ВОЗБУЖДЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ С ПОТЕРЯМИ

О. А. Третьяков, А. И. Цвык, Э. И. Черняков.

Харьков

В настоящей работе проводится решение задачи об излучении электромагнитных колебаний монохроматическим электронным потоком при его движении внутри бесконечного волновода, образованного ленточной дифракционной решеткой и металлической плоскостью (экраном). Получены выражения для излучаемой мощности с учетом конечной проводимости экрана.

Пусть электронный пучок с переменной плотностью заряда

$$\rho = \rho_0 \delta(z) \exp[i(ky - \omega t)] \tag{1}$$

движется с постоянной скоростью $\vec{v} = \vec{j}\beta c$ внутри волновода, образованного плоской дифракционной решеткой и металлическим экраном. Здесь ρ_0 — амплитуда и ω — частота модуляции; c — скорость света; $k = \frac{\omega}{v}$ $\delta(z)$ — дельта функция; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ — орты прямоугольной системы координат, выбранной таким образом, что ось oz проходит через середину лент. Решетка из металлических полос шириной d и периодом l расположена в плоскости $z = -a$; образующие полос параллельны оси ox. Металлический экран с проводимостью σ находится в плоскости $z = h - a = b$.

Решение задачи начнем с нахождения собственного поля электронного пучка в свободном пространстве, затем рассмотрим дифракцию этого поля на решетке. В этом случае электромагнитное поле внутри и вне волновода запишем следующим образом:

$$\vec{H}_1 = \vec{i}\{\beta F \operatorname{sign} z \exp(-q|z| + iky) + \sum_n (A_n \exp[iq_n(z+a)] + $$
$$+ B_n \exp[-iq_n(z - h + a)]) \exp(ik_n y)\} \tag{2}$$

$$\vec{E}_1 = (-i\theta\vec{j} + \operatorname{sign} z\vec{k}) F \exp(-q|z| + iky) + \sum_n \{(-\sqrt{1-\tau_n^2}\,\vec{j} + $$
$$+ \tau_n \vec{k}) A_n \exp[iq_n(z+a)] + (\sqrt{1-\tau_n^2}\,\vec{j} + \tau_n \vec{k}) B_n \exp[-iq_n(z - h + a)]\} \times$$
$$\times \exp(ik_n y); \tag{3}$$

$$\vec{H}_2 = \vec{i} \sum_n C_n \exp\{i[-q_n(z+a) + k_n y]\}; \tag{4}$$

$$\vec{E}_2 = \sum_n (\sqrt{1-\tau_n^2}\,\vec{j} + \tau_n \vec{k}) C_n \cdot \exp\{i[-q_n(z+a) + k_n y]\}. \tag{5}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$F = 2\pi\rho_0; \quad q_n = k\vartheta_n = k\beta\sqrt{1-\tau_n^2}; \quad q = -iq_0; \quad \tau_n = \frac{\eta+n}{\varkappa}; \quad \eta = \frac{\varkappa}{\beta}$$

$$\varkappa = \frac{l}{\lambda}; \quad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}; \quad k_n = k + \frac{2\pi n}{l}. \tag{6}$$

В формулах (2) — (5) искомое дифракционное поле представлено рядами, первые слагаемые в (2) и (3) являются собственным полем электронного пучка. Задача заключается в отыскании неизвестных Фурье — коэффициентов A_n, B_n, C_n.

Коэффициенты Фурье можно найти, подчиняя поле на одном из периодов решетки точным граничным условиям — тангенциальная составляющая E-поля обращается в нуль на ленте и все поле непрерывно на щели — и граничным условиям Леонтовича на металлическом экране

$$E_{1y} = -\xi H_{1x},$$

где $\xi = (1-i)\sqrt{\frac{\omega}{8\pi\sigma}}$; σ — проводимость материала экрана.

Подчинение поля граничным условиям позволяет отыскать связь между коэффициентами поля

$$A_n = B_n\frac{\vartheta_n + \xi\beta}{\vartheta_n - \xi\beta}e^{-iq_n h} - \delta_{0n}\beta F e^{qa},$$

$$B_n = \frac{(\vartheta_n - \xi\beta)\left[C_n - \delta_{0n}\beta F\left(e^{qa} - e^{-qa}\right)\right]}{\vartheta_n\left(e^{iq_n h} - e^{-iq_n h}\right) - \xi\beta\left(e^{iq_n h} + e^{-iq_n h}\right)} \tag{7}$$

и приводит к следующей системе функциональных уравнений:

$$\sum_n x_n e^{in\varphi} = 0; \quad \delta \leqslant |\varphi| \leqslant \pi; \tag{8}$$

$$\sum_n x_n\frac{|n|}{n}(1-\chi_n)e^{in\varphi} = -G; \quad |\varphi| < \delta; \tag{9}$$

$$\sum_n x_n\frac{(-1)^n}{\eta+n} = 0, \tag{10}$$

где δ_{0n} символ Кронекера; $\varphi = \frac{\pi y}{l}$; $\delta = \frac{\pi d}{l}$;

$$x_n = \tau_n\frac{\Delta_n}{\beta_0}e^{qa}C_n; \quad G = -2\pi\vartheta\left\{(1-e^{2qa}) + \frac{e^{2qa}}{\Delta_0}\right\};$$

$$\chi_n = 1 - \frac{|n|\sqrt{(\eta+n)^2-\varkappa^2}}{n(\eta+n)}\cdot\frac{1}{\Delta_n}; \tag{11}$$

$$\Delta_n = \frac{\vartheta_n + \xi\beta}{\vartheta_n\left(1-e^{2iq_n h}\right) + \xi\beta\left(1+e^{2iq_n h}\right)}.$$

Таким образом, задача об излучении электронного пучка сведена к краевой задаче Римана—Гильберта, решить которую можно методом, предложенным в работе (1). Используя результаты работ |2|, |3|, запишем решение (8) — (10) в виде системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных x_n

$$\sum_n x_n\frac{|n|}{n}\chi_n V_\sigma^n + 2CR_\sigma = GV_\sigma^0;$$

$$\sum_n x_n\left(\frac{|n|}{n}\chi_n V_m^n - \delta_{mn}\right) + 2cR_m = GV_m^0, \tag{12}$$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$; C — промежуточная константа.

Коэффициенты V_s^n, R_s, V_m^n, R_m приведены в работах [1], [2], [3].

Из (12) находим коэффициенты x_n, а затем по формулам (7) амплитуды пространственных гармоник A_n, B_n, C_n.

Полное электромагнитное поле, записанное в виде рядов (2) — (5), представляет собой суперпозицию распространяющихся и затухающих гармоник. Нас интересует излучение в свободное пространство. Как видно из (4), (5), пространственная гармоника с индексом n распространяется в области под решеткой без затухания, если длина волны излучения λ, период решетки l, скорость пучка β и угол направления излучения γ_n, отсчитываемый от направления движения пучка, связаны следующим соотношением:

$$l\frac{1-\beta}{-n\beta} < \lambda < l\frac{1+\beta}{-n\beta}, \qquad n = -1, -2, \ldots \tag{13}$$

Энергетической характеристикой излучения является среднее значение вектора Пойнтинга через единичную площадку плоскости $z = \text{const}$. Для области $z \leqslant -a$ эта величина

$$S_n = \frac{c}{8\pi}|C_n|^2, \tag{14}$$

а направление излучения определяется углом γ_n, отсчитываемым вниз от положительного направления оси oy

$$\gamma_n = \arccos \tau_n. \tag{15}$$

В том случае, когда условие излучения (14) выполняется только для одной пространственной гармоники, выражение для $x_{-\mu}$ можно записать в явном виде ($\mu = 1, 2, \ldots$)

$$x_{-\mu} = G\frac{\xi}{\eta}\frac{P_\xi(u)\,P_\mu - P_\xi(u)\,P_{\mu-l}(u)}{P_\xi(u) + P_{-\xi}(u) - \dfrac{P_\xi(u) + P_\xi(u)}{\xi}\cdot\dfrac{\sqrt{\xi^2 - x^2}}{\Delta_{-\mu}}}, \tag{16}$$

здесь $\eta = \mu + \zeta$; μ — целая часть; $|\zeta| < 1/2$.

Наибольший интерес представляет излучение минус первой пространственной гармоники. Для свободного пространства величину C_{-1} можно записать

$$C_{-1} = -\pi\rho_0\beta\sqrt{1-\beta^2}\,e^{-qa}\frac{u - 1 + \xi(1+u)\ln\dfrac{1+u}{2}}{1 + \xi(1-\chi_{-1})\ln\dfrac{1+u}{2}}\cdot\frac{(1-e^{2qa})\,\Delta_0 + e^{2qa}}{\Delta_0\Delta_{-1}}. \tag{17}$$

В том случае, когда излучение направлено строго по нормали к решетке, выражение (17) упрощается

$$C_{-1} = -\pi\rho_0\beta\sqrt{1-\beta^2}\,e^{-qa}\frac{u-1}{\Delta_{-1} + ix\ln\dfrac{1+u}{2}}\left(1 - e^{2qa} + \frac{e^{2qa}}{\Delta_0}\right). \tag{18}$$

Из (17) и (18) видно, что учет конечной проводимости экрана производится членами Δ_{-1} и Δ_0.

Если экран идеально проводящий, то (17) переходит при $\xi \to 0$ в выражение для амплитуды в случае экранированной решетки

$$C_{-1} = -\pi\rho_0\beta\sqrt{1-\beta^2}\,(1 - e^{-2qb})(1 - e^{2iq_{-1}h}) \times$$

$$\frac{u-1+\zeta(1+u)\ln\frac{1+u}{2}}{1+i\left(1-e^{2iq-\varkappa h}\right)\ln\frac{1+u}{2}\sqrt{x^2-\zeta^2}}. \tag{19}$$

Наличие потерь в экране изменяет резонансные расстояния между решеткой и зеркалом по сравнению со значениями недиссипативной системы и уменьшает амплитуды дифракционных гармоник.

В настоящей работе мы полагали, что дифракционная решетка идеально проводящая, а потери энергии излученных волн обусловлены конечной проводимостью экранирующего зеркала. Под величиной ζ можно подразумевать эквивалентное значение волнового сопротивления системы решетка — экран, где решетка также обладает омическими потерями.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопалов. ЖТФ 32, 4, 381, 1962.
2. О. А. Третьяков, С. С. Третьякова, В. П. Шестопалов. «Радиотехника и электроника», 10, 7, 1233, 1965.
3. О. А. Третьяков, Э. И. Черняков, В. П. Шестопалов. Изв. вузов, «Радиотехника», т. 9, 2, 1966.