

## СТАТИСТИКА ПОЛЯ ФАЗИРУЮЩЕЙ СЕКЦИИ

Ю. В. Шубарин, Н. Н. Горобец

Харьков

Как известно, статистический подход к решению ряда задач теории антенн позволяет получить весьма важные результаты — [1, 2 и др.]. Однако все известные выводы относятся к антеннам линейной поляризации и требуют уточнения в случае антенн эллиптической поляризации, где возникает также ряд новых задач. Одной из них, которую мы и рассмотрим ниже, является исследование влияния случайных ошибок в изготовлении фазирующей секции на поляризацию поля на ее выходе.

Фазирующая секция представляет собой анизотропную среду, скорость распространения электромагнитных волн в которой различна для ортогональных линейно поляризованных компонент поля, на которые она расщепляет линейнополяризованное поле на входе. Фазирующую секцию устанавливают в волноводном тракте перед облучателем, который определяет амплитудно-фазовое распределение поля в раскрыве антенны. Найдем среднюю величину коэффициента эллиптичности и угла ориентации поляризационного эллипса поля, поступающего из секции в облучатель, в зависимости от допусков на изготовление секции. Будем считать при этом, что отсутствуют многократные отражения между входом и выходом секций.

Как известно [3], коэффициент эллиптичности  $r$  и угол ориентации  $\beta$  поляризационного эллипса определяются модулем  $|\dot{p}|$  и аргументом  $\psi$  отношения ортогональных линейнополяризованных компонент, которое обычно называют поляризационным отношением

$$r = \frac{1 + |\dot{p}|^2}{2|\dot{p}|\sin\psi} - \sqrt{\left(\frac{1 + |\dot{p}|^2}{2|\dot{p}|\sin\psi}\right)^2 - 1}; \quad (1)$$

$$\beta = -\frac{1}{2} \arctg \frac{2|\dot{p}|\cos\psi}{|\dot{p}|^2 - 1}. \quad (2)$$

В рассматриваемом случае поляризационное отношение

$$\dot{p} = \frac{E_y}{E_x} = \operatorname{tg} \varphi e^{i\psi}, \quad (3)$$

где  $\varphi$  — угол между плоскостью поляризации поля на входе секции и одной из компонент;  $\psi$  — разность фаз компонент на выходе секции.

Коэффициент эллиптичности и угол ориентации находим из (1)–(2) с учетом (3)

$$r = \frac{1 - \sqrt{1 - (\sin \varphi \sin \psi)^2}}{\sin 2\varphi \sin \psi}; \quad (4)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \arctg (\lg 2\varphi \cos \psi). \quad (5)$$

Будем считать, что ошибки  $\Delta\varphi$  в угле  $\varphi$  и  $\Delta\psi$  в сдвиге фаз, обусловленные производственными допусками, малы, так что в выражениях для  $r$  и  $\beta$ , разложенных в ряды Тейлора, можно пренебречь членами выше 2-го порядка малости. Тогда коэффициент эллиптичности и угол ориентации

$$r \approx r_{\text{теор}} + \frac{\partial r}{\partial \varphi} \Delta\varphi + \frac{\partial r}{\partial \psi} \Delta\psi + \frac{\partial^2 r}{\partial \varphi^2} \Delta\varphi^2 + \frac{\partial^2 r}{\partial \psi^2} \Delta\psi^2; \quad (6)$$

$$\beta \approx \beta_{\text{теор}} + \frac{\partial \beta}{\partial \varphi} \Delta\varphi + \frac{\partial \beta}{\partial \psi} \Delta\psi + \frac{\partial^2 \beta}{\partial \varphi^2} \Delta\varphi^2 + \frac{\partial^2 \beta}{\partial \psi^2} \Delta\psi^2. \quad (7)$$

Примем далее, что ошибки  $\Delta\varphi$  и  $\Delta\psi$  независимы и распределены по нормальному закону. По-видимому, эти предположения справедливы с высокой точностью, поскольку производственные ошибки возникают в результате действия суммы большого числа факторов, каждый из которых мал по сравнению со всей суммой, так что выполняются условия применимости центральной предельной теоремы. При этом  $\overline{\Delta\varphi} = \overline{\Delta\psi} = 0$ ,  $\overline{\Delta\varphi^2} = \sigma_\varphi^2$ ,  $\overline{\Delta\psi^2} = \sigma_\psi^2$  и выражения для средней величины коэффициента эллиптичности и угла ориентации упрощаются

$$\bar{r} = r_{\text{теор}} + \frac{\partial^2 r}{\partial \varphi^2} \sigma_\varphi^2 + \frac{\partial^2 r}{\partial \psi^2} \sigma_\psi^2; \quad (8)$$

$$\bar{\beta} = \beta_{\text{теор}} + \frac{\partial^2 \beta}{\partial \varphi^2} \sigma_\varphi^2 + \frac{\partial^2 \beta}{\partial \psi^2} \sigma_\psi^2. \quad (9)$$

Рассмотрим далее простейший случай, когда поле на выходе секции кругополяризовано, что не снижает общности рассуждений. Подставляя в (8)–(9) с учетом (4)–(5)  $\varphi = 45^\circ$  и  $\psi = 90^\circ$ , получим

$$\bar{r} = 1 - 2\sigma_\varphi^2 - \sigma_\psi^2, \quad (10)$$

а средняя величина угла ориентации равна бесконечности, т. е. все ориентации поляризационного эллипса равновероятны.

Учитывая связь среднеквадратичной ошибки  $\sigma$  с предельно допустимой  $\Delta_{\text{пред}}$ , находим

$$\bar{r} = 1 - \frac{1}{x^2} \Delta\varphi_{\text{пред}}^2 - \frac{1}{x^2} \Delta\psi_{\text{пред}}^2, \quad (11)$$

где  $x$  — вероятностный коэффициент.

Найдем сначала уменьшение среднего коэффициента эллиптичности по сравнению с 1,0. С вероятностью 99% ( $x = 2,6$ ) при предельной ошибке в установке плоскости поляризации поля на входе секции равной, например,  $10^\circ$  независимо от типа секции  $\sigma_\varphi^2 = 0,03$  и  $\Delta r = 1 - \bar{r} = 0,9\%$ .

Для определения влияния ошибок в разности фаз примем постоянные распространения ортогональных компонент поля секции в виде

$$\gamma_a = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}; \quad \gamma_b = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}, \quad (12)$$

где  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве;  $\alpha$ ,  $\beta$  — отношения критической длины волны к длине волны в свободном пространстве  $\frac{\lambda_{кр}}{\lambda}$  в плоскостях, соответствующих плоскостям поляризации компонент. Например, если секция представляет собой отрезок прямоугольного волновода, в котором могут распространяться волны  $H_{10}$  и  $H_{01}$ , то  $\alpha = 2 \frac{a}{\lambda}$ ;  $\beta = 2 \frac{b}{\lambda}$ ;  $a$ ,  $b$  — размеры сторон секции, причем  $a > b$ .

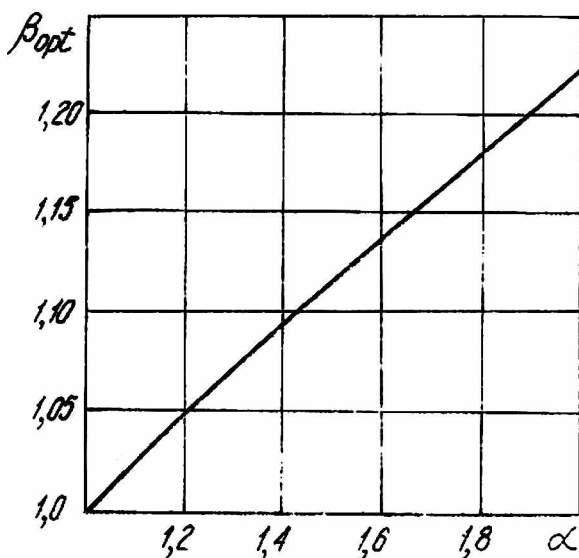


Рис. 1.

Разность фаз компонент на выходе секции,

$$\psi = 2\pi\zeta \left[ \sqrt{1 - \frac{1}{\alpha^2}} - \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2}} \right]. \quad (13)$$

Здесь  $\zeta = \frac{z}{\lambda}$  — электрическая длина секции.

Ошибки в разности фаз компонент (13) определяются производственными допусками на выполнение длины секции  $\Delta\zeta_{пред}$ , сторон ее  $\Delta\alpha_{пред}$  и  $\Delta\beta_{пред}$  и стабильностью генератора  $\frac{\Delta\lambda_{пред}}{\lambda}$ . Приняв, как и выше, что эти ошибки малы, статистически независимы и распределены по нормальному закону, получим аналогично предыдущему

$$\begin{aligned} \bar{r} = 1 - \frac{2}{\alpha^2} \Delta\alpha_{пред}^2 - \frac{1}{\alpha^2} \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 \left\{ \frac{\Delta\zeta_{пред}^2}{\zeta^2} + \left( \frac{4\zeta}{\alpha^2 \sqrt{\alpha^2 - 1}} \right)^2 \Delta\alpha_{пред}^2 + \right. \\ \left. + \left( \frac{4\zeta}{\beta^2 \sqrt{\beta^2 - 1}} \right)^2 \Delta\beta_{пред}^2 + \left( 1 + \frac{4\zeta}{\alpha^2 \sqrt{\alpha^2 - 1}} - \frac{4\zeta}{\beta^2 \sqrt{\beta^2 - 1}} \right)^2 \frac{\Delta\lambda_{пред}^2}{\lambda} \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Здесь  $\zeta$  определяется из (13) при  $\psi = \frac{\pi}{2}$ .

Анализ выражения (14) показывает, что, чем меньше допуски, тем меньше отличается средняя величина коэффициента эллиптичности от теоретической. Если же допуски заданы и задан электрический размер большей стороны секции (т. е., задано  $\alpha$ ), то при увеличении электрического размера меньшей стороны (т. е.  $\beta$ ) увеличивается электрическая длина кругополяризованной секции. При этом увеличивается коэффициент при  $\Delta z_{\text{пред}}$ , коэффициент при  $\frac{\Delta \lambda_{\text{пред}}}{\lambda}$  уменьшается, а при  $\Delta \beta_{\text{пред}}$  имеет минимум. Следовательно, при заданных допусках и заданном размере большей стороны секции существует такой размер меньшей стороны, т. е.

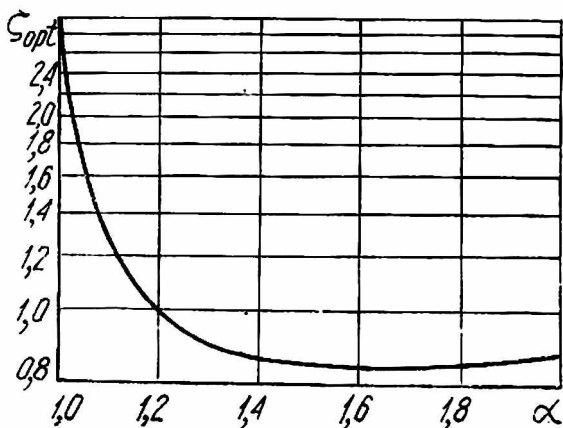


Рис. 2.

такая длина кругополяризованной секции, при которой отклонение поляризации от круговой будет минимально. Этот оптимальный в указанном смысле размер

$$\beta_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \alpha)}. \quad (15)$$

Зависимость  $\beta_{\text{opt}}$  от  $\alpha$  показана на рис. 1.

Электрическая длина оптимальной кругополяризованной секции

$$z_{\text{opt}} = \frac{\alpha}{4} \sqrt{\frac{z+1}{z-1}}. \quad (16)$$

В частности, длина оптимальной секции в виде отрезка прямоугольного волновода

$$z_{\text{opt}} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{2a + \lambda}{2a - \lambda}}. \quad (17)$$

График для определения оптимальной электрической длины секции по значению  $\alpha$  представлен на рис. 2.

Найдем максимальное отклонение средней величины коэффициента эллиптичности от единицы за счет ошибок в разности фаз компонент для оптимальной секции, например, в виде отрезка прямоугольного волновода. Пусть  $\alpha = 1,8$ ; тогда при длине волны 3,2 см,  $a = 28,8$  мм,  $\beta_{\text{opt}} = 1,18$  ( $b_{\text{opt}} = 18,9$  мм),  $z_{\text{opt}} = 0,84$  ( $z_{\text{opt}} = 26,9$  мм). Допуски для стандартного прямоугольного волновода, размеры поперечного сечения которого близки к размерам рассматриваемой фазирующей секции, равны [4]:  $\Delta a_{\text{пред}} = 0,08$  мм,  $\Delta b_{\text{пред}} = 0,08$  мм. Допуск на выполнение длины секции примем  $\Delta z_{\text{пред}} = 0,5$  мм. Относительные ошибки в длине волны за счет нестабильности генератора, например, типа 51Н [5]  $\frac{\Delta \lambda_{\text{пред}}}{\lambda} = 0,0001$ . При этих предположениях находим, что отклонение средней величины коэффициента эллиптичности от единицы равно 0,04%. Общее отклонение коэффициента эллиптичности от теоретического, согласно (11), равно 0,94%.

Таким образом, коэффициент эллиптичности поля согласованной фазирующей секции, достижимый при современном производстве, отличается от единицы на десятые доли процента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. С. Шифрин. «Радиотехника и электроника», т. 8, № 3, 1963.
2. Брейсуэлл. Зарубежная радиоэлектроника, 1962, № 3.
3. Ю. В. Шубарин, Н. Н. Горобец. «Радиотехника и электроника», т. XI, № 1, 1966.
4. А. Л. Фельдштейн, Л. Р. Явич, В. П. Смирнов. Справочник по элементам волноводной техники. Госэнергоиздат, М.—Л., 1963.
5. Ю. В. Шубарин, А. Ф. Зоркин. Антенные измерения на сверхвысоких частотах. Изд-во ХГУ, Харьков, 1962.