

ПОПЕРЕЧНЫЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ РЕШЕТКИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

В. В. Щербак

Харьков

На рис. 1 изображены многощелевые диафрагмы, представляющие собой многоэлементные периодические ленточные решетки, расположенные поперек волновода. В волноводе находится целое число T полупериодов решеток. Предполагается, что решетки симметричны, т. е. соседние полупериоды одинаковы с точностью до зеркального отражения. Количество лент и щелей на периоде решетки l_1 произвольно. Суммарное количество лент и щелей диафрагмы $l = 1$ равно $\frac{1}{2} l_1 T + 1$.

В силу симметрии структуры, поля дифракции $(EH)_{\rho}$ -волны с точностью до множителя $\left(e^{\frac{i\pi\rho x}{a}} \pm e^{\frac{-i\pi\rho x}{a}} \right)$ должны быть периодичны по x с периодом $\frac{2a}{T}$ системы, т. е. они представляются суммой $(EH)_{(n \pm s)T}$ -волн (s — дробная часть $\frac{\rho}{T}$, целую часть этого отношения обозначим ρ'). При $T' > 2$ достигается разрежение спектра дифрагированного поля. Такие препятствия представляют особый интерес для исследования, так как они в значительно большем диапазоне частот по сравнению с обычными диафрагмами являются чисто реактивными волноводными нагрузками.

Остановимся подробнее на случае дифракции E_{ρ}^y -волны. Предполагаем, что $\frac{\rho}{T}$ — несократимая дробь. Если ρ и T имеют наибольшее общее кратное $N > 1$, то исходная задача сводится к более простому случаю: дифракция волны порядка $\frac{\rho}{N}$ в волноводе ширины $\frac{a}{N}$ на препятствии с $\frac{T}{N}$ полупериодами. Отличие решения рассматриваемой задачи от решения [1] будет заключаться в том, что при учете разреженности спектра можно несколько иначе преобразовывать уравнения на щели и металле (полученные из удовлетворения точным граничным условиям) для постановки краевой задачи. При этом получим задачу Римана—Гильберта [2], заданную на контуре L в комплексной плоскости, состоящем из дуг единичной окружности, распределение которых по каждой из полуокружностей соответствует распределению щелей диафрагмы по

одному полупериоду, а не по всему поперечному сечению волновода. Не останавливаясь подробно на решении задачи, запишем окончательную систему алгебраических уравнений для $T > 2$

$$(m+s) B_{(s+m)T} = \left(\frac{p}{T} - \frac{i}{\lambda}\right) V_m^p + \sum_n B_{(s+n)T} \xi_{(s+n)T}^n + \sum_{n=1}^{t_1} c_n R_{m-n+1}; \quad (1)$$

$$\sum_m B_{(s+m)T} e^{im\tau k} = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, t_1).$$

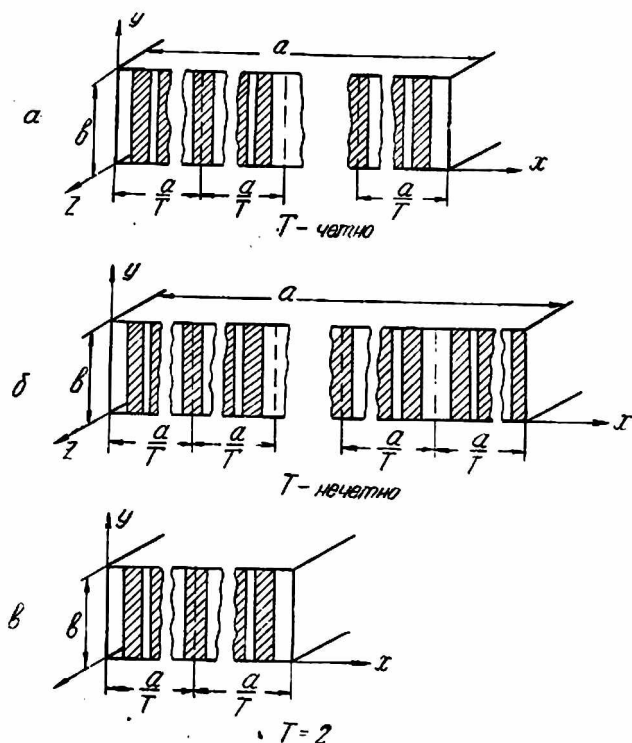


Рис. 1.

Здесь $\sum_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty}$; $B_{(s+n)T}$ и $-B_{(s-n)T}$ являются соответственно амплитудами $E_{(n+s)T, l}^y$ и $E_{(n-s)T, l}^y$ -волноводных волн (по составляющей поля E_y в области $z < 0$); c_n — неизвестные промежуточные константы; $\xi_{(s+n)T}^n = |n+s| + i \sqrt{\left(\frac{2a}{\lambda T}\right)^2 - \left(\frac{a}{bT}\right)^2 - (s+n)^2}$; λ — длина волны в свободном пространстве. Амплитуды A_{s+n} отраженных от диафрагмы волн равны $B_{(s+n)T} - \delta_{p, -n}$. Величины V_m^p , R_m , φ_k , зависящие от распределения диафрагм, определяются точно так же, как и в [1], за исключением того, что здесь иначе определен контур L . Эти величины зависят только от t_1 аргументов, вместо $t \gg t_1$, как в [1]; а формулы для их вычисления значительно проще.

Для препятствия (рис. 1 в) ($T = 2; s = \frac{1}{2}$) получаем отличающееся по форме от (1) решение

$$\begin{cases} (m+s) B_{1-2m} = \left(\frac{p}{2} - \xi_p\right) (V_m^{p'} - V_m^{-p'-1}) + \\ + \sum_{n=0}^{\infty} B_{1+2n} \xi_{1+2n} (V_m^n - V_m^{-n-1}) + \sum_{n=1}^{t_1} C_n R_{m-n+1}; \\ \sum_m B_{1+2m} e^{i m \tau k} = 0, \quad (k = 1, 2, \dots, t_1). \end{cases} \quad (2)$$

При численном расчете, согласно уравнениям (1) и (2), обнаруживается, что при любых $\frac{a}{l}$ отношения взаимных коэффициентов преобразования на диафрагме двух любых волноводных волн равны отношениям их продольных постоянных распространения $\gamma_{nl} = \sqrt{\left(\frac{2a}{l}\right)^2 - \left(\frac{a}{b} l\right)^2 - n^2}$, т. е.

$$B_{n,l}^{(p)} \gamma_{nl} = B_{pl}^{(n)} \gamma_{pl}, \quad (3)$$

где $B_{n,l}^{(p)}$ — коэффициент преобразования волны $E_{n,l}^{(p)}$ в волну $E_{n,l}^{(n)}$. Равенство (3) справедливо для любых волноводных диаграмм и вытекает из теоремы взаимности [3].

Выполняется также закон сохранения энергии, т. е. при единичной амплитуде дифрагирующей $E_{pl}^{(p)}$ -волны

$$\operatorname{Re} \gamma_{pl} + 2 \operatorname{Im} A_p \operatorname{Im} \gamma_{pl} = \sum_{n=0}^{\infty} (|A_n|^2 + |B_n|^2) \operatorname{Re} \gamma_{nl}. \quad (4)$$

В случае H^y -поляризованной дифрагирующей волны уравнения для амплитуд $a_{(s;n)}$ и H_y -составляющей отраженного поля получим, заменяя в (1) величины V_m^n, R_m, ξ_k на аналогичные коэффициенты $\bar{V}_m^n, \bar{R}_m, \bar{\xi}_k$ для дополнительного препятствия. В (2) при этом $(V_m^n - V_m^{-n-1})$ заменяется на $(\bar{V}_m^n + \bar{V}_m^{-n-1})$.

Легко заметить, что при $T > 2$ амплитуды B_n прошедших E^y -волн равны амплитудам \bar{a}_n H^y -волн, отраженных от препятствия, дополнительного к данному. Аналогичное равенство имеет место для периодических решеток в свободном пространстве; вытекает оно из принципа двойственности. В [1] подчеркивается, что для волноводных диафрагм (из-за боковых стенок волновода) принцип двойственности в формулировке Фельда не выполняется. Не составляет исключения и рассматриваемый здесь случай. Действительно, так как собственные функции E_{nm}^y и H_{nm}^y -волноводных волн $\left(\sin \frac{\pi n x}{a} \text{ и } \cos \frac{\pi n x}{a}\right)$ различны, то равенство амплитуд еще не означает равенства полей.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Шестопапов, В. В. Щербак. Радиотехника и электроника, т. II, 1966, № 4.
2. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопапов. ЖТФ. 32, 4, 1962.
3. М. Л. Левин. ДАН СССР, 60, 787, 1948.