

СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ РАЗНОСТИ ФАЗ ПО МЕТОДУ ЛИНЕЙНОЙ РАЗВЕРТКИ И ИХ ОТСЧЕТНАЯ ТОЧНОСТЬ

В. Г. Орлов, В. С. Панченко

Харьков

При совмещении начала координатной системы с нулевым значением осциллограммы опорного напряжения (рис. 1) осциллограммы сравниваемых напряжений могут быть описаны следующими уравнениями:

$$y_1 = Y_{m_1} \sin \frac{2\pi x}{X_m}; \quad (1)$$

$$y_2 = Y_{m_2} \sin \frac{2\pi}{X_m} (x - x_0), \quad (2)$$

где y_1 и y_2 — мгновенные отклонения следов луча;

Y_{m_1} и Y_{m_2} — максимальные отклонения;

X_m — длина периода осциллограммы;

$x_0 = \frac{X_m \varphi}{2\pi}$ — сдвиг осциллограммы;

φ — измеряемая разность фаз.

Решение этих уравнений относительно φ приводит к выражениям:

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \left(\frac{2\pi x}{X_m} - \arcsin \frac{y_2}{Y_{m_2}} \right); \quad (3)$$

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \left(\arcsin \frac{y_1}{Y_{m_1}} - \arcsin \frac{y_2}{Y_{m_2}} \right) \quad (4)$$

Из формул (3) и (4) следует, что, исходя из осциллограмм гармонических колебаний, разность их фаз в принципе можно определить по координатам любой точки осциллограммы, нулевое значение которой не совпадает с началом координат, и величинам X_m и Y_{m_1} или же по ординатам обеих осциллограмм, измеренных при одной и той же произвольной абсциссе, и величинам Y_{m_1} и Y_{m_2} .

Для уменьшения количества измеряемых величин и упрощения расчета фазовых углов целесообразно величины X_m , $2Y_{m_1}$ и $2Y_{m_2}$ устанавливать равными некоторой величине, определяемой размерами экрана трубки и отсчетной шкалы. Кроме того, из этих же соображений целесообразно измерять координаты таких точек, при которых формулы (3) и (4) упрощаются.

Так, если для определения φ измерить абсциссу $x_2 = x_0$ при $y_2 = 0$, то из (3) получим

$$\varphi = 360^\circ \frac{x_0}{X_m}. \quad (5)$$

При измерении $y_2 = a$ при $x = 0$ имеем

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \arcsin \frac{a}{Y_{m_2}}. \quad (6)$$

При измерении $y_2 = b$ при $x = \frac{X_m}{4}$ имеем

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \arccos \frac{b}{Y_m}. \quad (7)$$

Из уравнения (6) и (7) получим производное соотношение:

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{a}{b}. \quad (8)$$

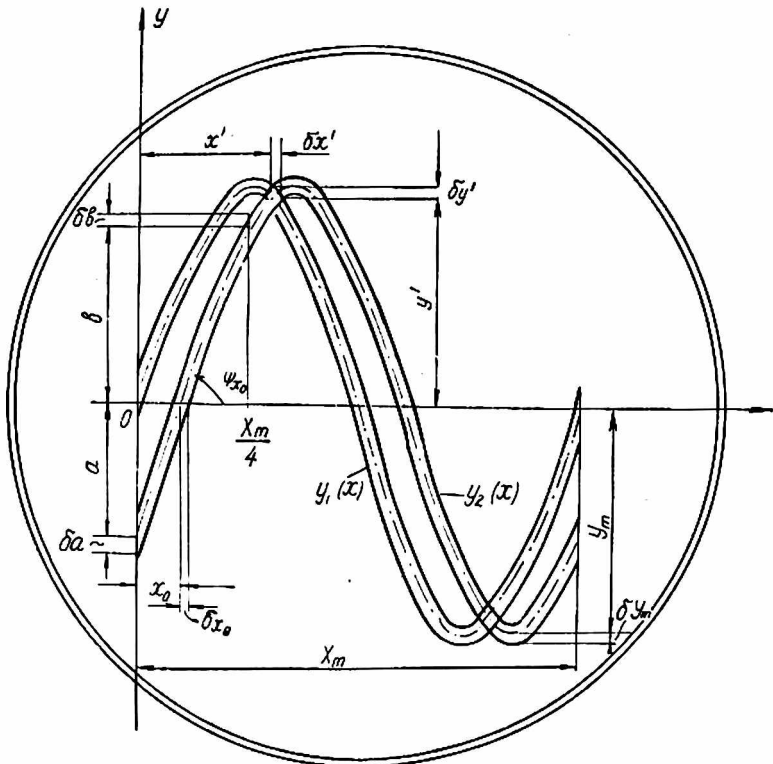


Рис. 1. Осциллограммы сравниваемых напряжений и определение величин, используемых для расчета разности фаз и погрешностей отсчета.

С координатами точки пересечения осциллограмм x' и y' при условии $Y_{m_1} = Y_{m_2} = Y_m$ разность фаз связана формулами

$$\varphi = 180^\circ \left(\frac{4x'}{X_m} - 1 \right); \quad (9)$$

$$\varphi = \frac{360^\circ}{\pi} \arccos \frac{y'}{Y_m}. \quad (10)$$

По формулам (5) — (10), измерив соответствующие величины, можно вычислить искомую разность фаз.

Определим величину погрешности отсчета и ее зависимость от φ для способов измерений, основанных на соотношениях (5) — (10). Погрешность отсчета этих способов имеет случайный характер и определяется ошибками в установке и измерении отрезков, входящих в формулы (5) — (10). Последние при пересечении осциллограммы с отсчетной осью под прямым

углом обычно принимают равными половине ширины следа луча t . При пересечении под некоторым углом ψ (см. рис. 1), отличающимся от прямого, эти ошибки равны $t/2 \sin \psi$, что следует из простых геометрических соображений. Следовательно,

$$\delta x_0 = \delta X_m = \frac{t}{2 \sin \psi x_0} = \frac{t}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2}}, \quad (11)$$

так как

$$\operatorname{tg} \psi x_0 = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{y=0} = \pi.$$

Аналогично

$$\delta a = \frac{t}{2} \sqrt{1 + \pi^2 \cos^2 \varphi}; \quad (12)$$

$$\delta b = \frac{t}{2} \sqrt{1 + \pi^2 \sin^2 \varphi}; \quad (13)$$

$$\delta Y_m = \frac{t}{2}; \quad (14)$$

$$\delta x' = \frac{t}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}}; \quad (15)$$

$$\delta y' = \frac{t}{2} \sqrt{1 + \pi^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}; \quad (16)$$

Как следует из формул (11) — (16), погрешности отсчета измеряемых величин вследствие их зависимости от угла пересечения с отсчетными осями могут существенно отличаться от минимального значения, равного $\frac{t}{2}$. Это, естественно, снижает точность определения фазовых углов.

Имеется, однако, простая возможность уменьшить эту погрешность до величины $\frac{t}{2}$. Она заключается в создании на осциллограмме меток, перпендикулярных отсчетной оси. Это, очевидно, требует применения в фазометрической установке специального устройства. Функциональная схема установки, предполагающей использование соотношений (8) с устройством для повышения точности отсчета величин a и b , изображена на рис. 2. В этой установке опорное напряжение $u_1(0)$ после прохождения усилителя 1 подается на вход генератора линейно-изменяющегося напряжения 4 и далее на вход сумматора 7. Напряжение $u_2(\varphi)$ после прохождения усилителя 2 поступает на вход 90° — фазовращателя 3 и далее в усилители-ограничители 5, 6 и дифференцирующие цепи 8, 9. В последних гармонические напряжения в момент перехода их через нулевые значения преобразуются в серии коротких импульсов, сдвинутых во времени на четверть периода. Эти импульсы подаются на вход сумматора 7 и x -пластины ЭЛТ, создавая на синусоиде горизонтальные метки, как это показано на рис. 2, б. При такой индикации точность отсчета величин a и b можно получить равной $\frac{t}{2}$ и менее.

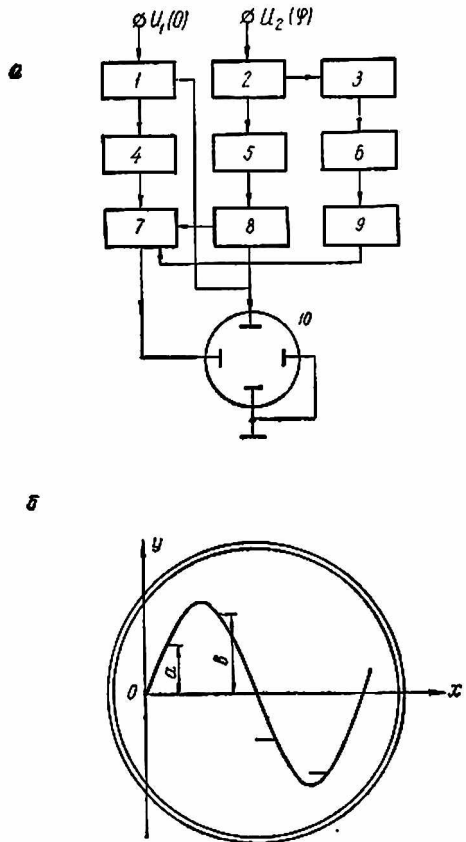


Рис. 2. Функциональная схема фазометрической установки с устройством для повышения точности измерений (а), изображение на экране ЭЛТ (б).

Чтобы получить выражения для погрешности определения разности фаз по способам, основанным на формулах (5) — (10), как для случая непосредственного отсчета измеряемых величин, так и для случая применения устройства, аналогичного описанному выше, пользуемся методом, приведенным в работе [3].

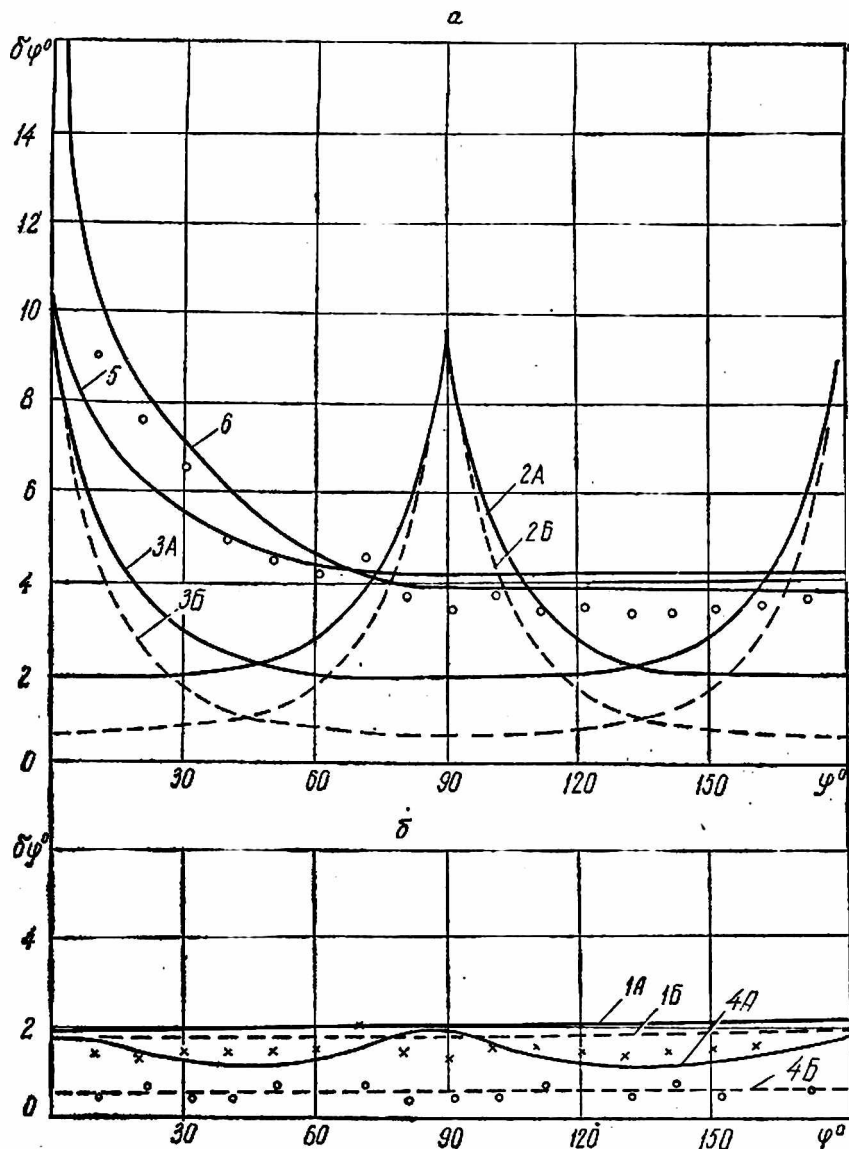


Рис. 3. Зависимости погрешности отсчета от величины измеряемой разности фаз при $\alpha = 0,01$ для способов 1—6: 1Б—4Б — для случая применения меток; расчет-линии; эксперимент-точки.

При этом с учетом формул (11) — (16) получим выражения $\delta\varphi = f(\varphi_1, \alpha)$, помещенные в столбцах 4 и 5 таблицы, которые справедливы при $0 < \varphi < 180^\circ$ и в случае $\delta\varphi \rightarrow 0$ соответственно.

В таблице выражения $\delta\varphi = f(\alpha, \varphi)$ вариантов А способов 1—4 получены в предположении, что погрешности отсчета измеряемых отрезков

определяются формулами (11) — (16), а вариантов Б — в предположении, что (благодаря применению спецустройства) эти погрешности равны $\frac{t}{2}$.

α — параметр электронно-лучевой трубки, равный отношению ширины следа луча к размеру осциллограммы $\alpha = \frac{t}{X_m}$ или $\alpha = \frac{t}{2Y_m}$;

δ — погрешности измерения отношения геометрических отрезков (для сокращения записи аргументы опущены).

На основании этих формул рассчитаны и на рис. 3 изображены зависимости $\delta\varphi$ от φ при $\alpha = \text{const}$ для способов расчета 1—6 (нумерация кривых соответствует номерам расчетных формул в таблице). При расчете предполагалось, что для наиболее широко применяемых трубок с диаметром экрана в 130 мм $X_m = 2Y_m = 100$ мм $t = 1$ мм, т. е. $\alpha = 0,01$. Анализ этих зависимостей, а также полученных выражений для $\delta\varphi$, позволяет сделать следующие заключения.

1. Точность определения разности фаз по методу линейной развертки в значительной мере зависит от используемого способа определения разности фаз.

2. Из рассмотренных простых способов наиболее точными являются способы 1А и 4А (без применения специальных меток) и способ 4Б (с применением последних). Их отсчетная погрешность мало зависит от φ и при $\alpha = 0,01$ равна $\pm 2^\circ$ и $\pm 0,6^\circ$ соответственно. Эти способы могут быть рекомендованы к применению при измерении разности фаз по методу линейной развертки.

3. Применение способа 6 (формула, на которой он основан, приведена в работах [1, 2]) сопровождается значительными ошибками, изменяющимися от $\pm 19^\circ$ (при $\varphi = 0$) до $\pm 4^\circ$ (при $\varphi \geq 80^\circ$). В связи с этим использование способа 6 является нерациональным.

4. Ввиду того, что отсчетная погрешность пропорциональна α , уменьшение этого параметра является одним из путей повышения осциллоскопической фазометрии. Уменьшение α может быть достигнуто применением ЭЛТ с высокой разрешающей способностью, а также путем увеличения длин измеряемых отрезков подбором коэффициентов усиления или использования оптических приборов. Точность отсчета в этих случаях можно рассчитать по выражениям, приведенным в статье.

Достоверность последних заключений была проверена экспериментально.

В процессе проверки на частоте 1 кГц фаза одного из сравниваемых напряжений изменялась ступенями через 10° в пределах от 0 до 180° , а на экране осциллографа измерялись величины x_0 , a , b , y' . Отклонения фазовых углов, определенных по этим величинам и формулам (5), (8) и (10), от вводимых фазовых сдвигов изображены в виде точек на рис. 3. Как видно из этого рисунка, совпадение расчетных и экспериментальных данных вполне удовлетворительное. Несколько заниженные значения данных эксперимента объясняются тем, что фактически у примененного осциллографа значение α составляло $(8-9) \cdot 10^{-3}$, а в расчете оно было принято 10^{-2} .

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Вишенчук, А. Ф. Котюк, Л. Я. Мизюк. Электромеханические и электронные фазометры. Госэнергоиздат, 1962.
2. Г. А. Ремез. Курс основных радиотехнических измерений. Изд-во «Советское радио», 1956.
3. В. С. Панченко. Уменьшение погрешности отсчета при определении разности фаз по фигуре Лиссажу. «Измерительная техника», 1960, № 8.

№ спо-соба	Вариант	Расчетная формула	Выражения $\delta\varphi = f(\alpha, \varphi)$
1	2	3	4
	5		
1	А	$\psi = 360^\circ \frac{x_0}{X_m}$	$\delta\varphi = 180^\circ \alpha \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\pi^2}\right) \left[1 + \left(\frac{\varphi}{360^\circ}\right)^2\right]}$
	Б	»	$\delta\varphi = 180^\circ \alpha \sqrt{1 + \left(\frac{\varphi}{360^\circ}\right)^2}$
2	А	$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \arcsin \frac{\alpha}{Y_m}$	$\delta\varphi = \frac{180^\circ [-\cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + 2\delta \sin \varphi}]}{\pi \sin \varphi}$, где $\delta = \alpha \sqrt{1 + \pi^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}$
	Б	»	$\delta\varphi = \frac{180^\circ [-\cos \varphi + \sqrt{\cos^2 \varphi + 2\delta \sin^2 \varphi}]}{\pi \sin \varphi}$, где $\delta = \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \varphi}$
			$\delta\varphi \approx \frac{180^\circ \alpha \sqrt{1 + \pi^2 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi}}{\pi (\cos \varphi)}$
			$\delta\varphi \approx \frac{180^\circ \alpha \sqrt{1 + \sin^2 \varphi}}{\pi (\cos \varphi)}$

A	$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \arccos \frac{b}{Y_m}$	$\delta\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{[-\sin \varphi + \sqrt{\sin^2 \varphi + 2\delta(\cos \varphi)}]}{\cos \varphi},$ где $\delta = \alpha \sqrt{1 + \pi^2 \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi}$	$\delta\varphi \approx \frac{180^\circ \alpha \sqrt{1 + \cos^2 \varphi + \pi^2 \sin^2 \varphi}}{\pi \sin \varphi}$
B	,	$\delta\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{[-\sin \varphi + \sqrt{\sin^2 \varphi + 2\delta(\cos \varphi)}]}{\cos \varphi},$ где $\delta = \alpha \sqrt{1 + \cos^2 \varphi}$	$\delta\varphi \approx \frac{180^\circ \alpha \sqrt{1 + \cos^2 \varphi}}{\pi \sin \varphi}$
A	$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{a}{b}$	$\delta\varphi = \frac{180^\circ \alpha}{\pi} \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{4} (3 + \cos 4\varphi)}$	
B	,	$\delta\varphi = \frac{180^\circ \alpha}{\pi}$	
—	$\varphi = 180^\circ \left(\frac{4x'}{X_m} - 1 \right)$	$\delta\varphi = 360^\circ \alpha \sqrt{1 + \frac{1}{\pi^2 \sin^2 \varphi} + \frac{1}{16} \left(1 + \frac{1}{\pi^2} \right) \left(1 + \frac{\varphi}{180^\circ} \right)^2}$	
—	$\varphi = \frac{360^\circ}{\pi} \arccos \frac{y'}{Y_m}$	$\delta\varphi = \frac{360^\circ}{\pi} \frac{[-\sin \frac{\varphi}{2} + \sqrt{\sin^2 \frac{\varphi}{2} + 2\delta \cos \frac{\varphi}{2}}]}{\pi \frac{\varphi}{2}},$ где $\delta = \alpha \sqrt{1 + \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \pi^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$	$\delta\varphi \approx \frac{360^\circ \alpha}{\pi} \sqrt{1 + \pi^2 + 2 \operatorname{ctg}^2 \frac{\varphi}{2}}$