

К РАСЧЕТУ ПЛАВНЫХ МНОГОВОЛНОВЫХ ВОЛНОВОДНЫХ ПЕРЕХОДОВ

1

В. В. Должиков, А. И. Терещенко, И. И. Шумлянский

Харьков

Наряду со ступенчатыми волноводными переходами широкое распространение получили плавные волноводные переходы. Лучшим из них, с точки зрения малости габаритов, является плавный чебышевский переход. Однако его расчет, в случае изменения сечения в H -плоскости или в обеих плоскостях, весьма затруднителен.

В данной работе приведен метод расчета плавных волноводных переходов, обеспечивающих минимальные потери основной волны на преобразование в ближайшие паразитные типы волн (под паразитными понимаются высшие типы волн и основная отраженная волна). Предложенный переход сравнивается с компенсированным и чебышевским плавными переходами.

Расчет плавных переходов произвольного поперечного сечения

Пусть волноводный переход соединяет два волновода с сечениями S_1 и S_2 . Эти сечения, вообще говоря, могут быть произвольной формы. Вдоль оси z распространяется основная волна единичной амплитуды. Если потери в стенках отсутствуют, то очевидно, что мощность основной волны в конце перехода можно записать в виде

$$|P_m|^2 = 1 - \sum_j |P_j|^2, \quad (1)$$

где P_m — амплитуда основной волны;

P_j — амплитуда j -ой паразитной волны.

Согласно [1], амплитуда любой паразитной волны может быть записана следующим образом:

$$P_j = \pm \sqrt{\frac{h_m(0)}{h_j(0)}} \int_0^{l_j} S_{jm} \sqrt{\frac{h_j(z)}{h_m(z)}} e^{-i \int_0^z (h_m - h_j) dz} dz. \quad (2)$$

Здесь знак плюс для прямых волн, минус — для обратных; S_{jm} — коэффициент связи основной волны m с паразитной j ; h_j и h_m — постоянные распространения основной и паразитной волн в волноводе.

Если ввести новые переменные ξ и σ так, что

$$\xi_j = \frac{\int_0^z (h_m - h_j) dz}{\int_0^L (h_m - h_j) dz}; \quad \sigma_j = \int_0^L (h_m - h_i) dz, \quad (3)$$

а также обозначить $\sqrt{\frac{h_m(0)}{h_j(0)}} S_{jm} \sqrt{\frac{h_j(z)}{h_m(z)}}$ через f_j' , то для $|P_j|^2$ получим

$$|P_j|^2 = \int_0^1 f_j'(\xi) e^{-i\sigma_j} d\xi_j \int_0^1 f_j'(\xi_j) e^{i\sigma_j} d\xi_j \quad (4)$$

Относительно введенных переменных ξ и σ можно заметить, что ξ пропорционально $\frac{z}{L}$, $\sigma \sim L$.

Ограничиваясь в (1) одним слагаемым, т. е. учитывая только ближайшую паразитную волну, для квадрата модуля основной волны имеем

$$|P_m|^2 = 1 - |P_j|^2.$$

Согласно (4), $|P_j|^2$ есть функционал относительно $f(\xi)$, и из физических соображений вытекает, что он имеет минимум, причем это минимальное значение $|P_j|^2$ равно нулю. Вследствие этого можно поставить следующую вариационную задачу: найти функцию $f(\xi)$, обеспечивающую минимум функционала $F = |P_j|^2$ при граничных условиях для $f(\xi)$

$$f(1) = f_1 \quad f(0) = f_0.$$

Зная $f(\xi)$, можно всегда рассчитать геометрию перехода. Решение удобно искать в виде

$$f(\xi) = f_0 + \left[(f_1 - f_0) \left(\xi + \sum_{n=1}^N \frac{b_n}{\pi n} \sin \pi n \xi \right) \right], \quad (5)$$

где коэффициенты b_n находятся из системы уравнений

$$\frac{df}{db_i} = 0; \quad i = 1, 2, 3 \dots N.$$

Однако решение подобной вариационной задачи не представляет практического интереса. Нетрудно видеть, что при всех $N \geq 2$ для любого $\sigma = \sigma_0$ существуют $b_1, b_2 \dots b_N$ такие, что $F(\sigma_0) = 0$. При этом для других $\sigma \neq \sigma_0$ значение $F(\sigma)$ не будет уже нулем.

Для практических целей большой интерес представляет следующая вариационная задача: для каждого фиксированного N выбрать коэффициенты b_n так, чтобы для всех $\sigma \geq \sigma_{\min}$ выполнялось условие $F(0) \leq F_{\max}$.

Задавая $N = 1, 2, \dots$ получаем следующие выражения для $f(\xi)$:

$$f_1(\xi) = f_0 [1 + (q - 1) \xi]; \quad (6)$$

$$f_2(\xi) = f_0 \left[1 - (q + 1) \left(\xi + \frac{b_2}{2\pi} \sin 2\pi \xi \right) \right]; \quad (7)$$

$$f_3(\xi) = f_0 \left[1 + (q - 1) \left(\xi + \frac{b_2}{2\pi} \sin 2\pi \xi + \frac{b_4}{4\pi} \sin 4\pi \xi \right) \right], \quad (8)$$

где $q = \frac{f_1}{f_0}$.

Переход, характеризуемый функцией (6), представляет собой экспоненциальный переход, частотная характеристика которого приведена на рис. 1 (кривая 1), а переход, характеризуемый функцией (7) представляет собой компенсированный. Величины коэффициента b_2 , входящего в функцию $f_2(\xi)$, определяемую выражением (7), а также σ_{\min} для некоторых

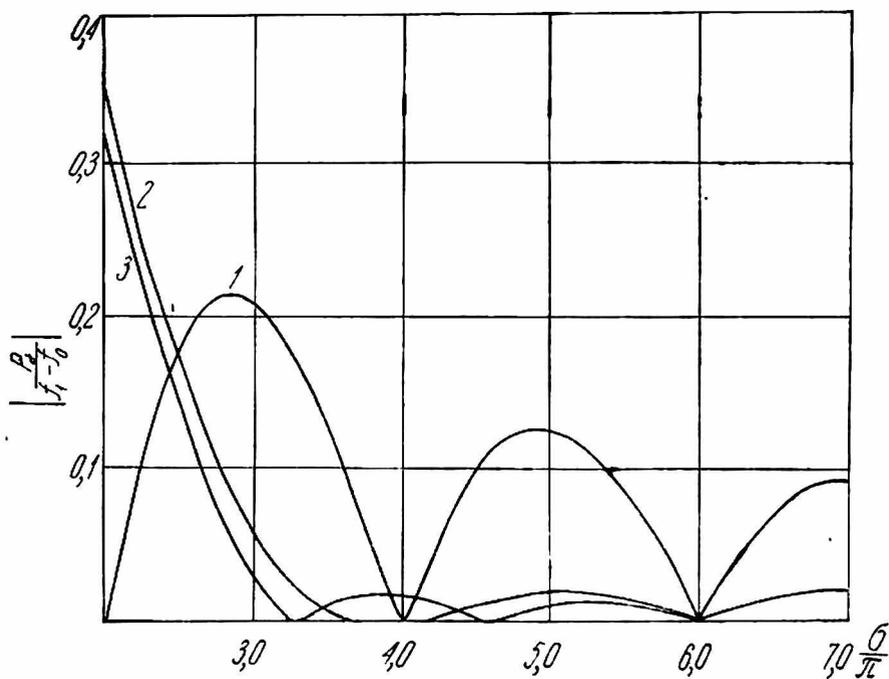


Рис. 1.

значений $|P_j|_{\max}$ приведены в табл. 1, а b_2 , b_4 и σ_{\min} для $f(\xi)$, определяемой выражением (8), — в табл. 2. На рис. 1. показаны зависимости $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right|$ от σ в случае, когда $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right| < 0,02$ для компенсированного перехода (кривая 2) и перехода, описываемого функцией (8) (кривая 3).

Из рис. 1, а также из табл. 1 и 2 видно, что последний переход имеет σ_{\min} (т. е. длину) на 8—10% меньше, чем компенсированный, кроме случая, когда необходимо, чтобы $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right| < 0,005$. Дальнейшее увеличение числа членов в сумме (5) не приводит к сколько-нибудь заметному уменьшению σ_{\min} и, следовательно, переход, для которого $f(\xi)$ определяется выражением (8), является практически наилучшим при способе задания $f(\xi)$ в виде (5).

Сравним переход, описываемый функцией $f(\xi)$ вида (8) с плавным чебышевским переходом. Рассмотрим случай, когда переход должен обеспечить $|P_j| \leq 0,02$. На рис. 2 кривая 1 изображает рассчитанную зависимость σ_{\min} от R для полученного перехода. Кривая 2 взята из работы [2]. Величина $R = e^{2(l_1 - l_2)}$ зависит от размеров сечений соединяемых волноводов. В частности, если паразитная волна есть отраженная основная волна в прямоугольном волноводе, то R — отношение волнового сопро-

тивления одного конца перехода к волновому сопротивлению другого конца. Из рис. 2 видно, что размеры перехода, функция $f(\xi)$ которого задается формулой (8), незначительно отличаются от размеров плавного чебышевского перехода. Таким образом, полученный переход по своим размерам практически одинаков с плавным чебышевским, но при этом значительно проще рассчитывается.

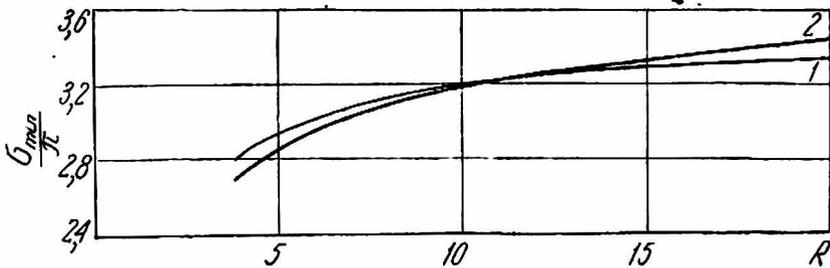


Рис. 2.

Некоторые замечания по поводу компенсированного перехода

Остановимся несколько подробнее на компенсированном переходе, предложенном и рассчитанном в работе [2]. На рис. 3 приведены кривые

зависимости $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right|_{\max}$ от b_2 . Кривая 1 построена по данным табл. 1, кривая 2 взята из рис. 6—9 работы [2]. Из рисунка видно, что при всех

$|b_2| \geq 0,64$ значения $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right|$, определяемые кривыми 1 и 2, отличаются друг от друга, причем с ростом $|b_2|$ несовпадение значений увеличивается: при $b_2 = -0,7$ разница составляет всего 12%, а при $b_2 = -0,84$ — уже 60%. На рис. 3 показаны также кривые зависимости σ_{\min} от b_2 . Кривая 3 построена по данным табл. 1, кривая 4 взята из рисунка 6—10 работы [2]. На этом рисунке также видно различие между кривыми,

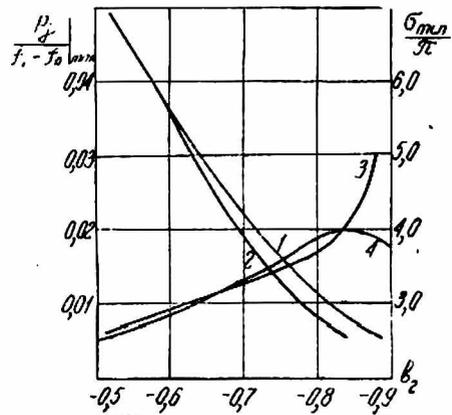


Рис. 3.

построенными по результатам данной работы и работы [2]. Оно начинает проявляться при $|b_2| > 0,64$ и достигает максимального значения (30%) при $b_2 = -0,885$. Отмеченное несовпадение результатов, видимо, можно объяснить тем, что в работе [2] при нахождении b_2 и σ_{\min} учитывался только первый максимум зависимости $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right|$ от σ , тогда как при малых

требуемых $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right|_{\max}$ основную роль начинают играть второй и третий

Таблица 1

$\frac{P_j}{f_1 - f_0} \Big _{\max}$	0,05	0,04	0,03	0,025	0,02	0,015	0,010	0,005
b_2	-0,509	-0,574	-0,635	-0,674	-0,716	-0,761	-0,818	-0,885
$\frac{\sigma_{\min}}{\pi}$	2,55	2,70	3,00	3,15	3,37	3,53	3,75	5,18

Таблица 2

$\frac{P_j}{f_1 - f_0} \Big _{\max}$	0,03	0,02	0,01	0,005
b_2	-0,58	-0,67	-0,795	-0,885
b_3	-0,03	-0,04	-0,02	0,000
$\frac{\sigma_{\min}}{\pi}$	2,80	3,04	3,50	5,18

максимумы. Вследствие этого значения коэффициента b_2 , а также соответствующих σ_{\min} , приведенные в работе [2], нельзя считать верными в тех случаях, когда необходимо иметь $\left| \frac{P_j}{f_1 - f_0} \right| < 0,03$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. З. Каценеленбаум. «Теория нерегулярных волноводов». Изд-во АН СССР М., 1961.
2. А. Л. Фельдштейн и др. «Справочник по элементам волноводной техники». Госэнергиздат, М., 1963.