

О РАЗРЕШЕНИИ СИГНАЛОВ ПРИ ПРИЕМЕ НА ДИСКРЕТНОЙ АПЕРТУРЕ

Н. Я. Кузь

Х а р ь к о в

В работе [1] проведен статистический анализ и исследованы возможности разрешения первичных и вторичных излучателей на основе данных о распределении поля во времени на линейной апертуре $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2}$ при наличии помехи в виде теплового радиоизлучения. Результаты анализа применимы для апертур с разрывами, если длина разорванных участков велика по сравнению с длиной волны λ_0 . Представляет практический интерес также исследование возможности разрешения сигналов при разнесенном приеме на ненаправленные или слабонаправленные антенны на фоне некоррелированных собственных шумов приемников.

Рассмотрим случай, когда приемные пункты расположены на прямой x . Распространение исследования на более сложные случаи не представляет труда, однако приведет к более сложным выражениям. Как и в работе [1], будем считать, что разрешаемые сигналы имеют независимые релеевские амплитуды и равновероятные начальные фазы. Разрешение можно свести к обнаружению полезного сигнала на фоне собственных шумов и мешающих сигналов.

Пусть напряжение на входе приемника i -го канала $y_i(t)$ ($i = 1, \dots, N$, N — число каналов) представляет собой смесь собственных шумов $n_i(t)$, m мешающих сигналов $x_{ik}(t, \beta_k, b_k)$ и полезного сигнала $x_{i(m+1)}(t, \beta_{m+1}, b_{m+1})$

$$y_i(t) = n_i(t) + \sum_{k=1}^m x_{ik}(t, \beta_k, b_k) + A x_{i(m+1)}(t, \beta_{m+1}, b_{m+1}),$$

где A (0 или 1) — дискретный параметр, подлежащий оценке после приема;

$$x_{ik}(t, \beta_i, b_i) = b_i \operatorname{Re} \{ X_i(t) \exp [j(\omega_0 t + \beta_i)] \}.$$

Решение 0 или 1 можно принять по отношению правдоподобия

$$l_{m+1} [\vec{y}(t)] = \int_0^{\infty} db_{m+1} \int_0^{2\pi} p(b_{m+1}, \beta_{m+1}) l_{m+1} \left[\frac{\vec{y}(t)}{\beta_{m+1}, b_{m+1}} \right] d\beta_{m+1}, \quad (1)$$

где $p(b_{m+1}, \beta_{m+1}) = \frac{b_{m+1}}{\pi} \exp(-b_{m+1}^2)$ — плотность вероятностей неизмеряемых параметров;

$$l_{m+1} \left[\frac{\vec{y}(t)}{\beta_{m+1}, b_{m+1}} \right] \text{ — частное значение отношения правдоподобия при фиксированных значениях } \beta_{m+1} \text{ и } b_{m+1};$$

$\vec{y}(t) \equiv \{ y_1(t), \dots, y_N(t) \}$ — вектор-столбец принятой смеси.

Записывая многомерный закон распределения колебаний при условии, что на входах приемников действуют только собственные шумы, в виде

$$p_0 \left[\vec{y}(t) \right] = k \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N \int_0^T y_i^2(t) dt \right\} \quad (2)$$

и следуя методике, изложенной в [1] и [2], находим отношение правдоподобия, соответствующее случаю обнаружения сигнала $x_{m+1}(t, \beta_{m+1}, b_{m+1})$ на фоне собственных шумов и m мешающих сигналов (1)

$$l_{m+1} \left[\vec{y}(t) \right] = \frac{N_0}{N_0 + \mathcal{E}_{(m+1) \text{ экв}}} \exp \frac{Z_{(m+1) \text{ экв}}^2}{N_0 (N_0 + \mathcal{E}_{(m+1) \text{ экв}})} \quad (3)$$

В выражениях (2) и (3)

k — коэффициент, не зависящий от реализации $\vec{y}(t)$;

N_0 — спектральная плотность шума (предполагается одинаковой во всех каналах);

T — интервал наблюдения;

$Z_{(m+1) \text{ экв}} = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^N \int_0^T \dot{y}_i(t) \dot{R}_{i(m+1)}^*(t) dt \right|$ — характеризует оптимальную обработку принимаемого колебания.

При наличии мешающих сигналов оптимальная обработка принятого колебания в каждом канале сводится к умножению на опорный сигнал

$$\dot{R}_{i(m+1)}(t) = \dot{X}_{i(m+1)}(t) - \sum_{j=1}^m \dot{R}_{ij}(t) \frac{\sum_{k=1}^N \int_0^T \dot{X}_{k(m+1)}(t) \dot{R}_{kj}^*(t) dt}{2N_0 + \sum_{k=1}^N \int_0^T \dot{X}_{k(m+1)}(t) \dot{R}_{kj}^*(t) dt},$$

интегрированию за время наблюдения, сложению откликов всех каналов, детектированию и сравнению с порогом. Операции интегрирования и суммирования можно поменять местами. Указанная обработка обеспечивает оптимальное выделение полезного сигнала и одновременное подавление мешающих.

Коэффициент использования энергии полезного сигнала при обнаружении на фоне мешающих сигналов и шумов определяется выражением [1]

$$K = \frac{\mathcal{E}_{(m+1) \text{ экв}}}{\mathcal{E}_{m+1}} = \frac{\sum_{i=1}^N \int_0^T \dot{X}_{i(m+1)}(t) \dot{R}_{i(m+1)}^*(t) dt}{\sum_{i=1}^N \int_0^T |\dot{X}_{i(m+1)}(t)|^2 dt}.$$

В качестве примера рассмотрим разрешение двух радиолокационных сигналов с комплексными амплитудами

$$\begin{aligned} \dot{U}_1(t, x) &= \dot{A} \left(t - \tau_1 + \frac{x}{c} \cos \alpha_1 \right) \exp \left[j\Omega_1 t + j \frac{2\pi x}{\lambda_0} \cos \alpha_1 \right], \\ \dot{U}_2(t, x) &= \dot{A} \left(t - \tau_2 + \frac{x}{c} \cos \alpha_2 \right) \exp \left[j\Omega_2 t + j \frac{2\pi x}{\lambda_0} \cos \alpha_2 \right] \end{aligned}$$

при приеме на $N = 2n$ каналов, расположенных симметрично относительно центра системы (рис. 1). Тогда ожидаемые в i -том канале сигналы можно представить в виде

$$\begin{aligned} \dot{X}_{i1}(t) &= |f_i(\alpha_1)| \dot{A}\left(t - \tau_1 + \frac{id}{c} \cos \alpha_1\right) \exp\left[j\left(\Omega_1 t + \frac{2\pi id}{\lambda_0} \cos \alpha_1\right)\right], \\ \dot{X}_{i2}(t) &= |f_i(\alpha_2)| \dot{A}\left(t - \tau_2 + \frac{id}{c} \cos \alpha_2\right) \exp\left[j\left(\Omega_2 t + \frac{2\pi id}{\lambda_0} \cos \alpha_2\right)\right], \end{aligned} \quad (4)$$

где $d \gg \lambda_0$ — расстояние между приемными пунктами.

Будем считать, что прием производится на ненаправленные антенны, тогда

$$|f_i(\alpha_1)| = |f_i(\alpha_2)| = |f(\alpha)|.$$

Коэффициент использования энергии в этом случае (при условии что $N_0 \ll \mathcal{E}_1$ экв., как показано в [1]), можно записать в виде

$$K = 1 - \rho,$$

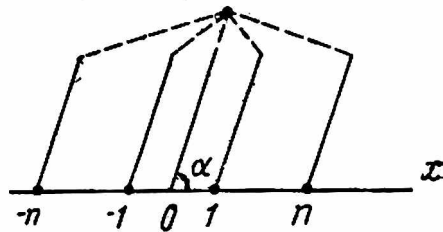


Рис. 1

где

$$\rho = \frac{\left| \sum_{i=1}^N \int_0^T \dot{X}_{i2}(t) \dot{X}_{i1}^*(t) dt \right|^2}{\sum_{i=1}^N \int_0^T |\dot{X}_{i1}(t)|^2 dt \sum_{i=1}^N \int_0^T |\dot{X}_{i2}(t)|^2 dt}. \quad (5)$$

Учитывая (4), получаем

$$\rho = \frac{1}{4n^2} \left| \sum_{i=-n}^n \Psi\left[\tau + \frac{id}{c} u, 2\pi F\right] \exp\left[-j2\pi id \left(\frac{u}{\lambda_0} - F \cos \alpha_1\right)\right] \right|^2,$$

где $\Psi(t, F)$ — нормированная комплексная корреляционная функция модуляции [3]

$$\Psi(t, F) = \frac{\int_0^T \dot{A}(x) \dot{A}^*(x-t) \exp(jFx) dx}{\int_0^T |\dot{A}(x)|^2 dx}.$$

Пусть $\tau = \tau_2 - \tau_1 = 0$, $2\pi F = \Omega_2 - \Omega_1 = 0$, тогда

$$\rho = \frac{1}{n^2} \left| \sum_{i=1}^n \Psi\left(\frac{id}{c} u\right) \cos \frac{2\pi id}{\lambda_0} u \right|^2. \quad (6)$$

1. Если запаздыванием огибающей сигналов на дискретной апертуре можно пренебречь, в этом случае $\Psi(\tau) = 1$ в выражении (6) и коэффициент использования энергии (5) записываем в виде

$$K = 1 - \frac{1}{n^2} \left| \sum_{i=1}^n \cos \frac{2\pi id}{\lambda_0} u \right|^2,$$

где $u = \cos \alpha_2 - \cos \alpha_1$

На рис. 2 представлен график зависимости $K(u)$ при $n = 1, 2$ одинаковых в обоих случаях общих размерах дискретной апертуры. Благодаря многолепестковой диаграмме направленности системы, разрешение двух сигналов невозможно не только при их угловом совмеще-

нии, ($u = 0$), но и при других угловых положениях, зависящих от числа приемных пунктов и общих размеров апертуры.

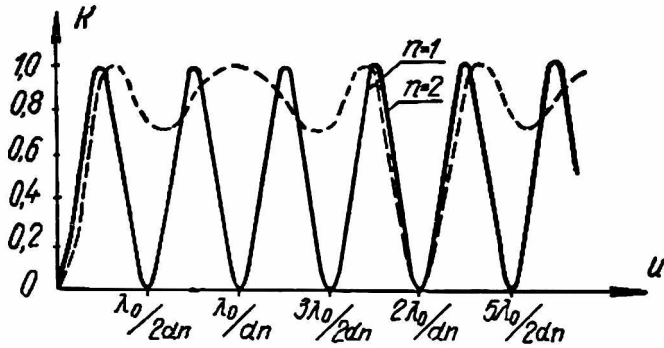


Рис. 2

2. Можно в значительной степени устранить неоднозначность при использовании широкополосных сигналов [4]. Если запаздыванием огибающей сигналов на апертуре пренебречь нельзя и для определенности положить, что мощность сигнала равномерно распределена в полосе частот Δf гц, тогда

$$\Psi\left(\frac{id u}{c}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi id \Delta f u}{\lambda_0 f_0}\right)}{\frac{\pi id \Delta f u}{\lambda_0 f_0}},$$

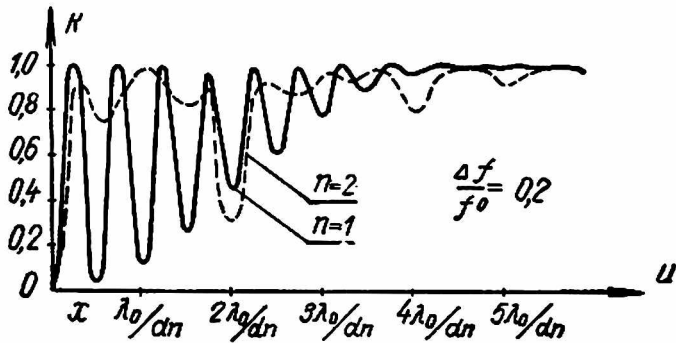


Рис. 3

а коэффициент использования энергии

$$K = 1 - \frac{1}{n^2} \left| \sum_{i=1}^n \frac{\sin\left(\frac{\pi id \Delta f u}{\lambda_0 f_0}\right) \cos\left(\frac{2\pi id u}{\lambda_0}\right)}{\frac{\pi id \Delta f u}{\lambda_0 f_0}} \right|^2. \quad (7)$$

где, как и выше, $u = \cos \alpha_2 - \cos \alpha_1$.

Зависимость $K(u)$ для $n = 1$ и 2 , $\frac{\Delta f}{f_0} = 0,2$ при тех же предположениях, что и в первом пункте, представлена на рис. 3. Поскольку зависимость $K(u)$ четная относительно u , на рис. 2 и 3 представлены слу-

чан $u > 0$. Анализ зависимости (7) показывает, что надлежащим выбором $\frac{\Delta f}{f_0}$ и расстояния между пунктами приема можно полностью устранить неоднозначность при разрешении. В этом случае, как и в [1], потенциальная разрешающая способность определяется относительными общими размерами апертуры.

Автор признателен Я. Д. Ширману, давшему ряд ценных советов при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Д. Ширман. Статистический анализ оптимального разрешения. «Радиотехника и электроника», 1961, № 8.
2. Я. Д. Ширман и В. Н. Голиков. Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. Изд-во «Советское радио», 1963.
3. С. Е. Фалькович. Прием радиолокационных сигналов на фоне флюктуационных помех. Изд-во «Советское радио», 1961.
4. Даусин, Найбар, Нилсон. Влияние широкополосности сигналов на характеристику радиолокационных антенн. «Зарубежная радиоэлектроника», 1961, № 4.