

## О РАССЕЯНИИ ВОЛН В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМОЙ

И. П. Якименко, С. В. Троицкий

Харьков

1. Электромагнитная волна, распространяясь в плазменной среде между двумя параллельными идеально проводящими плоскостями, рассеивается на флуктуациях плотности электронного заряда. Дифференциальное сечение рассеяния для такой геометрии можно установить методом, тесно примыкающим к теории некогерентного рассеяния в безграничной плазме [1, 2], если воспользоваться концепцией Бриллюэна. Рассеянные волны с частотой  $\omega$  возникают в результате взаимодействия падающей волны с частотой  $\omega_0$  и электромагнитных флуктуаций в плазме. Электрическое поле падающих и рассеянных волн удовлетворяет дифференциальным уравнениям, полученным на основе приближения одножидкостной гидродинамики (для плазмы), которое достаточно корректно на сверхвысоких частотах. Если под падающей понимать волну  $H_1$  в плоском волноводе с поперечным размером  $a$  вдоль оси  $Ox$ , то

$$E_{x0} = E_{z0} = 0; \quad E_{y0} = \frac{i\omega_0 a}{c\pi} \sin \frac{\pi x}{a} e^{ik_{z0}z} E_0 \quad (1)$$

и поток энергии падающей волны, отнесенный к  $1 \text{ см}^2$ ,

$$P_0 = \frac{\omega_0 k_{z0} a^2}{16\pi^3} |E_0|^2, \quad (2)$$

где

$$k_{z0} = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{c^2} \varepsilon(\omega_0) - \frac{\pi^2}{a^2}}. \quad (3)$$

Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon(\omega)$  вычисляется в гидродинамическом приближении; для изотропной плазмы

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{4\pi e^2 n_0}{m\omega^2} \quad (4)$$

( $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона;  $n_0$  — равновесная плотность плазмы).

Фурье-компонента рассеянного поля удовлетворяет неоднородному волновому уравнению

$$\Delta \vec{E}_\omega + \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_\omega = - \frac{4\pi i \omega}{c^2} \left( \vec{I}_\omega + \frac{c^2}{\omega^2 \varepsilon(\omega)} \text{grad div } \vec{I}_\omega \right). \quad (5)$$

Здесь  $\vec{I}_\omega$  — рассеивающий ток, который выражается через падающее поле и Фурье-компоненту флуктуаций плотности электронного заряда  $\delta n_{\Delta\omega}(\vec{r})$  ( $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ ) следующим образом [1—4]:

$$\vec{I}_\omega(\vec{r}) = \frac{ie^2}{m\omega_0} \vec{E}_{\omega_0}(\vec{r}) \delta n_{\Delta\omega}(\vec{r}), \quad (6)$$

т. е. при падении  $H_1$ -волны отлична от нуля единственная составляющая

$$I_{y\omega}(\vec{r}) = -\frac{car_e}{\pi} \sin \frac{\pi x}{a} \delta n_{\Delta\omega}(\vec{r}) e^{ik_z z}, \quad (7)$$

где  $r_e = \frac{e^2}{mc^2}$  — классический радиус электрона.

2. Для решения (5) заметим, что в соответствии с концепцией Бриллюэна поле в волноводе эквивалентно полю в безграничной плазме, возбуждаемой периодически (вдоль  $OX$ ) расположенными источниками. Граничные условия на стенках ( $x = 0, a$ ) будут выполнены автоматически, если потребовать

$$I_{y\omega}(+x) = -I_{y\omega}(-x). \quad (8)$$

(8) приводит к одному критерию, с помощью которого  $\delta n_{\Delta\omega}(\vec{r})$ , заданное только на интервале  $(0, a)$ , можно продолжить на интервал  $(0, -a)$ , а именно, должно быть

$$\delta n_{\Delta\omega}(+x) = \delta n_{\Delta\omega}(-x). \quad (9)$$

Учитывая периодичность по  $x$  с периодом  $2a$  сконструированных в соответствии с (8) и (9) токов и флуктуаций плотности, а также однородность системы по  $y$  и  $z$ , введем следующие представления Фурье:

$$I_{y\omega}(\vec{r}) = \frac{1}{2i} \iint_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_{y\omega \vec{k}_m} e^{i\vec{k}_m \vec{r}} dk_y dk_z; \quad (10)$$

$$\delta n_{\Delta\omega}(\vec{r}) = \frac{1}{2} \iint_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta n_{\Delta\omega \vec{k}_m} e^{i\vec{k}_m \vec{r}} dk_y dk_z, \quad (11)$$

где

$$\vec{k}_m = i\vec{k}_x + i\vec{k}_y + \vec{k}k_z, \quad k_x = \frac{m\pi}{a}. \quad (12)$$

Путем обратного преобразования определяем Фурье-компоненты

$$I_{y\omega \vec{k}_m} = \frac{1}{(2\pi)^2 a} \int_{-a}^{+a} \iint_{-\infty}^{\infty} I_{y\omega}(\vec{r}) \sin \frac{m\pi}{a} x e^{-i(k_y y + k_z z)} d\vec{r}; \quad (13)$$

$$\delta n_{\Delta\omega \vec{k}_m} = \frac{1}{(2\pi)^2 a} \int_{-a}^{+a} \iint_{-\infty}^{\infty} \delta n_{\Delta\omega}(\vec{r}) \cos \frac{m\pi}{a} x e^{-i(k_y y + k_z z)} d\vec{r}. \quad (14)$$

Из (7), (13) и (14) вытекает следующая связь между Фурье-компонентами тока и флуктуаций плотности заряда:

$$I_{y\omega \vec{k}_m} = \frac{car_e}{2\pi} (\delta n_{\Delta\omega q_{m+1}} - \delta n_{\Delta\omega q_{m-1}} E_0), \quad (15)$$

где

$$\vec{q}_0 = \vec{i} \left( \frac{t\pi}{a} \right) + \vec{j}k_y + \vec{k}\Delta k_z, \quad \Delta k_z = k_z - k_{z0}. \quad (16)$$

Рассеянное поле также можно представить в виде ряда по плоским волнам с дискретным поперечным волновым числом  $k_x$

$$\vec{E}_\omega(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{i\vec{k}m\vec{r}} E_{\omega \vec{k}m} d k_y d k_z. \quad (17)$$

Тогда из исходного дифференциального уравнения (5) легко находим связь между Фурье-компонентами поля и тока

$$E_{\omega \vec{k}m} = \frac{2\pi\omega}{c^2} \frac{\left\{ I_{i\omega \vec{k}m} - \frac{c^2}{\omega^2 \varepsilon(\omega)} k_i (k_j I_{j\omega \vec{k}m}) \right\}}{k_z^2 + k_y^2 + \frac{m^2\pi^2}{a^2} - \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2}}. \quad (18)$$

Формулы (17) и (18) полностью определяют рассеянное электрическое поле в плоском волноводе с плазмой. Если  $I_x = I_z = 0$ , а

$$I_{y \vec{k}m} = -I_{y \vec{k}-m}, \quad (19)$$

то можно сразу убедиться, что это поле удовлетворяет граничным условиям на плоскостях  $x = 0, a$ .

3. Усреднить приращение энергии рассеянных волн в единицу времени

$$I = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{I}^*(\vec{r}, t) d\vec{r} \quad (20)$$

можно с помощью функции корреляции для Фурье-компонент  $\delta n_{\omega \vec{k}m}$ .

В связи с выбором этой функции необходимо сделать два замечания. Во-первых, корреляционная функция должна вычисляться с учетом пространственной дисперсии, поскольку, например, доплеровское уширение основной линии определяется тепловым движением заряженных частиц. Во-вторых, наиболее последовательно было бы определить функцию корреляции с учетом ограниченности плазмы. Поскольку, однако, последняя задача еще не решена, следует воспользоваться тем, что радиус корреляции обычно весьма мал (порядка дебаевского радиуса [1]). Таким образом, предположив, что флуктуации коррелированы лишь в пределах расстояний малых по сравнению с  $a$ , мы при усреднении воспользуемся пространственно-временной корреляционной функцией для безграничной плазмы [1, 2]

$$\langle \delta n^2 \rangle_{R\Delta\omega} = \int \langle \delta n^2 \rangle_{k\Delta\omega} e^{i\vec{k}\vec{R}} d\vec{k}, \quad (21)$$

где  $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$ , а  $\langle \delta n^2 \rangle_{k\Delta\omega}$  — Фурье-компонента корреляционной функции, вычисленная для различных плазм в [1, 2]. При этих условиях из (14) получим

$$\langle \delta n_{\Delta\omega \vec{q}_m} \delta n_{\Delta\omega' \vec{q}'_m} \rangle = \frac{4\pi}{a} (1 + \delta_{m0}) \delta_{mm'} \delta(\omega - \omega') \delta(k_y - k'_y) \delta(k_z - k'_z) \langle \delta n^2 \rangle_{\Delta\omega \vec{q}_m}. \quad (22)$$

Подставляя в (20) вектор электрического поля (17) и рассеивающий ток (10) с учетом (15) и (17) и интегрируя по объему, преобразуем (20) с помощью (22) к сумме величин  $\bar{I}_m$  ( $m = 1, 2, \dots$ ), имеющих смысл энергии на  $m$ -типе колебаний.

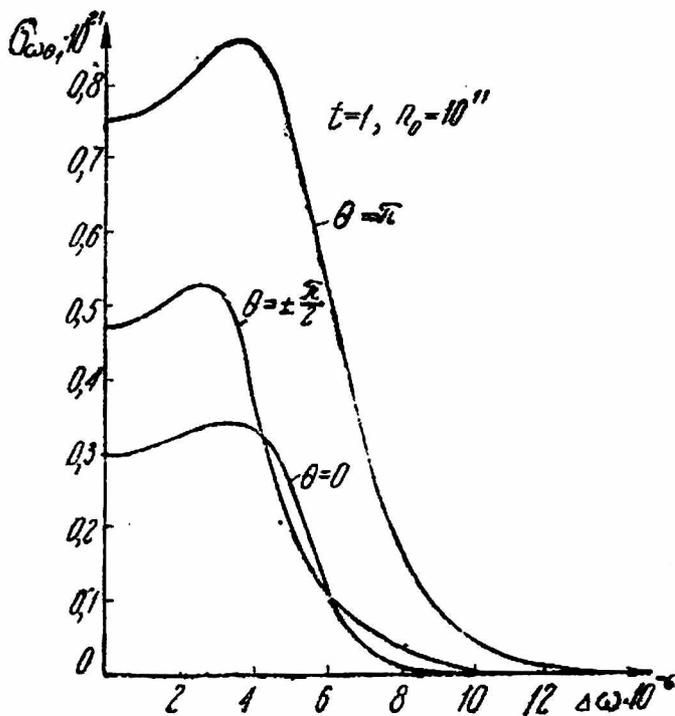


Рис. 1.

$$I_m = ar^2 V |E_{0z}|^2 \text{Im} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega dk_y dk_z \times \\ \times \frac{m \left(1 - \frac{k_y^2 c^2}{\omega^2 \varepsilon}\right)}{k_z^2 + k_y^2 + \frac{m^2 \pi^2}{a^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon} \{ \langle \delta n^2 \rangle_{q_{m+1} \Delta \omega} + \langle \delta n^2 \rangle_{q_{m-1} \Delta \omega} (1 + \delta_{m1}) \}. \quad (23)$$

Переходя к полярным координатам ( $k_z = k \cos \theta$ ,  $k_y = k \sin \theta$ ) и вводя формальную замену

$$\left( k_z^2 + \frac{m^2 \pi^2}{a^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \right)^{-1} \rightarrow i \pi \delta \left( k_{||}^2 - \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{m^2 \pi^2}{a^2} \right), \quad (24)$$

приведем (23) к виду

$$\bar{I}_m = \frac{\pi ar^2 |E_{0z}|^2 V}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^\pi d\theta \omega \left[ 1 - \frac{c^2 k_{||}^2 \sin^2 \theta}{\omega^2 \varepsilon(\omega)} \right] \times \\ \times \{ \langle \delta n^2 \rangle_{q_{m-1} \Delta \omega} (1 + \delta_{m1}) + \langle \delta n^2 \rangle_{q_{m+1} \Delta \omega} \}, \quad (25)$$

где

$$k = \left[ \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2 \pi^2}{a^2} \right]^{1/2}. \quad (26)$$

Разделив (25) на поток энергии падающей волны (2) и объем рассеивающего участка  $V$ , получим дифференциальное сечение рассеяния

$$\sigma_{\omega\theta m} = \frac{8\pi^4 r_e^2 c^2}{a\omega_0 \omega k_{z0} \epsilon(\omega)} \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) \cos^2 \theta + \frac{m^2 \pi^2}{a^2} \sin^2 \theta \right] \left\{ \langle \delta n^2 \rangle_{q_{m-1} \Delta \omega} (1 + \delta_{m1}) + \langle \delta n^2 \rangle_{q_{m+1} \Delta \omega} \right\}. \quad (27)$$

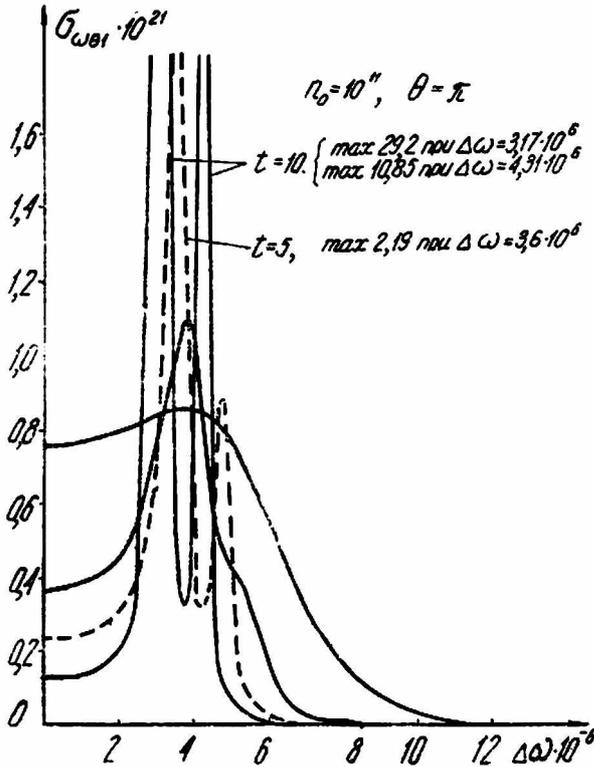


Рис. 2.

Наконец, подставляя сюда функцию корреляции для неизотермической электронно-ионной плазмы [1] с температурами электронов  $T_e$  и ионов  $T_i$ , придем к окончательному результату

$$\sigma_{\omega\theta m} = \frac{V \pi n_e c^2 r_e^2}{k_{z0} a \omega_0 \omega \epsilon(\omega)} \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\omega) \cos^2 \theta + \frac{m^2 \pi^2}{a^2} \sin^2 \theta \right] \frac{\Phi_{m-1} (1 + \delta_{m1}) + \Phi_{m+1}}{\Delta \omega}, \quad (28)$$

где

$$\Phi_s = z_s \frac{e^{-z_s^2} \{ [q_s^2 D^2 + |1 - \varphi(\mu z_s)|]^2 + \pi^2 \mu^2 z_s^2 e^{-2\mu^2 z_s^2} \}}{\{ q_s^2 D^2 + |1 - \varphi(z_s)| + |1 - \varphi(\mu z_s)| \}^2} + \frac{\mu e^{-\mu^2 z_s^2} \{ [1 - \varphi(z_s)]^2 + \pi z_s^2 e^{-2z_s^2} \}}{\pi z_s^2 (e^{-z_s^2} + \mu e^{-\mu^2 z_s^2})}; \quad (29)$$

$$z_s = \frac{\Delta\omega}{q_s} \sqrt{\frac{m}{2T_e}}, \quad t = \frac{T_e}{T_i}, \quad \mu = \sqrt{\frac{M}{m}} t, \quad D = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi e^2 n_0}}.$$

4. Спектральное и угловое распределение рассеянного излучения определяется соотношением (28). Его основные черты иллюстрируются (рис. 1—3) на примере водородной плазмы ( $\mu = 42.9$  при  $t = 1$ ,  $T_e = 0,86$  эВ,  $a = 2,3$  см,  $\lambda_0 = 3$  см). На рис. 1 изображено сечение рассеяния для процесса  $H_1 \rightarrow H_1$  в изотермической плазме при различных углах рассеяния; на рис. 2 показано влияние неізотермичности плазмы, а на, рис. 3 — угловое распределение рассеянного излучения ( $\Delta\omega = 3,5 \cdot 10^6$ ,  $n_0 = 10^{11}$ ,  $t = 1$ ).

Как видно, некогерентное рассеяние в плазме, ограниченной параллельными проводящими плоскостями, имеет специфические черты, отличающие его от рассеяния в безграничной среде [1, 2] или в прямоугольном волноводе с плазмой [4,5]. Здесь «квантованной» оказывается только одна составляющая волнового вектора ( $k_x$ ), что соответствует взаимному преобразованию различных типов волн при рассеянии на флуктуациях.

Отметим что волны ТЕМ при падении  $H_1$ -волны не возникают (это сразу вытекает из равенства нулю Фурье-компоненты тока при  $m = 0$ ), а при  $m \neq 0$  сечение (28) включает рассеянные и  $E$ -, и  $H$ -волны (в связи с вырождением типа  $E-H$ ). Составляющие  $k_z$  и  $k_y$  изменяются непрерывно и определяют диаграмму направленности рассеянного излучения в плоскости  $zy$ . При этом абсолютная величина волнового числа изменяется в соответствии с законом дисперсии в плоском волноводе (26).

Как и в свободном пространстве и прямоугольном волноводе, ширина основной полосы ( $\Delta\omega \ll \omega_0$ ) определяется тепловой скоростью ионов, хотя рассеяние происходит на электронах. Однако в неізотермической плазме возможно появление не одного, а нескольких спутников, связанных с рассеянием на неізотермическом звуке. Это является существенно волноводным эффектом и связано с наличием двух членов ( $\Phi_{m-1}$  и  $\Phi_{m+1}$ ) в сечении рассеяния (28).

Необходимо заметить, что во всех случаях имеет место еще один (не показанный на рисунках) резонанс, относящийся к рассеянию на ленгмюровских колебаниях, вклад которого в интегральное сечение относительно невелик [1,2] в условиях, когда дебаевский радиус мал по сравнению с длиной волны.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Ситенко. Электромагнитные флуктуации в плазме. Изд-во ХГУ, Харьков, 1965.
2. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов. Коллективные колебания в плазме. Атомиздат, М., 1964.
3. И. П. Якименко. «Радиофизика». 10, № 6, 1967.
4. И. П. Якименко. ЖТФ, 38.
5. И. П. Якименко и С. В. Троицкий. «Радиофизика». 11.

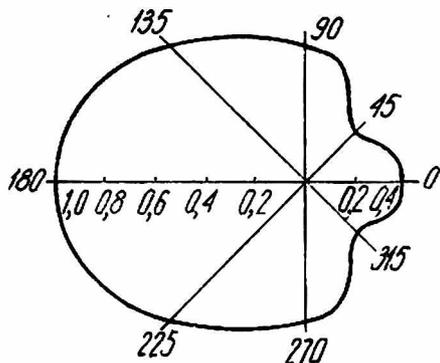


Рис. 3.