

УДК 621.396.23

Я. С. ШИФРИН, д-р техн. наук,
Л. Г. КОРНИЕНКО, канд. техн. наук,
А. И. ЛОСЕВ, канд. техн. наук

**СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА
ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ
РАДИОИМПУЛЬСОВ**

Флюктуации параметров широкополосных сигналов и согласованного фильтра приводят к ухудшению характеристик радиоприема при одноканальной и многоканальной схемах обработки.

Влияние случайных факторов на характеристики выходного сигнала при одноканальной схеме обработки рассмотрено в ряде работ [2—4, 6].

В настоящей работе производится анализ характеристик выходного сигнала многоканальной схемы обработки при наличии фазовых флюктуаций. Приведенный анализ пригоден как для схем обработки без автоматической коррекции импульсных характеристик отдельных каналов [5, 6], так и для схем с автоматической коррекцией [7].

Рассмотрены фазовые флюктуации, обусловленные флюктуациями частоты сигнала и неидентичностью импульсных характеристик каналов. Выражения для статистических характеристик выходного сигнала получены при произвольном виде корреляционной функции фазовых флюктуаций.

Постановка задачи

Будем считать, что зондирующим сигналом является ЛЧМ-импульс длительностью τ_n с девиацией частоты Δf , а схема обработки представляет собой оптимальный фильтр, состоящий из N параллельных каналов.

В этом случае комплексная амплитуда сигнала на выходе i -го оптимального фильтра (канала) будет иметь вид

$$W_i(t) = e^{-|bt|^2} \begin{cases} \int_{t_{i-1}}^{t_i - |t|} \exp [j2bts + j\varphi_i(s)] ds, & \text{при } t < 0; \\ \int_{t_{i-1} + t}^{t_i} \exp [j2bts + j\varphi_i(s)] ds, & \text{при } t > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $t_i - t_{i-1} = \tau_i$ — длительность сигнала на выходе i -го полосового фильтра; $\tau_n = \sum_{i=1}^N \tau_i$; $b = \frac{\pi \Delta f}{\tau_n}$ — параметр модуляции; $\varphi_i(t)$ — случайное фазовое рассогласование (ошибка) между сигналом и фазовой характеристикой фильтра.

Заменой переменной интегрирования по формулам

$$y = \frac{2}{\tau_n} (s - t_{i-1}) \frac{1}{\frac{\tau_i}{\tau_n} - |\theta|} - 1 \quad \text{при } t < 0,$$

$$y = \frac{2}{\tau_n} (s - t_{i-1} - |\theta| \tau_n) \frac{1}{\frac{\tau_i}{\tau_n} - |\theta|} - 1 \quad \text{при } t > 0$$

выражение (1) приводится к виду

$$W_i(\psi) = \frac{\tau_n}{2} \left(\frac{\tau_i}{\tau_n} - |\theta| \right) \int_{-1}^1 \exp [j\psi \xi_i(y) + j\varphi_i(y)] dy, \quad (2)$$

где $\theta = \frac{t}{\tau_n}$; $\psi = \pi n \theta$; $n = \Delta f \tau_n$ — коэффициент сжатия,

$$\xi_i(y) = \left[y \left(1 - |\theta| \frac{\tau_i}{\tau_n} \right) + \frac{t_i + t_{i+1}}{\tau_i} \right] \frac{\tau_i}{\tau_n}.$$

Квадрат амплитуды выходного сигнала описывается соотношением

$$x(\psi, \sigma) = \frac{\tau_n^2}{4} \left| \sum_{i=1}^N \left(\frac{\tau_i}{\tau_n} - |\theta| \right) \int_{-1}^1 \exp [j\psi \xi_i(y) + j\sigma \Phi_i(y)] dy \right|^2, \quad (3)$$

где $\Phi_i(y) = \frac{\varphi_i(y)}{\sigma}$ — фазовая ошибка в i -м канале, нормированная к некоторому среднеквадратическому значению σ .

Как отмечалось ранее, в ряде случаев при реализации схем оптимальной обработки предусматривается автоматическая коррекция импульсной характеристики оптимального фильтра, что позволяет значительно снизить требования к параметрам зондирующего сигнала. Поэтому, имея в виду подобные схемы, допустим, что с помощью различных конструктивных мер возможна выборка до нуля фазовой ошибки $\varphi_i(t)$ через каждые M каналов. При этом также полагаем, что схема обработки (формирования) сигнала состоит из m таких групп каналов $N = mM$.

Для данной схемы соотношение (3) принимает вид

$$x(\psi, \sigma) = \left| \frac{\tau_n}{2} \sum_{v=1}^m \sum_{p=1}^M \left(\frac{\tau_{p+(v-1)M}}{\tau_n} - |\theta| \right) \int_{-1}^1 \exp [j\sigma \Phi_{p+(v-1)M}(y) + j\psi \xi_{p+(v-1)M}(y)] dy \right|^2. \quad (4)$$

В случае малых фазовых ошибок

$$x(\psi, \sigma) = x_0(\psi, 0) + \sigma x'_\sigma(\psi, 0) + 0,5 \sigma^2 x''_{\sigma\sigma}(\psi, 0), \quad (5)$$

где $x(\psi, 0)$ — квадрат амплитуды выходного сигнала в отсутствие ошибок; $x'_\sigma(\psi, 0)$, $x''_{\sigma\sigma}(\psi, 0)$ — соответственно первая и вторая производные функции $x(\psi, \sigma)$ по σ в точке $\sigma = 0$.

Отклонение положения максимума сигнала по координате ψ может быть определено из уравнения [8]

$$\psi_1 = -\sigma \frac{x''_{\sigma\psi}(\psi_0, \sigma)}{x''_{\psi\psi}(\psi_0, \sigma)}. \quad (6)$$

Здесь

$x''_{\sigma\psi}(\psi_0, \sigma)$, $x''_{\psi\psi}(\psi_0, \sigma)$ — соответственно смешанная (по σ

и ψ) и вторая (по ψ) производные функции $\kappa(\psi, \sigma)$ в точке $\psi = \psi_0$; ψ_0 — положение максимума сигнала в отсутствие ошибок.

В дальнейшем будем исследовать среднее значение квадрата амплитуды выходного сигнала $\kappa(\psi, \sigma)$ и дисперсию положения его главного максимума.

Однако, чтобы получить выражения для этих параметров, вначале нужно определить статистические характеристики фазовых ошибок.

Статистические характеристики фазовых ошибок

Будем считать, что фазовые ошибки $\varphi_i(t)$ обусловлены несогласованностью закона частотной модуляции сигнала и импульсной характеристики схемы обработки. Тогда фазовая ошибка в i -м канале определяется выражением

$$\varphi_i(t) = \sum_{l=1}^{i-1} \int_{t_{l-1}}^{t_l} \Delta\omega_l(t) dt + \int_{t_{i-1}}^t \Delta\omega_i(t) dt + \Delta\gamma_i, \quad (7)$$

где $\Delta\omega_i(t)$ — флюктуации частоты сигнала в i -м канале;
 $\Delta\gamma_i$ — ошибка фазирования i -го канала.

Предположим, что флюктуации $\Delta\omega_i(t)$ распределены по нормальному закону с нулевым средним $\overline{\Delta\omega_i(t)} = 0$, дисперсией σ^2 и коэффициентом корреляции $r(t, t_1) = r(t - t_1) = r(\tau)$.

Будем считать также, что флюктуации частоты в соседних каналах независимы, т. е.

$$r_{i,j}(t, t_1) = \frac{1}{\sigma^2} \overline{\Delta\omega_i(t) \Delta\omega_j(t_1)} = \begin{cases} r(\tau), & i = j; \\ 0, & i \neq j; \end{cases}$$

$$\overline{\Delta\omega_i \Delta\gamma_j} = 0, \quad \overline{\Delta\gamma_i \Delta\gamma_j} = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ \sigma_\gamma^2, & i = j. \end{cases} \quad (8)$$

При данных предположениях относительно флюктуаций частоты среднее значение фазовой ошибки (7) равно нулю, а взаимная корреляционная функция ошибок в i -м и j -м каналах с учетом соотношений (7), (8) и перехода к координатам y и y_1 имеет вид

$$K_{\varphi_{i,j}}(y, y_1) = \sigma^2 \begin{cases} 2 \sum_{l=1}^{i-1} G_l + f_i(y, -1) - f_i(y, y_1) + f_i(1, -y_1) + \frac{\sigma_\gamma^2}{\sigma^2}, & i = j; \\ 2 \sum_{l=1}^{l-1} G_l + f_j(1, -y_1) - f_j(y_1, 1) + G_j, & i > j; \\ 2 \sum_{l=1}^{l-1} G_l + f_i(y, -1) - f_i(y, 1) + G_i, & i < j. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь

$$G_i = f_i(1, -1) = \tau_i \int_0^{\tau_i} r(v) dv - \int_0^{\tau_i} vr(v) dv;$$

$$f_i(y, y_1) = \frac{\tau_i}{2} (y - y_1) \int_0^{0,5\tau_i(y-y_1)} r(v) dv - \int_0^{0,5\tau_i(y-y_1)} vr(v) dv. \quad (10)$$

Полагая в выражении (9) $i=j$, $y=y_1$, находим дисперсию фазы в i -м канале:

$$\sigma_{\varphi_i}^2(y) = 2\sigma^2 \left[\sum_{l=1}^{i-1} G_l + f_i(y, -1) \right] + \sigma_1^2. \quad (11)$$

Максимальный набег фазы $\sigma_{\varphi_{\text{макс}}}^2$ будет при $i=N$, $y=1$ и бесконечном интервале корреляции флюктуаций частоты $r(v)=1$.

При конструировании схемы оптимальной обработки необходимо стремиться к тому, чтобы $\sigma_{\varphi_{\text{макс}}}^2$ была наименьшей. Можно показать [8], что это условие выполняется, если интервалы, на которые сигнал делится полосовыми фильтрами, одинаковы, т. е. $\tau_i = \tau_j = \tau$. Следовательно, схему обработки целесообразно строить так, чтобы полосовыми фильтрами сигнал делился на одинаковые части. На этом основании будем далее полагать $\tau_i = \tau_j = \frac{\tau_n}{N} = \tau$. Отношение минимального значения макси-

мальной дисперсии фазы в отсутствие выборки к такому же значению дисперсии при наличии выборки равно числу групп каналов m в схеме обработки. Это предопределяет целесообразность при конструировании схем оптимальной обработки сигналов предусматривать выборку фазовой ошибки.

При $\tau_i = \tau$ и наличии выборки фазовых ошибок до нуля через M каналов соотношение (9) принимает вид

$$K_{\varphi_{i,j}}(y, y_1) = \sigma^2 \begin{cases} 2(i-1)G + f(y, -1) + f(y, y_1) + f(y_1, -1) + \frac{\sigma_1^2}{\sigma^2}; & i=j; \\ 2(j-1)G + f(y_1, -1) - f(y_1, 1) + G, & i>j; \\ 2(i-1)G + f(y, -1) - f(y, 1) + G, & i<j. \end{cases} \quad (9a)$$

Функция $f(y, y_1)$ определяется выражением (10) при $\tau_i = \tau = \frac{\tau_n}{N}$.

Формулы (5), (6) совместно с формулами (4), (9a) позволяют найти среднее значение квадрата амплитуды выходного сигнала и дисперсию положения его максимума.

Среднее значение квадрата амплитуды выходного сигнала и дисперсия положения его максимума

Среднее значение квадрата амплитуды выходного сигнала определяется соотношением (5), усредненным по ансамблю реализаций:

$$\overline{x(\psi, \sigma)} = x_0(\psi, 0) + 0,5\sigma^2 \overline{x''_{\sigma\sigma}(\psi, 0)}. \quad (12)$$

При оптимальной обработке сверхширокополосных сигналов обычно выполняется условие $n \gg N$. В этом случае

$$\frac{1}{N} - |\theta| \approx \frac{1}{N} \quad \text{и} \quad x_0(\psi, 0) = \tau_n^2 \frac{\sin^2 \psi}{\psi^2};$$

$$\overline{x''_{\sigma\sigma}(\psi, 0)} = -0,25 \frac{\tau_n^2}{N^2} \sum_{\nu, \mu=1}^m \sum_{p, q=1}^M \iint_{-1}^1 [\overline{\Phi_{p+(\nu-1)M}(y) - \Phi_{q+(\mu-1)M}(y_1)}]^2 \times \\ \times \exp\{ju(y - y_1) + 2j[p - q + (\nu - \mu)M]u\} dy dy_1,$$

где $u = \frac{\psi}{N}$.

В дальнейших преобразованиях учтем, что

$$\overline{\Phi_{p+(\nu-1)M}(y) \Phi_{q+(\mu-1)M}(y_1)} = \delta_{\nu\mu} \frac{1}{\sigma^2} K_{\tau, p, q}(y, y_1), \quad (13)$$

где $\delta_{\nu\mu}$ — символ Кронекера, а $K_{\tau, p, q}(y, y_1)$ определяется выражением (9а).

В этом случае

$$\overline{x''_{\sigma\sigma}(u, 0)} = -\frac{\tau_n^2}{N^2} m - \left[\frac{GM}{u^2} - \frac{M}{u^2} \int_0^{\tau} (\tau - v) r(v) \cos \frac{2u}{\tau} v dv + \right. \\ \left. + \tau \frac{\sin 2uM}{2u^3} \int_0^{\tau} r(v) \left(1 + \cos \frac{2u}{\tau} v\right) dv - \tau \frac{\sin 2uM}{2u^3} \operatorname{ctg} u \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\tau} r(v) \sin \frac{2u}{\tau} v dv - \right] \frac{\tau_n^2}{N^2} \frac{\sin^2 Nu}{\sin^2 Mu} \left[2GM \frac{\sin^2 uM}{u^2} + \right. \\ \left. + \tau \frac{\sin^2 uM}{u^3} \operatorname{ctg} u \int_0^{\tau} r(v) \left(1 - \cos \frac{2u}{\tau} v\right) dv - \right. \\ \left. - \tau \frac{\sin^2 uM}{u^3} \int_0^{\tau} r(v) \sin \frac{2u}{\tau} v dv \right] - \frac{2\sigma^2}{\sigma^2} \tau_n^2 \left[\frac{\sin^2 Nu}{N^2 u^2} - \frac{1}{N} \frac{\sin^2 u}{u^2} \right]. \quad (14)$$

Относительное уменьшение главного максимума

$$\Delta = -0,5 \sigma^2 \frac{1}{x_0(0)} \cdot \overline{x''_{\sigma\sigma}(0,0)},$$

где $\overline{x''_{\sigma\sigma}(0,0)}$ определяется соотношением (14) при $u=0$.

Вычислим теперь дисперсию положения главного максимума при условии $\psi_0=0$ (без учета запаздывания в схеме обработки).

Из соотношений (6) и (4) найдем

$$\begin{aligned} \sigma_\psi^2 = & \frac{\sigma^2}{N^3} \left[\frac{\tau_n}{N} (2M^2 N^2 - 1,4M^4) \int_0^\tau r(v) dv + (1,4M^4 + M^2 - 0,6 - \right. \\ & \left. - 2M^2 N^2) \int_0^\tau vr(v) dv - \frac{3M^2}{\tau_n} N \int_0^\tau v^2 r(v) dv + \right. \\ & \left. + \frac{N^2 + 2M^2}{\tau_n^2} N^2 \int_0^\tau v^3 r(v) dv - \frac{3}{5\tau_n^4} N^4 \int_0^\tau v^5 r(v) dv + \frac{3(N^2 - 1)}{N^3} \sigma_r^2 \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Соотношения для $\overline{x''_{\sigma\sigma}(u,0)}$ и σ_ψ^2 приведены для произвольного вида коэффициента корреляции ошибок.

Для количественной оценки результатов в дальнейшем выбран коэффициент корреляции ошибок $r(\tau)$, входящий в соотношения (14), (15) в виде $r(\tau) = \exp\left(-\frac{|\tau|}{\tau_0}\right)$ (τ_0 — интервал корреляции).

Проанализируем вначале влияние флуктуаций частоты на характеристики выходного сигнала при идеальной фазировке каналов ($\sigma_\tau = 0$).

Величина $\overline{x''_{\sigma\sigma}(\psi,0)}$ отражает влияние случайных ошибок на средний квадрат выходного сигнала. Поэтому при анализе эта величина представляет наибольший интерес. Из соотношения (14), при $\sigma_\tau = 0$ видно, что величина $\overline{x''_{\sigma\sigma}(\psi,0)}$ зависит от относительного интервала корреляции флуктуаций частоты, числа каналов N схемы обработки и числа групп m в ней.

Отмеченные зависимости для $\overline{x''_{\sigma\sigma}(\psi,0)}$ иллюстрируются рис. 1, 2.

Из рис. 1 видно, что при фиксированном числе групп и каналов увеличение интервала корреляции флуктуаций частоты приводит к увеличению искажений выходного сигнала в области главного и побочных максимумов. Наиболее сильно уменьшается главный максимум ($\psi=0$). На рис. 2 приведено значение функции $\overline{x''_{\sigma\sigma}(\psi,0)}$ при $N=6$, относительном интервале корреляции

$c = \frac{2\tau_0}{\tau_n} = 0,04$ и различным количестве групп в схеме обработки.

При $m=1$ выборки фазовых ошибок не производится, при $m=6$ выборка фазовых ошибок производится в каждом канале. Поскольку с увеличением m дисперсия фазовых ошибок уменьшается, это естественно приводит к уменьшению искажений выходного сигнала.

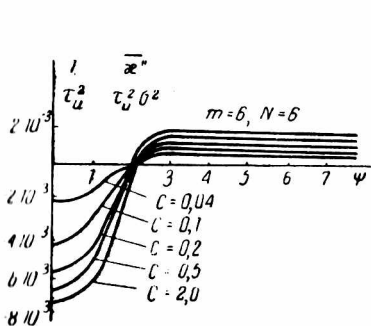


Рис. 1.

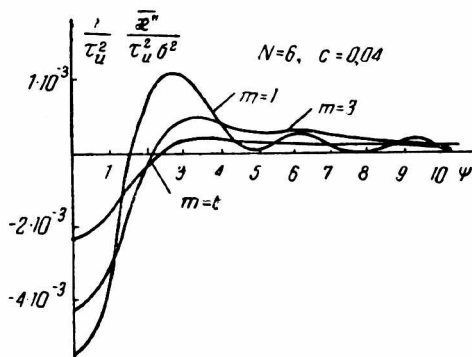


Рис. 2.

Рассмотрим дисперсию положения главного максимума выходного сигнала.

На рис. 3 представлены графики зависимости $\sigma_{\psi}^2/\sigma^2\tau_n^2$ при $\sigma_{\tau} = 0$ от c при фиксированном числе параллельных каналов ($N=3; 6$) и различном числе групп m .

Из рисунка видно, что с увеличением c дисперсия направления главного максимума возрастает. Наиболее сильная зависимость от c наблюдается примерно до $c=0,2 \div 0,3$. Связано это с тем, что при таких c (в рассмотренных случаях) интервал корреляции τ_0 больше длительности элементарного импульса τ . Поэтому дальнейшее увеличение τ_0 незначительно влияет на дисперсию фазовых ошибок.

При более частой выборке дисперсия положения главного максимума уменьшается, достигая наименьших значений при выборке фазовой ошибки в каждом канале.

Для оценки степени улучшения характеристик выходного сигнала N -канальной схемы обработки при выборке ошибок на рис. 4 приведены графики зависимости $\nu_{\psi} = \frac{\sigma_{\psi N}^2}{\sigma_{\psi M}^2}$ от интервала

корреляции флуктуаций $\Delta\omega_i(t)$. Индекс M означает, что в схеме производится выборка фазовых ошибок в каждом M -м канале, индекс N — выборка отсутствует. Из рис. 4 видно, что величина выигрыша слабо зависит от c и определяется в основном числом выборки.

Приведем количественный пример.

Пусть $\sigma_{\tau} = 2$, $N=6$, $c=1$. Тогда при $m=6$ $\sigma_{\psi} = 1,1 \cdot 10^{-1}$; и при $m=2$ $\sigma_{\psi} = 3,5 \cdot 10^{-1}$. Таким образом, применение выборки

фазовой ошибки в каждом канале приводит к уменьшению σ_ψ примерно в три раза по сравнению с тем, когда эта выборка производится через три канала.

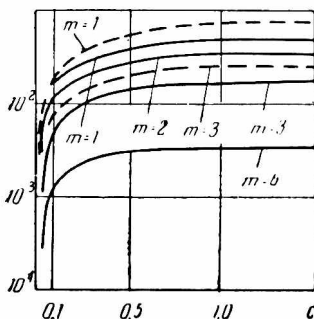


Рис. 3.

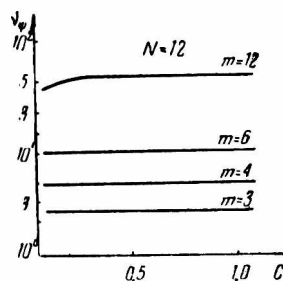


Рис. 4.

Определим величину максимального ухода главного максимума $\Delta\theta_{\text{макс}}$, отнесенного к длительности сжатого импульса в отсутствие ошибок.

Полагая длительность сжатого импульса по координате θ равной $\frac{1}{n}$, получаем

$$\frac{\Delta\theta_{\text{макс}}}{1/n} = \frac{3\sigma_\theta}{1/n} = 3\sigma_\theta n.$$

Учитывая, что $\psi = \pi n \theta$ и $\sigma_\psi = \pi n \sigma_\theta$, окончательно находим

$$\frac{\Delta\theta_{\text{макс}}}{1/n} = \frac{3\sigma_\psi}{\pi} \approx \sigma_\psi.$$

Таким образом, в данном случае максимальное отклонение положения главного максимума соответственно составит 11 и 35% длительности сжатого импульса.

Коротко остановимся на вопросе об эффективности использования схем обработки сверхширокополосных сигналов с параллельными каналами. Для этого сравним статистические характеристики выходных сигналов схемы с параллельными каналами и одноканальной схемы.

Для получения значений $\overline{\chi'_{\sigma_\psi}(\psi, 0)}$ и σ_ψ^2 последней схемы, очевидно, достаточно в соотношениях (14), (15) положить $M = N = 1$.

На рис. 5 приведены графики зависимости $\chi'_{\sigma_\psi} = \frac{\sigma_\psi^2}{\sigma_\psi^2 M}$ от c .

Здесь σ_{ψ}^2 , $\sigma_{\psi M}^2$ соответственно дисперсии положения основного максимума при $N=M=1$ и $N=12$ и различных значениях m . Из графиков видно, что применение схем с параллельными каналами и выборкой фазовых ошибок приводит к существенному уменьшению дисперсии положения основного максимума. Так, при $N=12$, $c=1$ и $m=4$ $\nu'_{\psi}=35$. Величина ν'_{ψ} существенно зависит от интервала корреляции $\Delta\omega_i(t)$. С увеличением c эта величина растет.

Вклад ошибок фазирования в величины Δ и σ_{ψ}^2 определяется весовыми функциями $(1 - \frac{1}{N})$ и $\frac{3(N^2 - 1)}{N^3}$ соответственно,

зависящими только от числа каналов.

При $N=1$ эти функции равны нулю.

Ранее отмечалось, что с увеличением N влияние флюктуаций частоты на снижение главного максимума сигнала и его положение уменьшалось. Поэтому при $N \gg 1$ увеличение Δ в основном будет определяться ошибками фазирования каналов.

С увеличением N влияние ошибок $\Delta\omega_i(t)$ и $\Delta\gamma_i$ на положение главного максимума сигнала уменьшается.

Ошибки фазирования каналов ослабляют эффективность использования схем с параллельными каналами. Пусть, например, $c \rightarrow \infty$ и выборка ошибок в схеме не предусмотрена ($N=M$).

Тогда

$$\frac{\Delta}{\sigma^2 \tau_n^2} = \frac{2N^2 - 2N + 1}{12N^3} + \alpha \left(1 - \frac{1}{N}\right); \quad \alpha = \frac{\sigma_{\gamma}^2}{\sigma^2 \tau_n^2}.$$

Для одноканальной схемы $\frac{\Delta}{\sigma^2 \tau_n^2} = 0,083$.

При $N=6$ и $\alpha=0$ величина $\frac{\Delta}{\sigma^2 \tau_n^2} = 0,024$, т. е. эффективность параллельной 6-канальной схемы возросла в 3,5 раза. Однако, если в этой схеме нет хорошей фазировки каналов и, например, $\alpha=0,1$, то $\frac{\Delta}{\sigma^2 \tau_n^2} = 0,107 > 0,083$. Следовательно, схема с параллельными каналами в этом случае работает хуже, чем одноканальная.

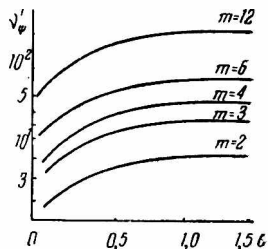


Рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Браун, Палермо. Влияние фазовых ошибок на функцию неопределенности. — «Зарубежная радиоэлектроника», 1964, № 3, с. 54—62.
2. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. М., «Советское радио», 1970. 383 с.

3. Лосев А. И. Влияние накапливающихся случайных фазовых ошибок на функцию неопределенности линейно-частотно модулированных сигналов. — Сб. «Радиотехника», Вып. 6. Харьков, 1968, с. 20—22.
4. Кремер И. Я., Владимиров В. И., Карпухин В. И. Модулирующие помехи и прием радиосигналов. М., «Советское радио», 1972. 480 с.
5. Цурский Д. А., Алмазов В. Б. Способ оптимальной обработки широкополосных радиосигналов. Авторское свидетельство № 307692 с приоритетом от 30.12.1961. «Бюлл. изобр.» № 543684, 1962.
6. Кук Ч., Бернфельд. Радиолокационные сигналы. М., «Советское радио», 1971. 567 с.
7. Глэзер. Выделение сигнала самоприспосабливающимися фильтрами. — «Зарубежная радиоэлектроника», 1961, № 9, с. 3—21.
8. Корниенко Л. Г., Лосев А. И. Некоторые вопросы статистической теории секционированных антенн бегущей волны. — «Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая», 1972, вып. 6. с. 65—77.