О ФАЗОВЫХ ПОГРЕШНОСТЯХ РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРА С БОЛЬШОЙ БАЗОЙ

В. А. Хорунжий
Харьков

При конструировании фазовых измерительных систем (радиоинтерферометров) с большой базой

$$\frac{d}{\lambda} \sim 10^4 - 10^6$$

(d — база, λ — длина волны) возникают трудности при обеспечении когерентности СВЧ-сигналов в далеко — десятки и сотни километров — разнесенных пунктах, подводимых к фазорегистрирующему устройству. В случае применения общего гетеродина приходится решать в основном две задачи:

1) получение достаточной мощности гетеродина в вынесенном приемном пункте;

2) реализация СВЧ-линий связи, вносящих достаточно малые фазовые сдвиги.

Обычные линии связи (кабель, волновод, радиолиния) обладают большим затуханием и недостаточной фазовой стабильностью. Так, при нестабильности времени запаздывания в линии связи $\frac{\Delta\tau}{\tau} = 10^{-6}$ и $\frac{d}{\lambda} \geqslant 10^6$ случайный фазовый сдвиг $\Delta\varphi = 2\pi \frac{d}{\lambda} \frac{\Delta\tau}{\tau} \geqslant 2\pi$, что совершенно недопустимо.

Отмеченные трудности могут быть успешно преодолены в системах, использующих отдельные гетеродины приемных пунктов, связанные системой фазовой синхронизации, и схему автоматического контроля электрической длины линии связи, например, обычной радиолинии [1].

Один из вариантов такой системы представлен на рисунке, где обозначено:

Γ_1, Γ_2 — основной и вспомогательный гетеродины системы. Гетеродин Γ_2 входит в кольцо фазовой автоподстройки частоты, включающее также высокочастотный смеситель $C_ф$, фазовый детектор *ФД* и генератор опорного сигнала *ГОС* частоты $\omega_{ос}$;

C_1, C_2 — основные смесители системы;

$C_к$ — смеситель компенсирующего устройства, в состав которого входят сумматор (+), осуществляющий операцию сложения фаз входных колебаний, и делитель частоты вдвое $\left(\frac{1}{2}\right)$;

ДБ — детектор биений;

Ф — линейное фазорегистрирующее устройство, индицирующее разность фаз входных сигналов;

θ_{c_1}, θ_{c_2}, θ_{s_1} и т. д. — текущие значения фазы колебаний в различных точках схемы;

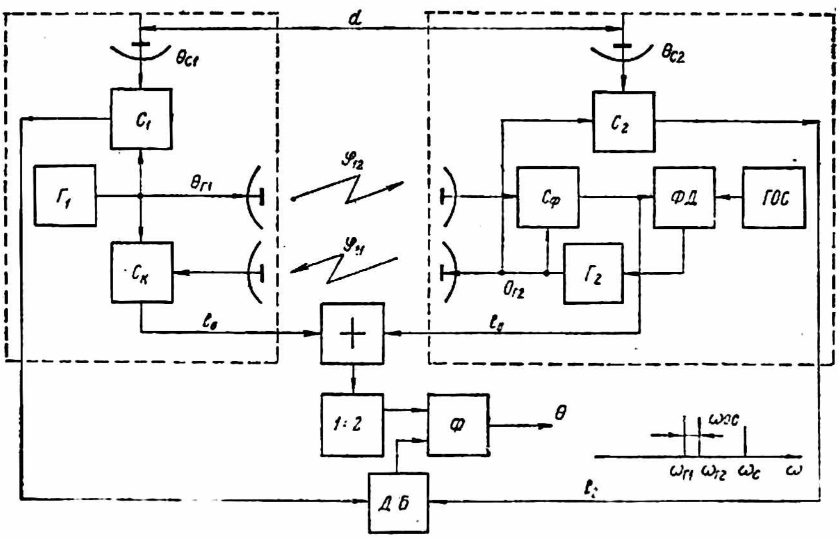
φ_{21}, φ_{12} — набег фазы сигнала гетеродина Γ_1 Γ_2 на трассе d;

l_0, l_1 — низкочастотные каналы связи

Составляя уравнение баланса фаз в системе для стационарных условий с учетом расстановки частот (см. рисунок), легко показать, что интересующая нас разность фаз $\theta = \theta_{c_1} - \theta_{c_2}$ регистрируется выходным устройством с погрешностью (ошибка сложения ФАП $\Delta\varphi_{сл} \simeq 0$)

$$\delta\varphi = \frac{\varphi_{21} - \varphi_{12}}{2} = \frac{\omega_1\tau_{12} - \omega_2\tau_{21}}{2}, \tag{1}$$

где τ_{12} и τ_{21} — время побега сигнала от пункта I к пункту II и в обратном направлении.



При $\tau_{12} = \tau_{21} = \tau$ $\delta\varphi = \frac{1}{2}\omega_{oc}\tau$, т. е. в первом приближении можно считать, что ошибка системы за счет вариаций времени распространения в СВЧ-линии связи ослаблена в $2\frac{\omega_{г1}}{\omega_{oc}} \gg 1$ раз.

Интересно рассмотреть фазовые погрешности радиоинтерферометра, обусловленные нестабильностью частоты гетеродинов и вариациями времени распространения сигнала в СВЧ-линии связи с учетом реальных характеристик ФАПЧ. Такие погрешности наиболее характерны для систем с большими базами.

1. НЕСТАБИЛЬНОСТЬ ГЕТЕРОДИНОВ

В качестве гетеродинов в рассматриваемой системе целесообразно применять отражательные клистроны, обладающие достаточно хорошими шумовыми свойствами и легко управляемые по частоте напряжением. Учитывая наличие схем АРУ приемных устройств, а также то, что клистрон является весьма стабильным по амплитуде генератором [2], в дальнейшем влиянием амплитудных флуктуаций на спектральный состав колебаний пренебрегаем

$$U_г(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + \int_0^t \Delta\omega(\nu)\,d\nu\right] = U_0 \cos[\omega_0 t + \psi(t)],$$

$\omega(t)$ — отклонение частоты от первоначального значения $\omega_0 = \mathrm{const}$.

Если $\Delta\omega(t)$ является некоторой известной функцией времени, то можно найти мгновенное значение ошибки $\Delta\varphi(t)$;

$$\Delta\varphi(t) = L^{-1}\{\Delta\psi(p)\,\Phi(p)\}, \tag{2}$$

где L^{-1} — символ обратного преобразования Лапласа;

$\Delta\psi(p)$ — преобразование Лапласа для отклонений фазового набега гетеродина;

$\Phi(p)$ — коэффициент влияния, определяемый в силу структурной схемы системы следующим образом: для вариаций фазового набега гетеродина Γ_1

$$\Phi_1(p) = \frac{1}{2}G_{\Phi}(p)\,e^{-p\tau_0}(1-e^{-p\tau})\,[1-G(p)\,e^{-p\tau}], \tag{3}$$

для гетеродина Γ_2

$$\Phi_2(p) = \frac{1}{2}G_{\Phi}(p)\,e^{-p\tau_0}(1-e^{-p\tau})\,[1-G(p)]. \tag{4}$$

Здесь $G_{\Phi}(p)$ — передаточная функция фазорегистрирующего устройства;

τ_0 — запаздывание сигнала в каналах связи l_0, l_1;

τ — запаздывание сигнала в СВЧ-линии связи;

$G(p)$ — передающая функция замкнутой схемы ФАП на II приемном пункте.

Усилители промежуточной частоты приемных устройств полагаются достаточно широкополосными и не учитываются в формулах (3) и (4). Основным фактором, определяющим реальную стабильность частоты генератора, являются случайные («технические») уходы частоты. Некоторые данные, имеющиеся в литературе, позволяют сделать вывод о том, что спектр этих флуктуаций расположен в области весьма низких частот и может быть описан зависимостью

$$W_f(F) = \frac{A}{F^{\alpha}}. \tag{5}$$

Так, в работе [2] исследован спектр клистронного генератора $\lambda = 3{,}3$ *см*. В диапазоне флуктуационных частот от десятков *герц* до 20 *кгц* получены значения $\alpha \simeq 1$, $A = 2{,}6\cdot10^5 - 1{,}2\cdot10^6$ *рад/сек*^{2} для разных зон генерации клистрона.

Вычислим спектр ошибки на выходе системы за счет случайных вариаций частоты гетеродина:

$$W_{\varphi}(\Omega) = \frac{W_{\omega}(\Omega)}{\Omega^2}\,|\Phi(i\Omega)|^2, \tag{6}$$

где $\frac{W_{\omega}(\Omega)}{\Omega^2}$ — спектр вариаций фазового набега гетеродина, а $\Phi(i\Omega)$ получается из (3), (4) заменой $p = i\Omega$.

Вид функции $|\Phi(i\Omega)|^2$, входящей в формулу (6), существенно зависит от параметров схемы ФАПЧ. Применение пропорционально-интегрирующего фильтра в цепях ФАПЧ позволяет реализовать систему с малой шумовой полосой и хорошими динамическими свойствами [3]. Передаточная функция ФАПЧ с таким фильтром имеет вид

$$G(p) = \frac{k_0(1+pT_2)}{k_0 + p(1+k_0T_2) + T_1p^2}$$

(T_1, T_2 — постоянные времени фильтра).

Переходя к безразмерным величинам $S = \frac{p}{k_0}$, $\Delta_1 = T_1 k_0$, $\Delta_2 = T_2 k_0$, получаем

$$G(s) = \frac{1 + s\Delta_2}{1 + (1 + \Delta_2)s + \Delta_1 s^2}$$

и соответственно частотную характеристику

$$G(i\xi) = \frac{1 + i\xi\Delta_2}{1 - \Delta_1\xi^2 + (1 + \Delta_2)\, i\xi}. \tag{7}$$

$$\left(\xi = \frac{\Omega}{k_0}\right)$$

Вводя в выражения (5), (6) безразмерную частоту $\xi = \frac{\Omega}{k_0}$ и полагая $\alpha = 1$, находим

$$W_{\psi 1}(\xi) = \frac{2\pi A}{\xi^3 k_0^3}\left|\Phi_1(i\xi)\right|^2 = \frac{2\pi A}{\xi^3 k_0^3}\cdot \sin^2\frac{\Delta\xi}{2} \times$$

$$\times \frac{\xi^4\Delta_1 + \xi^2[(1+\Delta_2) - 2\Delta_1 + \Delta_2^2] + 2 - 2\cos\Delta\xi\,[1 + \xi^2(\Delta_2 - \Delta_1 + \Delta_2^2)] + 2\xi\sin\Delta\xi\,(1 + \xi^2\Delta_1\Delta_2)}{\xi^4\Delta_1^2 + \xi^2[(1+\Delta_2)^2 - 2\Delta_1]}; \tag{8}$$

$$W_{\psi_2}(\xi) = \frac{2\pi A}{\xi^3 k_0^3}\left|\Phi_2(i\xi)\right|^2 = \frac{2\pi A \sin\frac{\Delta\xi}{2}(1 + \xi^2\Delta_1)}{\xi k_0^3\left\{\xi^4\Delta_1^2 + \xi^2[(1+\Delta_2)^2 - 2\Delta_1] + 1\right\}} \tag{9}$$

Выражения (8), (9) получены в предположении, что общая полоса системы определяется частотой среза $\xi_{ср}$ на выходе фазорегистрирующего устройства, т. е. $G_\psi(i\xi) = 1$ для $\xi \leqslant \xi_{ср}$.

При работе с узкополосными сигналами наибольший интерес представляет поведение функций $W_{\psi 1}$ и $W_{\psi 2}$ в области весьма малых значений флуктуационных частот $F < \frac{1}{\tau}$ при $\tau \sim T_1$. Из (8) и (9) получаем

$$W_{\psi_1}(\Omega) = \frac{\pi A}{2k_0^2}\,\Omega\tau^2(1 + k_0\tau)^2; \tag{10}$$

$$W_{\psi_2}(\Omega) = \frac{\pi A}{2k_0^2}\,\Omega\tau^2, \tag{11}$$

т. е. спектральная плотность ошибки за счет низкочастотных флуктуаций частоты гетеродинов $Г_1$ и $Г_2$ прямо пропорциональна частоте Ω и растет при увеличении τ.

Благодаря действию ФАПЧ, обеспечивающей асимптотическую когерентность гетеродинов $Г_1$ и $Г_2$, при $\Omega \to 0$, спектральная плотность ошибки также стремится к нулю. Для эффективной ФАПЧ можно считать $k_0\tau \gg 1$ и среднеквадратическое значение ошибки

$$\sigma_\psi = \left\{\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi F_{ср}} [W_{\psi 1}(\Omega) + W_{\psi 2}(\Omega)]\, d\Omega\right\}^{\frac{1}{2}} \approx \pi\sqrt{\frac{A}{2}}\,\tau^2 F_{ср}; \tag{12}$$

т. е. ошибка пропорциональна после пропускания системы и квадрату времени распространения сигнала между приемными пунктами.

2. НЕСТАБИЛЬНОСТЬ СВЧ-РАДИОЛИНИИ

При анализе погрешностей за счет условий распространения сигнала в СВЧ-радиолинии будем считать, что связь осуществляется в пределах прямой видимости, а декорреляцией сигналов за счет частотного разноса гетеродинов и отражениями от поверхности раздела можно пренебречь. Тогда

$$\begin{aligned}\tau_{12}(t) &= \tau_0 + \Delta\tau_1(t);\\ \tau_{21}(t) &= \tau_0 + \Delta\tau_2(t),\end{aligned} \tag{13}$$

где $\tau_{12}(t)$ — мгновенное значение запаздывания сигнала при распространении от пункта I к пункту II: $\tau_2(t)$ — то же в обратном направлении, $\Delta\tau_1(t)$ и $\Delta\tau_2(t)$ — малые флуктуации от носительно среднего значения τ_0:

$$\overline{\Delta\tau_1(t)} = \overline{\Delta\tau_2(t)} = 0.$$

Условие $\Delta\tau_1(t) \neq \Delta\tau_2(t)$ учитывает возможные изменения на трассе за время распространения.

Согласно работе [4] спектр флуктуаций фазы сигнала за счет условий распространения в неоднородной тропосфере ограничен сверху частотой порядка 10 *гц*. Полагая схему ФАПЧ значительно более широкополосной и составляя уравнение баланса фаз в системе, получаем для мгновенного значения ошибки измерения фазы за счет вариаций $\Delta\tau_1(t)$ и $\Delta\tau_2(t)$

$$\Delta\varphi(t) = \frac{1}{2}\left[2\omega_1\Delta\tau_1(t) - \omega_1\Delta\tau_1(t-\tau_0) - (\omega_1 - \omega_{oc})\Delta\tau_2(t)\right] \tag{14}$$

Дальнейшее рассмотрение потребует введения функциональной связи между $\Delta\tau_1(t)$ и $\Delta\tau_2(t)$.

Основываясь на гипотезе «замороженной турбулентности» для тропосферы и пренебрегая декорреляцией за счет продольного перемещения трассы, можно записать

$$\Delta\tau_2(t) = \Delta\tau_1(t + x_0), \tag{15}$$

где x_0 — время переноса, изменяющееся вдоль трассы от значения $-\tau_0$ до $+\tau_0$. Тогда корреляционная функция $B\Delta\varphi(\tau)$ ошибки $\Delta\varphi(t)$:

$$\begin{gathered}B_{\Delta\varphi}(\tau) = m_1\{\Delta\varphi(t)\Delta\varphi(t+\tau)\} = \frac{1}{4}m_1\{[2\omega_1\xi(t) - \omega_1\xi(t-\tau_0) -\\ - \omega_2\xi(t+x_0)][2\omega_1\xi(t+\tau) - \omega_1\xi(t-\tau_0+\tau) - \omega_2\xi(t+x_0+\tau)]\},\\ \omega_2 = \omega_1 + \omega_{oc}; \quad \xi(t) = \Delta\tau_1(t),\end{gathered}$$

Учитывая, что

$$m_1\{\xi(t-\tau_0)\xi(t-\tau_0+\tau)\} = B(\tau)$$

— корреляционная функция отклонений времени пробега от среднего значения, получаем

$$\begin{gathered}B_{\Delta\varphi}(\tau) = \frac{1}{4}\{B(\tau)[4\omega_1^2 + (\omega_1^2 + \omega_2^2)] - 2\omega_1^2B(t-\tau_0) - 2\omega_1\omega_2B(\tau + x_0) -\\ - 2\omega_1^2B(\tau+\tau_0) + \omega_1\omega_2B(\tau + x_0 + \tau_0) - 2\omega_1\omega_2B(\tau-\tau_0)\}.\end{gathered}$$

Энергетический спектр $W_{\Delta\varphi}(\Omega)$ ошибки

$$\begin{gathered}W_{\Delta\varphi}(\Omega) = \frac{1}{4}\Big\{W(\Omega)[4\omega_1^2 + (\omega_1^2 + \omega_2^2)] -\\ -\omega_1^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}[B(\tau-\tau_0) + B(\tau+\tau_0)]e^{-i\Omega\tau}d\tau - 2\omega_1\omega_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}[B(\tau + x_0) +\end{gathered}$$

$$+B(\tau-x_0)]e^{-i\Omega\tau}d\tau+\omega_1\omega_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}[B(\tau+x_0+\tau_0)+B(\tau-x_0-\tau_0)]e^{-i\Omega\tau}d\tau\Big\}=$$

$$=\frac{1}{4}\Big\{W(\Omega)[4\omega_1^2+(\omega_1^2+\omega_2^2)]-2\omega_1^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(x)e^{-i\Omega(x+\tau_0)}dx-$$

$$-2\omega_1^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(x)e^{-i\Omega(x-\tau_0)}dx-2\omega_1\omega_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(x)e^{-i\Omega(x-x_0)}dx-$$

$$-2\omega_1\omega_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(x)e^{-i\Omega(x+x_0)}dx+\omega_1\omega_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(x)e^{-i\Omega(x-\tau_0-x_0)}dx+$$

$$+\omega_1\omega_2\int\limits_{-\infty}^{\infty}B(x)e^{-i\Omega(x+\tau_0+x_0)}dx=\frac{1}{4}W(\Omega)\cdot A(\Omega),$$

где $W(\Omega)$ — энергетический спектр вариаций времени запаздывания τ;

$$A(\Omega)=4\omega_1^2[1-\cos\Omega\tau_0]+(\omega_1^2+\omega_2^2)-$$
$$-2\omega_1\omega_2[2\cos\Omega x_0-\cos\Omega(\tau_0+x_0)]. \tag{16}$$

После осреднения выражения (16) по x_0 в пределах $-\tau_0$, $+\tau_0$, получаем

$$W_{\Delta\varphi}(\Omega)=\frac{W(\Omega)}{4}\Big\{\omega_{oc}^2+4\omega_1^2(1-\cos\Omega\tau_0)+$$
$$+2\omega_1\omega_2\left[1+\frac{\sin 2\Omega\tau_0}{2\Omega\tau_0}-2\frac{\sin\Omega\tau_0}{\Omega\tau_0}\right]\Big\}. \tag{17}$$

Учитывая, что практически всегда выполняется условие $\Omega\tau_0\ll 1$, имеем

$$W_{\Delta\varphi}(\Omega)=\frac{W(\Omega)}{4}[\omega_{oc}^2+2\omega_1^2\Omega^2\tau_0^2]=\frac{W_\varphi(\Omega)}{4}\left(\frac{\omega_{oc}}{\omega_1}\right)^2\left[1+2\left(2\pi\frac{d}{\lambda}\cdot\frac{\Omega}{\omega_{oc}}\right)^2\right], \tag{18}$$

где $W_\varphi(\Omega)$ — энергетический спектр флуктуаций фазы сигнала, распространяющегося в атмосфере вдоль трассы d. Спектр $W_\varphi(\Omega)$ может быть вычислен или получен экспериментальным путем [4].

Таким образом, для флуктуационных частот $\Omega<\dfrac{\omega_{oc}}{2\pi\frac{d}{\pi}}$ эффект влияния вариаций времени распространения ослабляется системой в $2\dfrac{\omega_1}{\omega_{oc}}$ раз, как это и следует из приближенного рассмотрения. В более высокочастотном участке следует учитывать добавку за счет частичной декорреляции процессов $\Delta\tau_1(t)$ и $\Delta\tau_2(t)$, определяемую членом $2\left(2\pi\dfrac{d}{x}\dfrac{\Omega}{\omega_{oc}}\right)^2$ в выражении (18).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. B. Boor, R. I. Wohlers. Int. Conv. Record, vol. 9, part I, Ant. and Progation, March 1961. pp. 122—134.

2. А. И. Малахов, В. С. Серёбрянников. Измерение технической ширины спектральной линии клистронного генератора. «Изв. вузов, Радиофизика», т. VI, № 5, 1963.

3. В. М. Капранов. Фазовая автоподстройка частоты. Автореф. канд. дисс. Москва, 1957.

4. В. И. Татарский. Радиофизические методы изучения атмосферной турбулентности (обзор). «Изв. вузов, Радиофизика», т. III, № 4, 1960.