

---

## О КОЛЕБАНИЯХ В ТУННЕЛЬНОМ ГЕНЕРАТОРЕ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕХ ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ НАГРУЗОЧНОЙ ПРЯМОЙ С ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ТУННЕЛЬНОГО ДИОДА

*В. В. Овчаренко*

Харьков

В генераторах гармонических колебаний на туннельных диодах (ТД) активное сопротивление контура обычно выбирается малым (омическое сопротивление катушки индуктивности), вследствие чего нагрузочная прямая пересекается с характеристикой ТД всегда в одной точке. Однако гармонические колебания, как будет показано ниже, могут возникать в схемах с ТД и при наличии трех точек пересечения<sup>1</sup>. Такие схемы (как правило, это схемы переключающего типа) не предназначены для генерации автоколебаний, и последние в них представляют собой особое вредное явление. Тем не менее учет условий возбуждения этих колебаний необходим при проектировании подобных схем.

Анализ указанных колебаний вызывает определенные трудности в связи с тем, что из-за большой величины сопротивления потерь в схеме они описываются существенно нелинейными дифференциальными уравнениями.

Ниже приведен качественный анализ схемы генератора на ТД (рис. 1) при условии  $R_0 > |R|$ , где  $R$  — отрицательное сопротивление ТД. Особенностью этой схемы является наличие релаксационных колебаний на ТД наряду с гармоническими колебаниями на резонансном контуре.

Схема генератора (рис. 1) — если не учитывать емкость ТД  $C_0$  — описывается следующим дифференциальным уравнением 2-го порядка:

$$\ddot{y} + \rho \frac{dl}{du} \dot{y} + y = 0, \quad (1)$$

где  $\frac{dl}{du}$  — дифференциальная проводимость нелинейного элемента, состоящего из последовательного соединения ТД и  $R_0$ . Точками, здесь и в дальнейшем, обозначается дифференцирование по безразмерному времени  $\tau = \sqrt{LC} t$ . Уравнение (1) нелинейно, но при малом волновом сопротивлении контура  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  оно близко к линейному и его решение в этом случае должно быть близко к синусоидальному. Если  $R_0 <$

---

<sup>1</sup> Три точки пересечения, как известно, получаются в том случае, когда полное положительное сопротивление в цепи с ТД больше модуля отрицательного сопротивления в точке перегиба характеристики ТД.

$< |R|$ , то амплитуда и частота этой синусоиды определяются асимптотическим методом. Если же  $R_0 > |R|$ , то схеме соответствуют три состояния равновесия и при наличии в ней колебаний на ТД будут происходить скачки напряжения. В этом случае параметры колебаний напряжения на контуре не могут быть вычислены асимптотическим методом

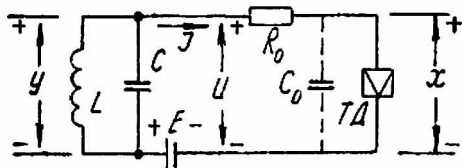


Рис. 1

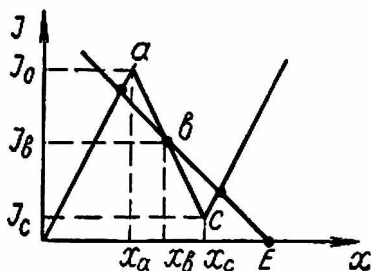


Рис. 2

на основании уравнения (1), так как оно не описывает быстрых движений, происходящих в схеме во время скачков. Это хорошо видно в случае аппроксимации характеристики ТД симметричной кусочно-ломаной кривой (рис. 2).

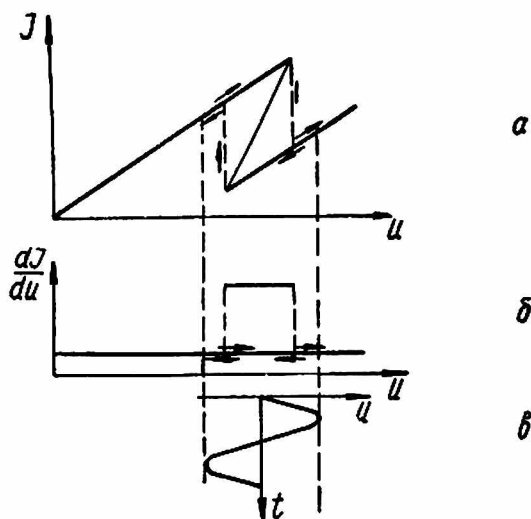


Рис. 3

В самом деле, при  $R_0 > |R|$  функции  $I(u)$  и  $\frac{dI}{du}$  примут вид, показанный на рис. 3. Из рисунка видно, что во время работы генератора, т. е. при наличии в схеме переменного напряжения, дифференциальная проводимость  $\frac{dI}{du}$  остается постоянной и положительной. Но тогда уравнение (1) является линейным и описывает затухающие колебания.

Итак, для описания незатухающих колебаний необходимо учесть быстрые движения в схеме. Для этого дополним эквивалентную схему генератора малой емкостью ТД  $C_0$  (рис. 1). Систему дифференциальных

уравнений полученной новой динамической модели генератора удобно представить в следующем виде:

$$\ddot{y} + y = \frac{\rho}{R_0} (\dot{x} - \dot{y}); \quad (2)$$

$$\dot{x} = \frac{\sqrt{LC}}{R_0 C_0} [E + y - x - R_0 f(x)],$$

где  $f(x)$  — характеристика ТД.

Рассмотрим эту систему при следующих предположениях:

- 1)  $f(x)$  аппроксимируется симметричной кусочно-ломаной кривой;
- 2) нагрузочная прямая проходит через точку перегиба  $b$  (рис. 2),

т. е.

$$E = x_b + I_b R_0;$$

- 3)  $\rho$  и  $C_0$  — малы ( $\rho \rightarrow 0$ ,  $C_0 \rightarrow 0$ ).

Используя условия 1, 2 и вводя безразмерные величины

$$x_1 = \frac{x - x_b}{E_0}, \quad y_1 = \frac{y}{E_0},$$

где  $E_0 = x_b - x_a = x_c - x_b$  — единица измерения напряжения, представим систему (2) в виде

$$\ddot{y}_1 + y_1 = \frac{\rho}{R_0} (\dot{x}_1 - \dot{y}_1); \quad (3)$$

$$\dot{x}_1 = \frac{\sqrt{LC}}{R_0 C_0} [y_1 - x_1 - n f_1(x_1)], \quad (4)$$

где

$$f_1(x_1) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} (x_1 + 1) + 1 & \text{при } x_1 < -1; \\ -x_1 & \text{при } -1 < x_1 < 1; \\ \frac{1}{\alpha} (x_1 - 1) - 1 & \text{при } x_1 > 1 \end{cases}$$

— приведенная характеристика ТД (рис. 4, а);

$$n = \frac{R_0}{|R|}; \quad \alpha = \frac{R_1}{|R|};$$

$R_1$  — сопротивление положительных ветвей характеристики ТД.

Для получения стационарного решения системы (3), (4) заметим что из двух функций  $y_1(\tau)$ ,  $x_1(\tau)$ , являющихся решением этой системы первая, в силу малости параметра  $\rho$ , близка к синусоиде с частотой  $\nu$  незначительно отличающейся от единицы

Поэтому решение  $x_1(\tau)$  уравнения (4) можно искать, подставляя уравнение (4)  $y_1 = a \cos(\nu\tau + \Theta)$ , где  $a$ ,  $\nu$ ,  $\Theta$  — неопределенные пока параметры.

К нелинейному уравнению (4) в силу малости параметра  $C_0$  удобно применить метод изоклин. В самом деле, благодаря малости  $C_0$ , интегральные кривые на плоскости  $x_1, \tau$  идут почти всюду вертикально, за исключением узкой окрестности (тем уже, чем меньше  $C_0$ ) вдоль линии, удовлетворяющей уравнению

$$\frac{a}{n} \cos(\nu\tau + \Theta) = \frac{x_1}{n} + f_1(x_1). \quad (5)$$

Построение этой линии понятно из рис. 4. Определив знак скорости  $\dot{x}_1$  для различных точек плоскости  $x_1, \tau$  при помощи правой части уравнения (4) расставляем направления на интегральных кривых и получаем

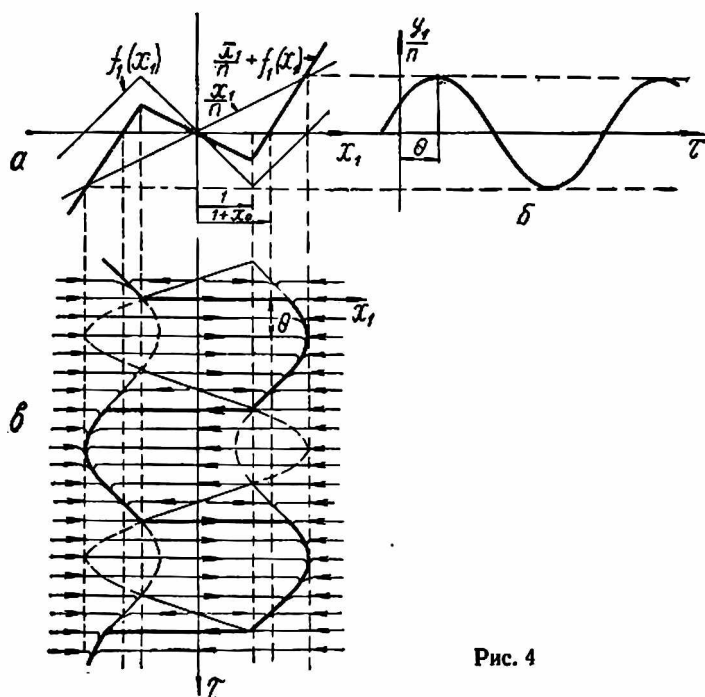


Рис. 4

фазовый портрет уравнения (4) — рис. 4, в. Предельная фазовая траектория этого портрета и представляет собой стационарное решение уравнения (4). Из рис. 4 нетрудно заключить, что это решение описывается выражением

$$x_1(a, \nu\tau) = \frac{a}{1 + \frac{n}{a}} \cos(\nu\tau + \Theta) + (1 + x_0)\Pi(\tau), \quad (6)$$

где

$$x_0 = \frac{n-1}{1 + \frac{n}{a}}; \quad (7)$$

$\Pi(\tau)$  — прямоугольное напряжение частоты  $\nu$  с одинаковыми полупериодами, нулевой постоянной составляющей и единичной амплитудой;

$\Theta$  — связано с амплитудой  $a$  уравнением

$$\cos \Theta = \frac{x_0}{a} \left(1 + \frac{n}{a}\right). \quad (8)$$

Теперь возвратимся к уравнению (3) для определения амплитуды  $a$  и частоты  $\nu$ . Если подставить (6) в (3), то мы получим типичное уравнение с малым параметром вида

$$\ddot{y}_1 + \nu^2 y_1 = \varepsilon \{f(\nu\tau, \dot{y}_1) - \Delta y_1\}, \quad (9)$$

соответствующее системе с внешним резонансным воздействием<sup>1</sup>. В нашем случае

$$\varepsilon = \frac{\rho}{R_0}, \quad f(\nu\tau, y_1) = \dot{x}_1(a, \nu\tau) - \dot{y}_1,$$

относительная расстройка

$$\Delta = \frac{1 - \nu^2}{\varepsilon}.$$

Для уравнений вида (9) хорошо разработан асимптотический метод<sup>1</sup>, которым мы и воспользуемся. Согласно этому методу, для отыскания в первом приближении стационарных значений амплитуды  $a$  и фазы  $\Theta$  записывают следующее уравнение:

$$-\Delta a \cos(\nu\tau + \Theta) + f_\nu(\tau) = 0, \quad (10)$$

где  $f_\nu(\tau)$  — сумма гармонических составляющих частоты  $\nu$  периодической функции  $f(\nu\tau, y_1)$ , в которой берут

$$\dot{y}_1 = a\nu \sin(\nu\tau + \Theta).$$

Приравнявая к нулю суммы коэффициентов при  $\sin(\nu\tau + \Theta)$  и  $\cos(\nu\tau + \Theta)$ , получаем два уравнения, из которых находим амплитуду и фазу при фиксированной частоте  $\nu$ . В нашем случае фаза  $\Theta$  связана с амплитудой  $a$  формулой (8), поэтому указанные уравнения позволяют вычислить амплитуду и частоту.

Используя в (6) разложение  $\Pi(\tau)$  в ряд Фурье

$$\Pi(\tau) = \frac{4}{\pi} \left( \sin \nu\tau + \frac{1}{3} \sin 3\nu\tau + \dots \right),$$

нетрудно записать  $f_\nu(\tau)$

$$f_\nu(\tau) = \frac{-a\nu}{1 + \frac{n}{a}} \sin(\nu\tau + \Theta) + \frac{4}{\pi} (1 + x_0) \nu \cos \nu\tau + a\nu \sin(\nu\tau + \Theta). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10) и выполняя указанные выше операции с уравнением (10), можно получить следующие окончательные выражения для амплитуды  $a$  и относительной расстройки  $\Delta$ :

$$a^2 = \frac{2}{\pi} (1 + x_0) \left( \frac{n + a}{n} \right)^2 \left\{ \frac{4}{\pi} (1 + x_0) + \sqrt{\left( \frac{4}{\pi} \right)^2 (1 + x_0)^2 - 4 \left( \frac{n}{a} \right)^2 x_0^2} \right\},$$

$$\frac{\Delta}{\nu} = \frac{4}{\pi} \left( 1 + \frac{n}{a} \right) \frac{x_0 (1 + x_0)}{a^2}.$$

Анализируя эти формулы, можно сделать следующие выводы:

а) максимальное значение относительной амплитуды колебаний напряжения на контуре достигается при  $n \rightarrow 1$  ( $R_0 \rightarrow |R|$ ) и равно

$$a_{\max} = \frac{4}{\pi} (1 + a),$$

минимальное — при  $n = n_{\text{нр}} = 1 + \frac{2}{\pi} (1 + a)$  и равно  $a_{\min} = \frac{1}{2} a_{\max}$ ; при  $n > n_{\text{нр}}$  стационарных колебаний быть не может;

<sup>1</sup> Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний, изд. второе. Физматгиз, 1958.

б) частота колебаний всегда (кроме случая  $n = 1$ ) меньше резонансной частоты контура.

Полученные результаты носят качественный характер вследствие грубой аппроксимации характеристики ТД симметричной кусочно-ломаной кривой и могут быть использованы при оценке условий возбуждения паразитных колебаний в ключевых схемах на ТД. Приведенная методика позволяет получить и количественные результаты, но при использовании более точной аппроксимации и при соответствующем усложнении вычислений.