УМНОЖЕНИЕ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ С МАКСИМАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ

В. К. Дущенко

Харьков

В настоящее время уже есть много работ, посвященных анализу приборов и схем для умножения частоты, в подавляющем большинстве которых рассматриваются особенности схем умножителей, использующих известные нелинейные сопротивления, приводятся методики расчета и сравнительные характеристики отдельных схем. Однако ни один исследователь не задавался вопросом, какой должна быть характеристика нелинейного элемента, чтобы при воздействии на него элементарного синусоидального колебания ω_1 ток, текущий через него, содержал только колебания с частотой ω_1 и требуемой умноженной частотой $n\omega_1$. Это исключало бы потери мощности на других гармониках и повышало бы общий к. п. д. умножителя. Если несколько лет назад этот вопрос представлял чисто теоретический интерес, то в настоящее время он приобретает особую актуальность и практическую направленность. Анализу оптимальных зависимостей нелинейных элементов от приложенного напряжения и синтезу этих зависимостей на основе известных нелинейных элементов и посвящена данная работа.

Эффект умножения частоты с помощью нелинейных элементов основан на том, что при воздействии на последние элементарного синусоидального напряжения оно искажается, что приводит к появлению в спектре результирующего колебания ряда более высоких гармонических составляющих, которые в дальнейшем могут быть разделены специальными избирательными устройствами. Применение нелинейных реактивных элементов более предпочтительно перед активными, так как при отсутствии потерь в них и в согласующем трансформаторе, а также, если энергия на других, кроме требуемой, гармониках входного сигнала не выделяется, коэффициент полезного действия умножителя стремится к единице. Поэтому в дальнейших выкладках будет рассматриваться некоторая реактивность (емкость), зависимость которой от напряжения может быть записана в общем виде следующим образом:

$$C = \varphi(U_c). \tag{1}$$

Вполне очевидно, что результаты могут быть распространены и на другие нелинейные элементы.

Известно, что ток, текущий через емкость, при любой степени ее нелинейности, описывается выражением

$$i_c = C\frac{dU_c}{dt} = \varphi(U_c)\frac{dU_c}{dt}. \tag{2}$$

Если напряжение на емкости изменяется по закону

$$U_c = E_{\text{см}} + U_1 \cos \omega_1 t, \tag{3}$$

то в случае идеального умножителя частоты ток, текущий через нее, учитывая сдвиг фаз, можно представить в виде

$$i_c = -i_n \sin n\omega_1 t, \tag{4}$$

где

$n = \frac{\omega_n}{\omega_1}$ — коэффициент умножения.

Подставив выражение (4) и производную выражения (3) в исходное уравнение (2), получаем требуемую зависимость емкости от напряжения

$$C(U_c) = \frac{i_n}{\omega_1 U_1} \cdot \frac{\sin n\omega_1 t}{\sin \omega_1 t} = C_n \frac{\sin n\omega_1 t}{\sin \omega_1 t}, \tag{5}$$

где $C_n = \frac{i_n}{\omega_1 U_1}$ — некоторая постоянная емкость, определяемая требуемой амплитудой тока n-гармоники при заданной амплитуде и частоте преобразуемого напряжения.

Числитель выражения (5) с помощью формулы Муавра для комплексных чисел можно представить в виде

$$\sin n\omega_1 t = n\cos^{n-1}\omega_1 t \sin \omega_1 t - C_{no}^3 \cos^{n-3}\omega_1 t \sin^3\omega_1 t + \\ + C_{no}^5 \cos^{n-5}\omega_1 t \sin^5 \omega_1 t - \ldots, \tag{6}$$

где коэффициенты C_{no}^{2k-1} являются сочетаниями из n элементов по $2k-1$ и равны

$$C_{no}^{2k-1} = \frac{n!}{(2k-1)!\,(n-2k+1)!},$$

а $k = 1,\ 2,\ 3\ \ldots$ — последовательные члены разложения. Комбинируя выражения (5) и (6), после простых преобразований получаем

$$\frac{C(U_c)}{C_n} = n\cos^{n-1}\omega_1 t - C_{no}^3 \cos^{n-3}\omega_1 t\,(1-\cos^2\omega_1 t) + \\ + C_{no}^5 \cos^{n-5}\omega_1 t\,(1-\cos^2\omega_1 t)^2 - \ldots \tag{7}$$

и учитывая выражение (3), имеем

$$C(E_{см}) = C_n \left\{ n\left(\frac{E_{см}}{U_1}\right)^{n-1} - C_{no}^3 \left(\frac{E_{см}}{U_1}\right)^{n-3}\left[1-\left(\frac{E_{см}}{U_1}\right)^2\right] + \\ + C_{no}^5 \left(\frac{E_{см}}{U_1}\right)^{n-5}\left[1-\left(\frac{E_{см}}{U_1}\right)\right]^2 - \cdots \right\}. \tag{8}$$

Рассмотрим наиболее часто применяемые случаи. Для оптимального удвоения частоты из выражения (8) получаем зависимость емкости от напряжения

$$C(E_{см}) = 2C_2 \frac{E_{см}}{U_1}. \tag{9}$$

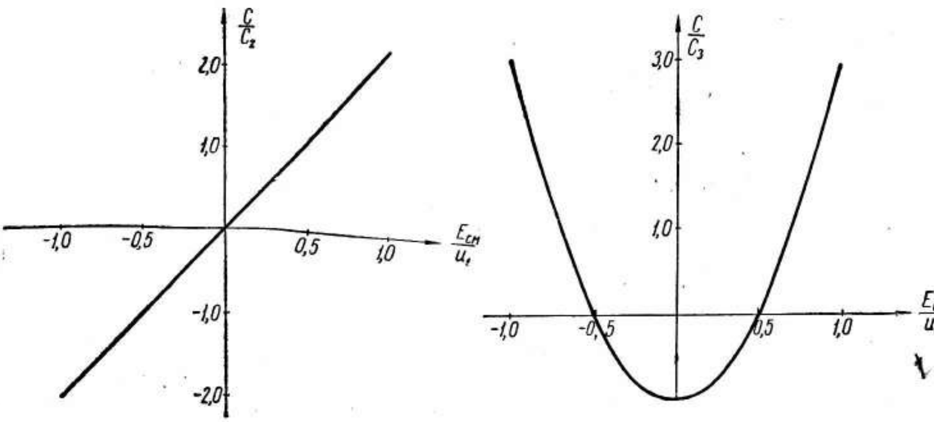
Аналогичные зависимости могут быть найдены для оптимального утроения частоты

$$C(E_{см}) = \left[4\left(\frac{E_{см}}{U_1}\right)^2 - 1\right] C_3 \tag{10}$$

и для оптимального учетверения частоты

$$C(E_{см}) = 4C_4 \frac{E_{см}}{U_1}\left[2\left(\frac{E_{см}}{U_1}\right)^2 - 1\right]. \tag{11}$$

Графическая интерпретация выражений (9) — (11) приведена на рис. 1, *а*, *б*, *в*, из которых следует, что во всех случаях емкость должна принимать отрицательные значения, что не может быть выполнено на практике. Тем не менее вполне очевидно, что полученные зависимости могут



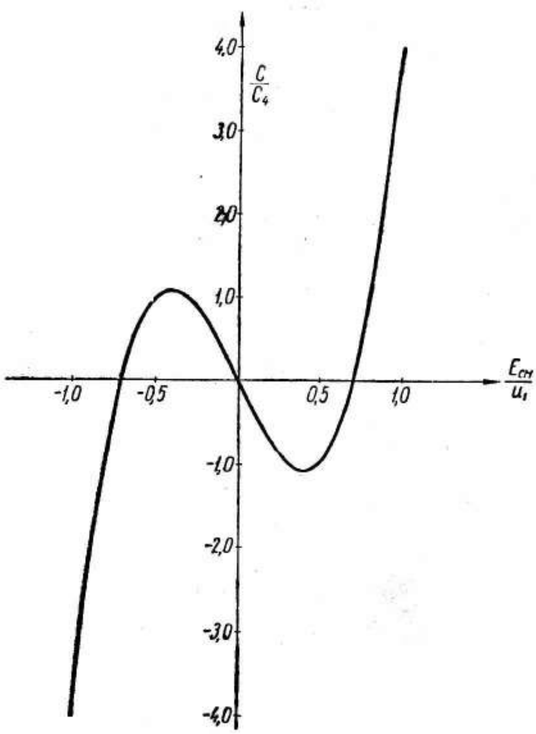


Рис. 1. Зависимость емкости от напряжения при оптимальном удвоении (*а*), утроении (*б*) и учетверении (*в*) частоты.

быть сдвинуты по оси емкостей в сторону положительных значений на величину C_1 с тем, чтобы в рабочем интервале смещений емкость не принимала отрицательных значений. В этом случае все полученные выше выражения остаются справедливыми, так как они учитывают только токи высших гармоник, но введение некоторой постоянной емкости C_1 приводит к появлению тока основной частоты, который в предыдущих выкладках принимался равным нулю. При этом величина C_1 оказывается равной для удвоителя частоты — $2C_2$, для утроителя частоты — $3C_3$ и для учетверителя частоты — $4C_4$.

Полученные выражения (9) — (11) определяют требуемую зависимость емкости от напряжения, при которой, если на нее воздействует напряжение с частотой ω_1, ток описывается элементарным синусоидальным колебанием с частотой $n\omega_1$.

Учитывая, что $C_n = \frac{i_n}{\omega_1 U_1}$ является конкретной величиной, определяемой конструктивными особенностями нелинейного элемента, а ток требуемой гармоники связан с выходным напряжением как

$$i_n = \frac{U_n}{R_{oe}}, \tag{12}$$

где R_{oe} — эквивалентное сопротивление избирательного устройства, настроенного на частоту $n\omega_1$, получаем эффективность умножения в виде

$$\frac{U_n}{U_1} = \omega_1 C_n R_{oe}, \tag{13}$$

из которого видно, что эффективность идеального умножителя не зивисит от выделяемой гармоники и определяется только проводи́мостью емкости на частоте преобразуемого сигнала и добротностью избирательного устройства.

Анализируя выражение для емкости при оптимальном удвоении частоты, можно отметить, что емкость линейно зависит от приложенного напряжения. Это наводит на мысль, что между видом характеристики нелинейного элемента и формой приложенного напряжения существует однозначное соответствие, т. е., если зависимость емкости от напряжения описывается косинусоидой, то эффективность умножения не ухудшится, если приложенное напряжение линейно возрастает или спадает со временем.

Для эффективного умножения в течение достаточного отрезка времени необходимо иметь нелинейную емкость, которая имитирует синусоиду для бесконечно большого напряжения смещения, а умножаемое напряжение возрастает со временем до бесконечно большой величины. Это практически не осуществимо. Тем не менее подобная идея может быть использована на практике. Если нелинейный элемент имитирует только несколько периодов косинусоиды (рис. 2, *а*) и каждый период соответствует смещению, равному U_1, а к нелинейному элементу прикладывается треугольное напряжение вида

$$U_c = U_0 \frac{2t}{T}, \tag{14}$$

где T и U_0 — соответственно период и амплитуда этого напряжения, то оказывается, что емкость во времени меняется по синусоидальному закону. Действительно, если

$$C = C_0 \left[1 + \frac{C_1}{C_0} \cos\left(2\pi \frac{U_c}{U_1}\right)\right], \tag{15}$$

где C_0 и C_1 — соответственно постоянная составляющая и амплитуда емкостной характеристики, то ток, текущий через емкость, описывается выражением (2) и равен

$$i_c = \frac{2C_0 U_0}{T} \left[1 + \frac{C_1}{C_0} \cos\left(4\pi \frac{U_0}{U_1} \frac{t}{T}\right)\right]. \tag{16}$$

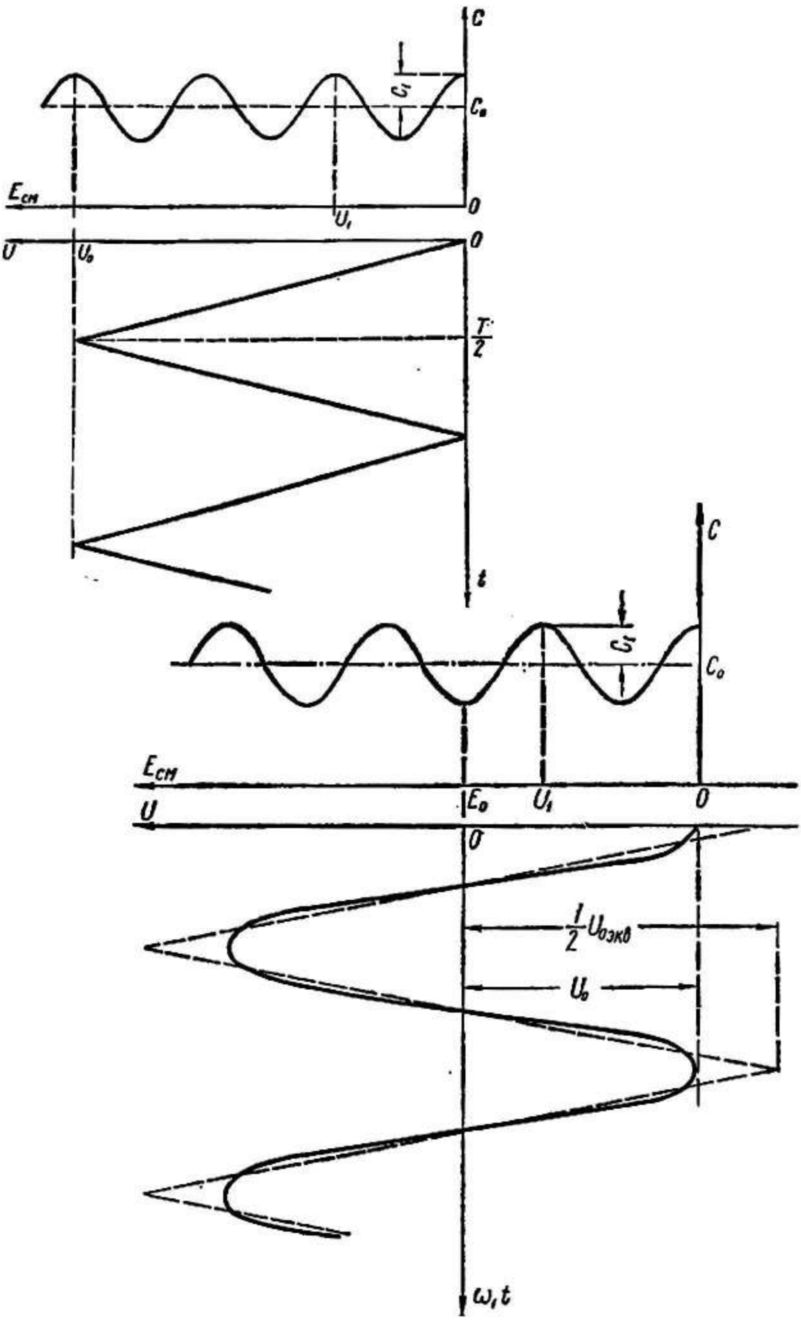


Рис. 2. Умножение частоты синусоидального напряжения в четное число раз с предварительным преобразованием в треугольное (*а*) и без него (*б*).

Выражение (16) может быть переписано в виде

$$i_c = i_0 + \frac{2C_1U_0}{T}\cos\omega_n t, \tag{17}$$

где i_0 — постоянная составляющая емкостного тока; $\omega_n = 4\pi \frac{U_0}{U_1} \cdot \frac{1}{T}$ — круговая частота переменной составляющей.

Легко убедиться, что результирующее напряжение имеет частоту в n раз большую, чем частота треугольного напряжения, где

$$n = 2\frac{U_0}{U_1}, \tag{18}$$

а амплитуда тока этой частоты увеличивается с увеличением амплитуд переменной частоты емкостной характеристики и приложенного треугольного напряжения. Очевидно, необходимым условием этого способа умножения является то, что число n из выражения (18) должно быть целым и четным. Некоторым неудобством этого способа является предварительная необходимость преобразования умножаемого синусоидального напряжения в треугольное, чего с незначительным ухудшением эффективности можно в частных случаях избежать.

Если число n достаточно велико, то в большую часть времени подаваемая синусоида может быть аппроксимирована отрезками прямых

$$\sin \omega_1 t \approx \omega_1 t, \tag{19}$$

определяющих генерирование требуемых гармоник.

Исходное напряжение в этом случае можно представить в виде

$$U_c = U_0(1 + \sin \omega_1 t) \tag{20}$$

с производной

$$\frac{dU_c}{dt} = \omega_1 U_0 \cos \omega_1 t. \tag{21}$$

Ток, текущий через емкость, определяется подстановкой значений (15), (20) и (21) в выражение (2)

$$i_c = \omega_1 U_0 C_0 \left\{1 + \frac{C_1}{C_0}\cos\left[2\pi\frac{U_0}{U_1}\left(1 + \sin \omega_1 t\right)\right]\right\}\cos \omega_1 t. \tag{22}$$

Высшие гармонические составляющие описываются правым слагаемым фигурных скобок выражения (22) и равны с учетом, что $\frac{U_0}{U_1}$ равно целому числу,

$$i_{cn} = \omega_1 C_1 U_0 \cos\left(2\pi\frac{U_0}{U_1}\sin \omega_1 t\right)\cos \omega_1 t. \tag{23}$$

Подставив (23) в выражение (19), имеем

$$i_{cn} = \frac{\omega_1 C_1 U_0}{2}\cos\left[\left(2\pi\frac{U_0}{U_1} - 1\right)\omega_1 t\right] + \frac{\omega_1 C_1 U_0}{2}\cos\left[\left(2\pi\frac{U_0}{U_1} + 1\right)\omega_1 t\right]. \tag{24}$$

Из выражения (24) следует, что коэффициент умножения оказывается равным

$$n = \left(2\pi\frac{U_0}{U_1} \pm 1\right) \tag{25}$$

и не является целым числом. Это можно объяснить тем, что синусоида аппроксимировалась прямыми линиями, пересечение которых образует некоторое треугольное периодическое напряжение с эквивалентной амплитудой $U_{0\,экв}$ (рис. 2, *б*), причем отношение $U_{0\,экв}/U_1$ не равно целому числу.

Аппроксимация синусоиды отрезками прямых является нулевым приближением к решению задачи и не учитывает появления ряда гармоник, которые получаются и в обычных умножителях частоты. По сравнению с обычно применяемыми рассматриваемый способ позволяет получить значительно большие коэффициенты умножения, причем амплитуда требуемой гармоники существенно превышает амплитуды остальных гармоник.

Полученные выше зависимости емкости от напряжения, обеспечивающие оптимальное умножение частоты, за исключением (9), не могут быть в настоящее время реализованы на практике применением соответствующей технологии наращивания переходов. Зависимость (9) характерна для переходов, имеющих обратный градиент концентрации примесей в базе, и получается она либо путем проведения диффузии примеси в высокоомный полупроводник и создания затем сплавного перехода, либо диффузией двух примесей в высокоомный полупроводник. Тем не менее, вышеуказанные зависимости могут быть синтезированы за счет комбинированных соединений емкостей $p-n$ переходов.

Имея емкостные $p-n$ переходы с достаточно высоким рабочим напряжением, можно передвигать их характеристики по оси напряжений за счет дополнительных источников смещения. Выбор характерных точек по оси емкостей может быть выполнен подбором абсолютных значений емкостей, входящих в соединение.

Ввиду того, что зависимость емкости от напряжения известных нелинейных конденсаторов описывается монотонно спадающей с увеличением напряжения кривой, а полученные выше зависимости должны иметь экстремальные значения в рабочем диапазоне, необходимо в первую очередь синтезировать элементарный емкостной элемент, обладающий характеристикой с экстремальным значением в рабочем диапазоне напряжений. Подобная зависимость получается при встречном включении $p-n$ переходов, методика расчета которого сводится к следующему. При встречном включении $p-n$ переходов с заданным фиксированным смещением для одного последнее является прямым, для другого — обратным. Зная зависимость тока, текущего через переход, от напряжения на нем, можно рассчитать этот нелинейный делитель и определить, какая часть полного смещения падает на каждом из $p-n$ переходов. Подставив полученные значения в выражение для общей емкости двух последовательно включенных конденсаторов, получаем зависимость результирующей емкости от напряжения смещения. Выражение для результирующей емкости достаточно громоздко, поэтому был проведен подбор более простой аппроксимирующей функции, причем наиболее подходящей оказалась функция вида

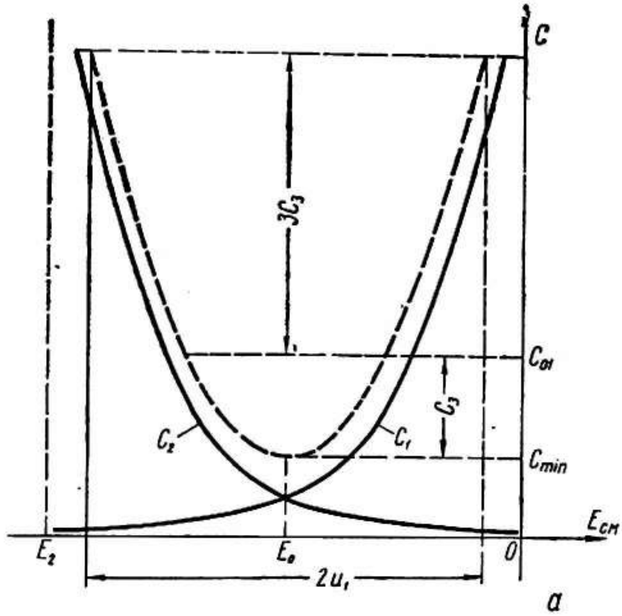
$$C = \frac{C_0}{2 \operatorname{ch} a \sqrt[3]{\dfrac{E_{\text{см}}}{\varphi_k}}}, \tag{26}$$

где $a = 0{,}7—0{,}9$ — постоянный коэффициент, определяемый рабочим диапазоном смещений.

Рассмотрим синтез емкостных характеристик, описываемых выражениями (9)—(11).

Оптимальный удвоитель частоты, как было указано выше, получается при использовании в качестве нелинейных элементов $p-n$ переходов, изготовленных по специальной технологии: в элементах обеспечивалась линейная зависимость емкости от напряжения. Тем не менее возможно оптимальное удвоение частоты при использовании обычных нелинейных конденсаторов. Это обеспечивается в том случае, если зависимость емкости от смещения в рабочей точке может быть аппроксимирована прямой, что предполагает малую величину умножаемых напряжений. Эффективность умножителя повышается с увеличением скорости нарастания емкости с уменьшением смещения, так как увеличивается величина C_2, а значит, и ток i_2 при постоянной амплитуде умножаемого напряжения.

Оптимальный утроитель частоты можно синтезировать с помощью параллельного соединения двух емкостей, включенных таким образом, что увеличение обратного смещения приводит к увеличению одной емкости и уменьшению другой. Результирующая зависимость показана пунктирной линией на рис. 3, *а*, а схема соединений — на рис. 3, *б*. Получение зависимости (11) для учетверителя частоты, приведенной на рис. 1, *в*, проиллю-



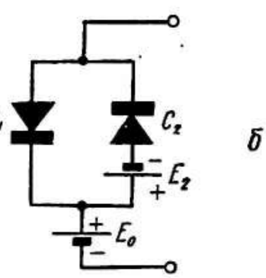


Рис. 3. Синтез нелинейной емкости для оптимального утроения частоты (*а*) и схема, обеспечивающая заданную зависимость (*б*).

стрировано на рис. 4, *а*, а схема соединения, соответствующего этой зависимости, на рис. 4, *б*. Следует отметить, что в синтезированной оптимальной зависимости появляется некоторая постоянная составляющая емкости, которая по величине оказывается в лучшем случае большей (4—5)C_4. Этим обусловлено появление в спектре тока составляющей основной частоты и связано с невозможностью реализации отрицательных емкостей.

Синтез зависимости емкости от напряжения в виде отрезка периодической кривой — синусоиды или косинусоиды — ясен из рис. 5, *а*, а схема соответствующего этой зависимости соединения приведена на рис. 5, *б*. Как следует из рис. 5, *в*, правильный выбор величины напряжения существенно влияет на форму зависимости емкости от напряжения. Увеличение напряжения U_1 предполагает при постоянном коэффициенте умножения увеличение амплитуды умножаемого напряжения, что с точки зрения эффективности не играет существенной роли, так как приводит к увеличению иммитированной емкостной синусоиды, что, в свою очередь, определяет увеличение тока n-гармоники. Большое значение имеет то, что увеличение U_1 до определенного предела увеличивает отношение амплитуды емкостной характеристики и постоянной составляющей емкости, а значит, и отношение

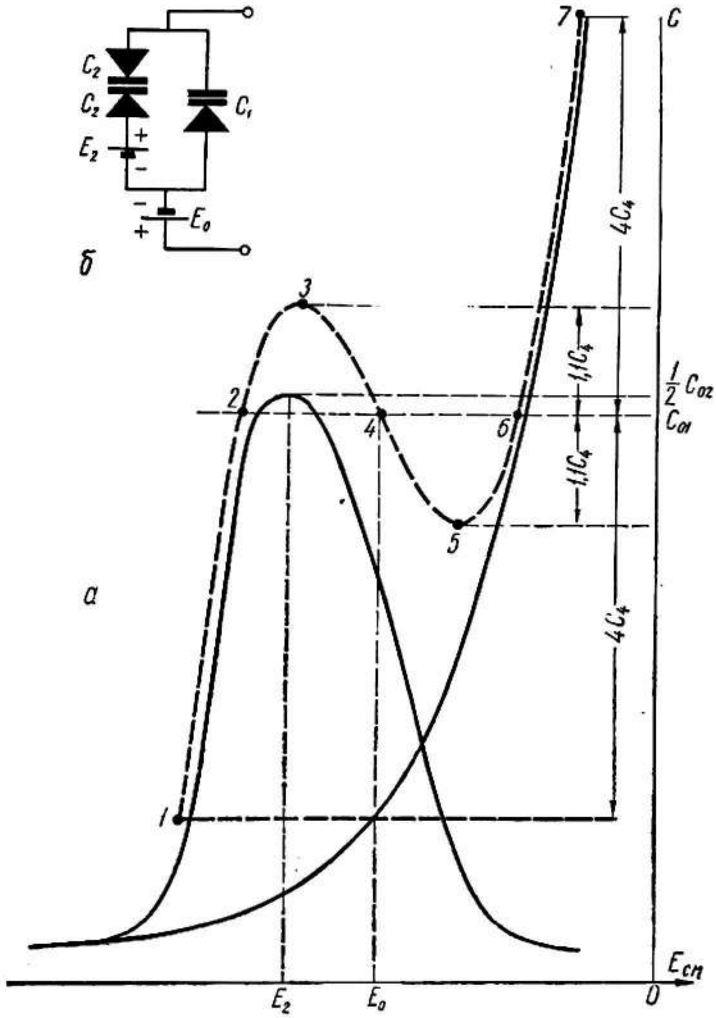


Рис. 4. Синтез нелинейной емкости для оптимального учетверения частоты (*а*) и схема, обеспечивающая заданную зависимость (*б*).

токов этих частот. Для увеличения этого отношения целесообразно применять переходы, емкость которых возможно более резко зависит от напряжения. Для обычных сплавных переходов максимальные отношения получаются не более 0,15—0,2. Если выбрать большое U_1, емкостная синусоида искажается за счет уплощения нижней полуволны.

Рассматриваемые в статье нелинейные конденсаторы предполагается синтезировать на основе известных $p-n$ переходов, когда в соединении компенсируются все токи гармоник частоты возбуждения, кроме тока полезной гармоники. Однако при этом через каждый $p-n$ переход соединения протекают в общем случае токи всех гармонических составляющих.

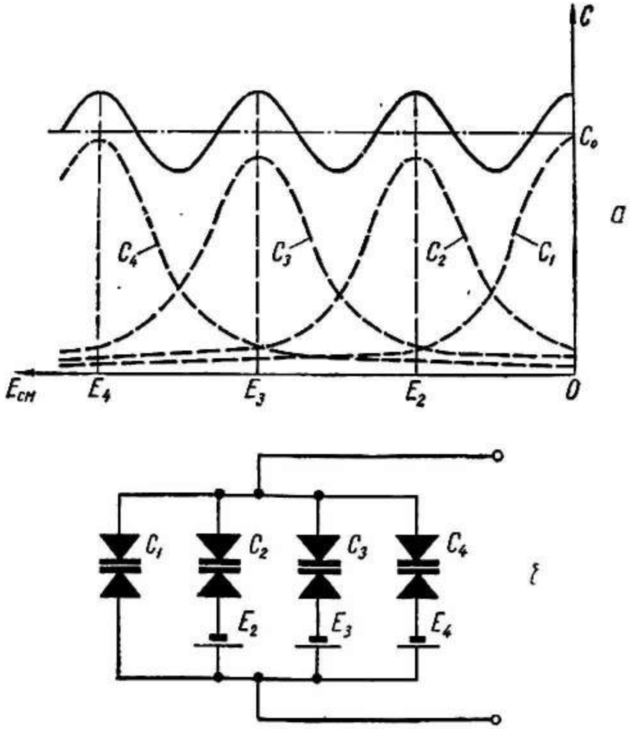


Рис. 5. Синтез емкостной характеристики, описываемой отрезком периодической кривой, (*а*) и схема для его реализации (*б*).

создающие падения напряжений на последовательных сопротивлениях каждого из диодов. Таким образом, эффективность умножения несколько снижается, однако, следует ожидать, что она окажется выше, чем в случае обычно применяемых $p-n$ переходов.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. A. Lee, „A high frequency diffused base germanium transistor", „Bell System Techn. Journal"; 35, № 1, p. 23—4, 1956.

2. H. D. Frasier, „Hypersensitive voltage variable capacitors", „Semiconductor Product", p. 56—59, March, 1960.