СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ ПЛОСКИХ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Н. Г. Савенко

Харьков

1. В настоящее время имеется значительное количество работ, посвященных теоретическому и экспериментальному исследованию ленточных открытых резонаторов [1]. Однако изучение ряда характеристик связанных открытых резонаторов, широко использующихся, например, в оптических генераторах, остается пока еще мало исследованным. Причем, если в оптическом диапазоне, где длина волны пренебрежимо мала по сравнению с характерным размером системы, получены некоторые результаты [2], то в более длинноволновой области, когда длина волны всего на порядок меньше размеров резонатора, анализ свойств таких структур отсутствует. Настоящая работа является, по сути, первой попыткой исследования собственных режимов связанных открытых систем.

Исследование, проведенное в работе, основано на получении строгого решения задачи о собственных колебаниях в бесконечной периодической последовательности ленточных открытых резонаторов. Найдены комлексные частоты собственных колебаний такой периодической системы резонаторов.

2. Рассмотрим задачу о собственных колебаниях в двойной равнопериодной равнощелевой решетке, которая представляет собой бесконечную последовательность ленточных открытых резонаторов. Период решетки l, ширина лент — d, расстояние между ними — a, соотношения между l, d, a и длиной волны λ могут быть любыми.

Установившиеся колебания в такой бесконечной периодической системе представляет собой во времени процесс перекачки электромагнитной энергии между областями, являющимися внутренней частью открытых резонаторов и областями, составляющими внешнее пространство. Этот процесс носит дифракционный характер, т. е. просачивание энергии из области, занятой открытыми резонаторами, во внешнее пространство происходит с учетом существенного влияния краев лент резонаторов. При некоторых частотах и геометрических размерах резонаторов наступает явление, когда почти все поле сосредотачивается внутри резонаторов, и наоборот, можно подобрать такие условия, когда оно может практически полностью покинуть внутреннюю область резонаторов.

Таким образом, на основании строго поставленной и решенной задачи для бесконечной последовательности открытых резонаторов можно определить все основные характеристики такой системы для любых параметров структуры.

Выберем систему координат так, чтобы решетки находились в плоскости $z = 0$ и $z = -a$, плоскость $y = 0$ перпендикулярна к решеткам, а ось ox параллельна образующим лент. Решетки считаются бесконечными в направлении ox и oy.

Сверху ($z > 0$) нормально к этой решетке падает плоская электромагнитная волна

$$E^{(\text{пад})} = E_0 e^{-ikz}; \quad H^{(\text{пад})} = H_0 e^{-ikz}.$$

Здесь и далее предполагается, что поле зависит от времени, как $e^{-i\omega t}$.

Не нарушая общности, рассмотрим случай E-поляризованной волны (вектор электрической напряженности параллелен лентам)

$$E_x^{(\text{пад})} = e^{-ikz}; \quad E_y^{(\text{пад})} = E_z^{(\text{пад})} = 0.$$

В силу симметрии системы искомое электромагнитное поле аналогично падающему имеет отличную от нуля x-составляющую, постоянную вдоль оси ox и периодическую (с периодом l) вдоль оси oy. Поэтому искомое поле можно представить в виде ряда Фурье

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(z)\, e^{2\pi i n \frac{y}{l}},$$

для соответствующих областей оно имеет следующий вид:

$$E_x = e^{-ikz} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{ih_n z} e^{2\pi i n \frac{y}{l}}, \quad (z > 0);$$

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_n e^{-ih_n z} + C_n e^{ih_n (z+a)}]\, e^{2\pi i n \frac{y}{l}}, \quad (0 > z > -a);$$

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{-ih_n (z+a)}\, e^{2\pi i n \frac{y}{l}}, \quad (z < -a),$$

где $h_n = \sqrt{k^2 - \left(2\pi \frac{n}{l}\right)^2}$; $k = h_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$. Под h_n будем понимать то значение корня, при котором мнимая часть h_n положительна; если $\operatorname{Im} h_n = 0$, то $\operatorname{Re} h_n > 0$.

Используя обычный метод сшивания касательных составляющих полей E и H, можно получить связь между гармониками на частях периода. Из таких функциональных соотношений в работе [3] методом, развитым в [4], получены две (для 0 и π вида колебаний) бесконечные неоднородные системы линейных алгебраических уравнений для отыскания амплитуд волн дифракционного спектра. В нашем случае системы получаются однородными, одна из них, например, для 0 вида записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^{\infty} X_n \varepsilon_n (V_\sigma^n + V_\sigma^{-n}) + 2cR_\sigma + \alpha_0 (i\varkappa V_\sigma^0 G_0 + 1) = 0;\\
&\sum_{n=1}^{\infty} X_n \varepsilon_n (V_0^n + V_0^{-n}) + 2cR_0 + \alpha_0 i\varkappa V_0^0 G_0 = 0;\\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (1)\\
&\sum_{n=1}^{\infty} X_n \varepsilon_n (V_m^n + V_m^{-n}) - \delta_m^n + 2cR_m + \alpha_0 i\varkappa V_m^0 G_0 = 0.
\end{aligned}$$

Входящие в (1) величины определены в [3].

Равенство нулю определителя системы (1) дает уравнение для отыскания частот собственных колебаний. Так как на основании [5] системы (1) можно решать методом редукции, то вычисляется определитель конечной системы, обеспечивающей необходимую точность.

При определенных характеристиках решетки $\left(\frac{d}{l} \text{ и } \frac{a}{l}\right)$ существует дискретный набор значений комплексного параметра $\varkappa$, каждому значению которого соответствует определенный тип резонансного колебания и соответствующая величина добротности системы. Нас будут интересовать резонансные значения $\varkappa$ с отрицательной мнимой частью ($\varkappa'' < 0$), так как это значение имеет физический смысл, соответствующий так называемому «резонансу с затуханием» [6]. Исследуются характеристики системы, когда связь между резонаторами не очень сильная и из внутренней области резонаторов происходит излучение во внешнее пространство.

3. Нахождение резонансных значений, соответствующих собственным колебаниям системы ленточных открытых резонаторов, сводится на основании вышесказанного к решению трансцендентных уравнений

$$D(\varkappa) = 0 \tag{2}$$

относительно $\varkappa_{\text{рез}}$ ($D(\varkappa)$ — определитель системы (1)), т. е. к отысканию корней определителя (2) при фиксированных значениях параметров решетки.

Нас интересует вполне определенный диапазон значений $\varkappa$ ($10 \div 20$). Следовательно, порядок такого определителя достаточно высок ($15 \div 25$) и нахождение $\varkappa_{\text{рез}}$ возможно только численно.

При решении таких уравнений, например, итерационными методами, задаться приближением, обеспечивающим быструю сходимость, сравнительно легко для системы ленточных резонаторов с малыми потерями $\left(\frac{l-d}{l} \sim 0{,}01\right)$.

Постепенно меняя $\frac{l-d}{l}$, можно получить зависимость $\varkappa_{\text{рез}}$ от параметра $\frac{l-d}{l}$. При этом появляется возможность проследить непрерывную картину изменения добротности

$$Q = -\frac{1}{2}\frac{\operatorname{Re}\varkappa_{\text{рез}}}{\operatorname{Im}\varkappa_{\text{рез}}}$$

от относительной ширины щели, т. е. величины связи между резонаторами, что может представлять самостоятельный интерес.

Так как резонансные свойства бесконечной системы открытых резонаторов тем ближе к одиночному, чем больше щели, то больший интерес будут представлять условия с $\frac{l-d}{l} > 0{,}5$. Для таких условий с точки зрения быстрой сходимости целесообразной оказалась следующая последовательность известных методов:

1) метод статистических испытаний;
2) градиентный метод;
3) метод Ньютона.

По описанной методике был вычислен ряд значений $\varkappa_{\text{рез}}$ для различных геометрических параметров периодической последовательности леншетка представляет собой систему связанных резонаторов. Именно наличием связи между резонаторами (а величина связи наряду с электрической длиной резонатора оказывает влияние на частоту и затухание), фаза которой периодически меняется при изменении расстояния $l-d$ между резонаторами (величина $l-d$ меняется, так как рассматривается зависимость от $\frac{l-d}{l}$ при практически постоянном l), объясняется промодулированный характер функций $\varkappa''_{рез}\left(\frac{l-d}{l}\right)$ и $\varkappa'_{рез}\left(\frac{l-d}{l}\right)$.

Уместно заметить, что фаза связи резонаторов при меньших значениях $\varkappa'_{рез}$ (ср. $\varkappa\sim 12$ и $\varkappa\sim 16$) изменяется с ростом щелей более медленно, поэтому число экстремумов в зависимостях $\varkappa''_{рез}$ на одном и том же интервале изменения $\frac{l-d}{l}$ различно для различных диапазонов $\varkappa'_{рез}$ (при меньших $\varkappa'_{рез}$ это число меньше).

Такая тенденция зависимостей $\varkappa'_{рез}$ и $\varkappa''_{рез}$ от $\frac{l-d}{l}$ наблюдается, как видно из рис. 1 и 2, до значений $\frac{l-d}{l}$ порядка $0{,}4\div 0{,}5$. При дальнейшем увеличении щелей связь между резонаторами уменьшается, это означает уменьшение интенсивности «обменного» поля в пространстве между щелями. Резонансное поле все более концентрируется в пространстве между лентами, следовательно, излучение (а значит и потери) уменьшаются. Именно это обстоятельство приводит к тому, что при увеличении $\left(\frac{l-d}{l}\right)$ при $\left.\frac{l-d}{l}>0{,}5\right)$ величина $-\varkappa''_{рез}$ начинает уменьшаться (опять таки немонотонно), следовательно, растет добротность системы.

При еще большем увеличении щелей (с постоянным l) $-\varkappa''_{рез}$ должно опять расти, как, впрочем, и у одиночного резонатора, так как уменьшается его электрическая длина и запасенная внутри резонатора энергия.

Заметим еще (рис. 1), что экстремумы на кривых зависимости — $\operatorname{Im}\varkappa_{рез}$ от $\frac{l-d}{l}$ совпадают с точками перегиба кривых для $\operatorname{Re}\varkappa_{рез}\left(\frac{l-d}{l}\right)$.

В заключение выношу глубокую благодарность В. П. Шестопалову и Л. Н. Литвиненко за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вайнштейн. Открытые волноводы и резонаторы. Физматгиз, 1967.
2. А. Т. Фиалковский. ЖТФ, 36, 6, 1966.
3. О. А. Третьяков, В. П. Шестопалов. ЖТФ, 32, 4, 232, 1963.
4. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопалов. ЖТФ. 32, 4, 381, 1962.
5. Е. Н. Подольский. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1966.
6. В. Г. Сологуб, В. П. Шестопалов. ЖТФ, 37, 11, 1967.