уравнении (14) представляют собой действительные числа, то это уравнение может быть приведено к системе двух уравнений:

$$\begin{gathered} K_1^2 + 2D_x K_1 - \omega'^2 \Phi_{xx}(\omega)\, \Phi_{yy}(\omega_u) + D_x^2 = 0 \\ K_1 = \int_{\omega_{u_1}}^{\omega_{u_2}} \Phi_{yy}(\omega_u)\, d\omega_u \end{gathered} \tag{15}$$

с двумя неизвестными $\Phi_{yy}(\omega_u)$ и K_1.

Решая эту систему уравнений, находим выражение спектральной плотности отказов испытуемого прибора как функцию параметров реальных вибраций, вибростенда, граничных частот отказов данного класса приборов и частотного коэффициента

$$\begin{gathered} \Phi_{yy}(\omega_u) = \frac{(K_1 + D_x)^2}{\omega'^2 \Phi_{xx}(\omega)}, \\ K_1 = \frac{G}{2} + \sqrt{\Big(\frac{G}{2}\Big)^2 - D_x^2}, \end{gathered} \tag{16}$$

где $G = \frac{1}{B} - 2D$,

$$B = \int\limits_{\omega_{u_1}}^{\omega_{u_2}} \frac{d\omega_u}{\Phi_{xx}(\omega)\,\omega'^2}. \tag{17}$$

Далее, учитывая уравнения (6), (8), определяем модуль изображения оператора преобразования:

$$|A(\omega_u)| = \frac{1}{|H(\omega)|}\sqrt{\frac{\Phi_{yy}(\omega_u)}{\Phi_{zz}(\omega)}}, \tag{18}$$

где $\Phi_{yy}(\omega_u)$ выражается уравнением (16).

Изображение оператора преобразования определим из уравнения (7) Для этого, используя уравнения (11), (12), выразим взаимную спектральную плотность $\Phi_{xy}(\omega')$ в виде

$$\Phi_{xy}(\omega') = \frac{1}{\omega'}\left[D_x + \int\limits_{\omega_{u_1}}^{\omega_{u_2}} \Phi_{xx}(\omega)\,|A(\omega_u)|^2\,d\omega_u\right]. \tag{19}$$

Подставляя уравнение (19) в (7), определим

$$A(\omega_u) = \frac{1}{\omega'\Phi_{xx}(\omega)}\left[D_x + \int\limits_{\omega_{u_1}}^{\omega_{u_2}} \Phi_{xx}(\omega)\,|A(\omega_u)|^2\,d\omega_u\right]. \tag{20}$$

Применяя к уравнению (20) обратное преобразование Фурье, получим окончательное выражение оператора преобразования $A(t)$:

$$A(t) = \int\limits_0^{\infty} A(\omega_u)\,e^{j\omega_u t}\,d\omega_u. \tag{21}$$

Полученный оператор может служить дополнительной косвенной оценкой точности воспроизведения стендом реальных вибраций.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В уравнении (21) необходимо дополнительно определить величину дисперсии колебаний подвижной системы вибрационного стенда D_x.

Аналогично уравнению (11) с учетом выражения (6)

$$D_x = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2\,\Phi_{zz}(\omega)\,d\omega. \tag{п.1}$$

Спектральная плотность реальных вибраций $\Phi_{zz}(\omega)$ может быть выражена через автокорреляционную функцию $K_{zz}(\tau)$:

$$\Phi_{zz}(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} K_{zz}(\tau)\,e^{-j\omega\tau}\,d\tau \tag{п.2}$$

Согласно работе [3] автокорреляционные функции реальных вибраций представляются в виде

$$K_{zz}(\tau) = D_x e^{-\alpha|\tau|},$$
$$K_{zz}(\tau) = D_z e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta |\tau| \qquad (п.3)$$

где D_z — дисперсия реальных вибраций;

α — коэффициент перемены значений производной случайной функции в единицу времени;

β — частота.

Величины α и β определяются по методу наименьших квадратов [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. К. А. Иыуду. Оптимизация устройств автоматики по критерию надежности. Изд-во «Энергия», 1966.

2. Н. А. Лившиц, В. Н. Пугачев. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Изд-во «Советское радио», 1963.

3. В. Н. Давиденко. Анализ связи сбоев элементов автоматики со случайными воздействиями среды. Автореферат канд. дисс., Харьков, 1966.

4. Дж. Бендат. Основы теории случайных шумов и ее применение. Изд-во иностр. лит., 1965.

5. М. Пелегрен. Статистический расчет следящих систем. Изд-во иностр. лит., 1957.

6. А. В. Астафьев. Окружающая среда и надежность радиотехнической аппаратуры. Изд-во «Энергия», 1965.