УДК 621.396.67

Г. С. БОГОСЛОВСКИЙ, канд. техн. наук,
В. А. УСИН

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ФЛЮКТУАЦИЙ СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

Постановка задачи

Пусть имеем антенну с плоским раскрывом S_0 произвольной формы, лежащим в плоскости xoy (рис. 1), и амплитудно-фазовым распределением (АФР)

$$P(\vec{X}) = A(\vec{X}) e^{j\alpha(\vec{X})}, \tag{1}$$

где $\vec{X} \in S_0$ — радиус-вектор элемента $\vec{ds}$.

На антенну падает случайная комплексная волна, среднее направление прихода которой определяется ортом $\vec{k}^\circ$ (рис. 1):

$$s(X_1, z_1, t) = \dot{S}_1(\vec{X}_1, t)\, e^{j(\omega t + \vec{k}\,\vec{z}_1)} = B_1(\vec{X}_1, t)\, e^{j\beta(\vec{X}_1, t)}\, e^{j(\omega t + \vec{k}\,\vec{z}_1)} =$$

$$= \dot{S}_1\left(\|\Phi\|\,\vec{X}_1,\ t + \frac{\vec{k}\,\vec{X}}{\omega}\right) e^{j(\omega t + \vec{k}\,\vec{z}_1)} = \qquad (2)$$

$$= B\left(\vec{X}, t + \frac{\vec{k}\,\vec{X}}{\omega}\right) e^{j\beta\left(\vec{X}, t + \frac{\vec{k}\,\vec{X}}{\omega}\right)} e^{j\left(\omega t + \vec{k}\,\vec{z}_1\right)}$$

Здесь $\dot{S}_1$ — комплексная амплитуда случайной волны в координатах x_1, y_1, z_1;

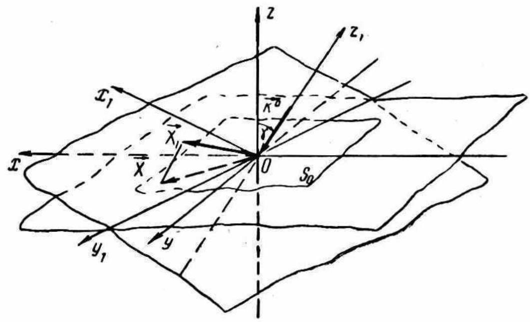

Рис. 1.

B, B_1 — амплитуда случайной волны в координатах x, y, z и x_1, y_1, z_1 соответственно;

β, β_1 — фаза случайной волны в координатах x, y, z и x_1, y_1, z_1 соответственно;

$\vec{X}_1$ — радиус-вектор точки, лежащей в плоскости x_1oy_1 (рис. 1), в среднем совпадающей с фронтом волны;

$\vec{k} = \vec{k}^\circ \dfrac{2\pi}{\lambda}$ — волновой вектор;

$$\|\Phi\| = \begin{Vmatrix} \dfrac{\cos\varphi}{\cos\gamma} & -\sin\varphi \\ \dfrac{\sin\varphi}{\cos\gamma} & \cos\varphi \end{Vmatrix} \qquad (3)$$

— матрица преобразования координат, связывающая векторы $\vec{X}$ и $\vec{X}_1$.

В матрице (3)

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\cos\beta}{\cos\gamma}.$$

Падающую случайную волну (2), флюктуации которой могут быть обусловлены, например, распространением в среде со случайными неоднородностями, будем считать эргодичной, пространственно локально однородной и мгновенно стационарной [1].

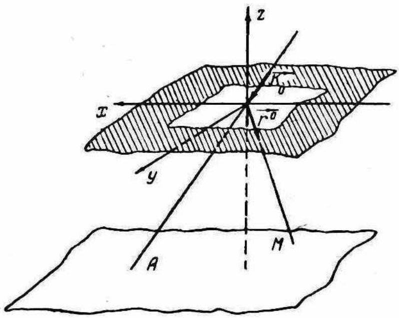

Рис. 2.

Задача состоит в определении пространственно-временной корреляционной функции флюктуаций падающей волны.

Для решения этой задачи воспользуемся выражением для интенсивности поля в точке фокальной плоскости антенны, определяемой ортом $\vec{r}^0$ (рис. 2) *:

$$|f_{\text{сл}}(t, \vec{r}^0, \vec{k}^0)|^2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\int P(\vec{X}')\, P^*(\vec{X}'')\dot{S}(\vec{X}', t + \frac{\vec{\psi}\,\vec{X}'}{\omega}) \times$$

$$\times\, \dot{S}^*(\vec{X}'', t + \frac{\vec{\psi}\,\vec{X}''}{\omega})\, e^{j\vec{\psi}(\vec{X}'-\vec{X}'')}\, d\vec{s}'\, d\vec{s}'', \qquad (4)$$

где $\vec{\psi} = |\vec{k}|(\vec{k}^0 - \vec{r}^0)$ — обобщенная координата точки наблюдения в фокальной плоскости.

Усредняя (4) по множеству реализаций или по времени (с учетом эргодичности), получаем

$$\overline{|f_{\text{сл}}(\vec{\psi})|^2} = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\!\!\int P(\vec{X}')\, P^*(\vec{X}'')\Gamma[\vec{X}' - \vec{X}'', \frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}' - \vec{X}'')] \times \qquad (5)$$

$$\times\, e^{j\vec{\psi}(\vec{X}'-\vec{X}'')}\, d\vec{s}'\, d\vec{s}''.$$

Здесь

$$\Gamma[\vec{X}' - \vec{X}'', \frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}' - \vec{X}'')] = \overline{\dot{S}(\vec{X}', t + \frac{\vec{\psi}\vec{X}'}{\omega}\dot{S}^*(\vec{X}'', t + \frac{\vec{\psi}\,\vec{X}''}{\omega})} \qquad (6)$$

* В дальнейшем будем использовать взаимность статистики поля вблизи сопряженных точек фокуса и бесконечно удаленной точки, являющуюся «статистическим обобщением» известного положения теории дифракции [2].

автокорреляционная функция флюктуаций поля, зависящая только от разностей координат и времени.

Поскольку $P(\vec{X})$ обычно известно, а распределение интенсивности $|f_{сл}(\vec{\psi})|^2$ может быть измерено, задача определения корреляционной функции сводится к решению интегрального уравнения (5).

Из-за трудностей, возникающих при решении уравнения (5) в общем виде, мы рассмотрим его при определенных ограничивающих предположениях о характере случайной волны (2).

Поперечная корреляционная функция

Вообще говоря, автокорреляционная функция флюктуаций комплексного поля, как следует из (5), (6), является функцией пространственных координат и времени.

Рассмотрим случай, когда время корреляции τ случайной волны (2) в направлении распространения удовлетворяет условию

$$\tau \ll \frac{(\vec{\psi}\,\vec{X})_{макс}}{\omega} = \frac{2L_{макс}}{c},$$

где $L_{макс}$ — максимальный линейный размер апертуры;
c — скорость света.

Тогда для любых значений переменных $\vec{X}', \vec{X}'' \in S_0$ комплексные амплитуды $\dot{S}$, $\dot{S}^*$ можно считать медленно меняющимися функциями времени при изменении $\frac{\vec{\psi}\vec{X}}{\omega}$ от 0 до $\frac{(\vec{\psi}\vec{X})_{макс}}{\omega}$, т. е. можно полагать

$$\dot{S}(\vec{X}', t + \frac{\vec{\psi}\,\vec{X}'}{\omega}) \simeq \dot{S}(\vec{X}', t);$$

$$\dot{S}^*(\vec{X}'', t + \frac{\vec{\psi}\vec{X}''}{\omega}) \simeq \dot{S}^*(\vec{X}'', t).$$

Из выражения (6) получаем, что пространственно-временная корреляционная функция зависит лишь от разности пространственных координат $\vec{X}' - \vec{X}''$, т. е.

$$\Gamma\left[\vec{X}' - \vec{X}'', \frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}' - \vec{X}'')\right] = \Gamma(\vec{X}' - \vec{X}'', 0) = \Gamma_{\perp}(\vec{X}' - \vec{X}''). \quad (7)$$

Уравнение (5) с учетом (7) принимает вид

$$|f_{сл}(\vec{\psi})|^2 = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} P(\vec{X}')\, P^*(\vec{X}'')\, \Gamma_{\perp}(\vec{X}' - \vec{X}'')\, e^{j\vec{\psi}(\vec{X}' - \vec{X}'')}\, \overrightarrow{ds'}\, \overrightarrow{ds''}. \quad (8)$$

Отметим, что именно в такой постановке рассматриваются задачи в статистической теории антенн [2].

Задача нахождения корреляционной функции флюктуаций $\Gamma(\vec{X}'-\vec{X}'')$ из интегрального уравнения (8) является в общем случае некорректной. Однако, если допустить, что функция измерена точно, то решение будет устойчивым [3—5]. Считая указанное выше допущение выполненным, для нахождения корреляционной функции вычислим обратное преобразование Фурье уравнения (8):

$$F(\vec{\eta})=\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{|f_{\text{сл}}(\vec{\psi})|^2 e^{-j\vec{\psi}\vec{\eta}}}\,d\vec{\psi}=$$

$$=\frac{1}{4\pi^2}\iiint\limits_{-\infty}^{\infty}P(\vec{X}')\,P(\vec{X}'')\,\Gamma_\perp(\vec{X}'-\vec{X}'')\,e^{j\vec{\psi}(\vec{X}'-\vec{X}'')}\,d\vec{s}''\,d\vec{s}''\,d\vec{\psi}. \qquad (9)$$

Изменив порядок интегрирования в (9) и учитывая, что

$$\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}e^{j\vec{\psi}(\vec{X}'-\vec{X}''-\vec{\eta})}\,d\vec{\psi}=\delta(\vec{X}'-\vec{X}''-\vec{\eta})$$

— дельта-функция Дирака, получим

$$F(\vec{\eta})=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}P(\vec{X}')\,P^*(\vec{X}'')\,\Gamma_\perp(\vec{X}'-\vec{X}'')\,\delta(\vec{X}'-\vec{X}''-\vec{\eta})\,d\vec{s}'\,d\vec{s}''=$$

$$=\Gamma_\perp(\vec{\eta})\,F_0(\vec{\eta}). \qquad (10)$$

Здесь

$$F_0(\vec{\eta})=\int\limits_{-\infty}^{\infty}P(\vec{X}''+\vec{\eta})\,P^*(\vec{X}'')\,d\vec{s}'' \qquad (11)$$

— автосвертка комплексного АФР (1).

Заметим; что в соответствии с (9)

$$F_0(\vec{\eta})=\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}|f(\vec{\psi})|^2 e^{-j\vec{\psi}\vec{\eta}}\,d\vec{\psi} \qquad (12)$$

— Фурье-преобразование распределения интенсивности при падении на антенну детерминированной волны с $\dot{S}(\vec{X},t)=1$.

Из (10) и (12) получаем соотношение, определяющее процедуру нахождения корреляционной функции:

$$\Gamma_{\perp}(\vec{\eta}) = \frac{\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{|f_{\text{сл}}(\vec{\psi})|^2 e^{-j\vec{\psi}\vec{\eta}}}\, d\vec{\psi}}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} P(\vec{X}''+\vec{\eta})\, P^*(\vec{X}'')\, d\vec{s}''} =$$

$$= \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{|f_{\text{сл}}(\vec{\psi})|^2 e^{-j\vec{\psi}\vec{\eta}}}\, d\vec{\psi}}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} |f(\vec{\psi})|^2 e^{-j\vec{\psi}\vec{\eta}}\, d\vec{\psi}}. \tag{13}$$

Алгоритм (13) может быть реализован на ЭВМ или с помощью оптико-электронных схем.

Предположим, что флюктуации комплексного поля являются фазовыми и логамплитудными. В этом случае комплексная амплитуда

$$\dot{S}(\vec{X}) = B_0(\vec{X})\, e^{\ln\frac{B(\vec{X})}{B(\vec{X})}}\, e^{j\beta(\vec{X})} = B_0(\vec{X})\, e^{l(\vec{X})+j\beta(\vec{X})}, \tag{14}$$

где $B_0(\vec{X})$ — неслучайная функция, которую можно отнести к распределению поля в раскрыве;

$l(\vec{X})$, $\beta(\vec{X})$ — независимые нормальные случайные процессы со средними $\overline{\beta(\vec{X})}=0$; $\overline{l(X)} = -\sigma_l^2$ — дисперсии логарифма амплитуды *.

В этом случае

$$\Gamma(\vec{\eta}) = \overline{\dot{S}(\vec{X}')\, \dot{S}^*(\vec{X}'-\vec{\eta})} =$$

$$= \overline{e^{l(\vec{X}')+l(\vec{X}'+\vec{\eta})+j[\beta(\vec{X}')-\beta(\vec{X}'-\vec{\eta})]}} = e^{-\frac{1}{2}D(\vec{\eta})}. \tag{15}$$

Здесь

$$D(\vec{\eta}) = D_l(\vec{\eta}) + D_\beta(\vec{\eta}) = \overline{[l(\vec{X}') - l(\vec{X}'-\vec{\eta})]^2} + \overline{[\beta(\vec{X}') - \beta(\vec{X}'-\vec{\eta})]^2}$$

— структурная функция волны.

Для нахождения $D(\vec{\eta})$ можно, согласно (13) и (15), воспользоваться соотношением

$$D(\vec{\eta}) = 2\ln\frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} P_1(\vec{X}''+\vec{\eta})\, P_1^*(\vec{X}'')\, d\vec{s}''}{\frac{1}{4\pi^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{|f_{\text{сл}}(\vec{\psi})|^2 e^{-j\vec{\psi}\vec{\eta}}}\, d\vec{\psi}}, \tag{16}$$

* Последнее является условием сохранения энергии для волны, распространяющейся через неоднородную среду [6].

где $P_1(\vec{X}) = P(\vec{X}) B_0(\vec{X})$.

В случае однородных фазовых флюктуаций определить дисперсию σ_β^2 и коэффициент корреляции флюктуаций фазы $r(\vec{\eta})$:

$$\sigma_\beta^2 [1 - r(\vec{\eta})] = \ln \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} P_1(\vec{X}'' + \vec{\eta}) P_1^*(\vec{\eta}) \, \vec{ds}''}{\frac{1}{4\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} |f_{сл}(\vec{\psi})|^2 e^{-i\vec{\psi}\vec{\eta}} \, d\vec{\psi}} . \quad (17)$$

Отметим, что $\Gamma_\perp(\vec{\eta})$, $D(\vec{\eta})$, $r(\vec{\eta})$ могут быть определены только для $|\vec{\eta}| < L_{макс}$ — максимального линейного размера апертуры. Действительно, для $|\vec{\eta}| > L_{макс}$

$$F_0(\vec{\eta}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} P(\vec{X} + \vec{\eta}) P^*(\vec{X}) \, \vec{ds} \equiv 0.$$

В заключение заметим, что для определения соответствующих характеристик во фронте падающей волны необходимо в соотношениях (13, (15), (17) выполнить преобразование координат

$$\vec{\xi} = \|\Phi\|^{-1} \vec{\eta},$$

где $\|\Phi\|^{-1}$ — матрица, обратная (3).

Примеры расчета

Получим расчетные формулы для $\Gamma_\perp(\vec{\eta})$ и $r(\vec{\eta})$ в случае использования антенн с известной формой раскрыва и равномерным амплитудным распределением.

Полагаем при этом, что

$$\vec{\psi}\vec{\eta} = \frac{2\pi}{\lambda} \nu \cos\alpha + \frac{2\pi}{\lambda} \mu \cos\beta = \psi_1 \nu + \psi_2 \mu, \quad (18)$$

где ν, μ — координаты в плоскости раскрыва.

Запись фазового запаздывания в виде (18) соответствует двум возможным схемам измерения средней интенсивности поля.

1. Измерению $\overline{|f_{сл}(\vec{\psi})|^2}$ в фокальной плоскости антенны (дальней зоне экрана) при нормальном падении волны. Тогда $\vec{\psi}\vec{\eta} = \vec{r}\vec{\eta}$, $\cos\alpha$, $\cos\beta$ в (17) — направляющие косинусы орта r^0.

2. Измерению $\overline{|f_{\text{сл}}(\vec{\psi})|^2}$ в фокусе антенны (в дальней зоне экрана в направлении, перпендикулярном к плоскости экрана). В этом случае $\vec{\psi}(\vec{\eta})=\vec{k}\vec{\eta}$, $\cos\alpha$, $\cos\beta$ в (17) — направляющие косинусы орта $\vec{k}^0$ (рис. 2).

Квадратная апертура $L\times L$ **, стороны которой параллельны осям** ox, oy. Функция корреляции комплексного поля

$$\Gamma_\perp(\vec{\eta})=\Gamma_\perp(\nu,\mu)=\frac{F(\nu,\mu)}{F_0(\nu,\mu)}.$$

При $P(\vec{X})=\Pi(x)\Pi(y)$, где $\Pi(u)=\begin{cases}1, & |u|\leqslant\frac{1}{2},\\ 0, & |u|>\frac{1}{2},\end{cases}$

$$F_0(\nu,\mu)=\iint\limits_{-L/2}^{L/2}\Pi(x+\nu)\,\Pi(x)\,\Pi(y+\mu)\,\Pi(y)\,dx\,dy=L^2\Delta(\nu)\,\Delta(\mu).$$

Здесь

$$\Delta(\tau)=\begin{cases}1-\frac{|\tau|}{2}, & |\tau|\leqslant 2;\\ 0 & , |\tau|>2.\end{cases}$$

Тогда

$$\Gamma_\perp(\nu,\mu)=\frac{\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{|f_{\text{сл}}(\psi_1,\psi_2)|^2}\,e^{-i(\psi_1\nu+\psi_2\mu)}d\psi_1\,d\psi_2}{4\pi^2L^2\Delta(\nu)\,\Delta(\mu)},\tag{19}$$

где ψ_1, ψ_2 определены соотношением (18).

В случае однородных фазовых флюктуаций

$$\sigma^2[1-r(\nu,\mu)]=\ln\frac{4\pi^2L^2\Delta(\nu)\,\Delta(\mu)}{\iint\limits_{-\infty}^{\infty}\overline{|f_{\text{сл}}(\psi_1\,\psi_2)|^2}e^{-i(\psi_1\nu+\psi_2\mu)}d\psi_1\,d\psi_2},\tag{20}$$

что совпадает с данными работы [7].

Круглая апертура диаметра L **с центром в начале координат.** При

$$P(\vec{X})=A(x,y)=\begin{cases}1, & x^2+y^2\leqslant\frac{L^2}{4}\\ 0, & x^2+y^2>\frac{L^2}{4}\end{cases};$$

$$F_0(\vec{\eta})=\int\limits_{-\infty}^{\infty}P(\vec{X}+\vec{\eta})\,P^*(\vec{X})\,\overrightarrow{ds}=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}A(x+\nu,y+\mu)\,A(x,y)\,dx\,dy=$$

$$=\frac{L^2}{4}(\alpha-\sin\alpha),$$

где

$$\alpha = 2\arcsin \frac{\sqrt{L^2 - \nu^2 - \mu^2}}{L}.$$

Функция корреляции комплексного поля

$$\Gamma_{\perp}(\nu, \mu) = \frac{\iint\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{|f_{сл}(\psi_1, \psi_2)|^2}\, e^{-j(\psi_1\nu + \psi_2\mu)}\, d\psi_1\, d\psi_2}{\pi^2 L^2 (\alpha - \sin\alpha)}. \tag{21}$$

В случае однородных фазовых флуктуакций

$$\sigma^2 [1 - r(\nu, \mu)] = \ln \frac{\pi^2 L^2 (\alpha - \sin\alpha)}{\iint\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{|f_{сл}(\psi_1, \psi_2)|^2}\, e^{-j(\psi_1\nu + \psi_2\mu)}\, d\psi_1\, d\psi_2}. \tag{22}$$

Линейная антенна длины L, расположенная вдоль оси ox. В этом случае, как легко показать,

$$\Gamma_{\perp}(\nu) = \frac{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{|f_{сл}(\psi)|^2}\, e^{-j\psi\nu}\, d\nu}{2\pi L \Delta(\nu)}; \tag{23}$$

$$\sigma^2 [1 - r(\nu)] = \ln \frac{2\pi L \Delta(\nu)}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} \overline{|f_{сл}(\psi)|^2}\, e^{-j\psi\eta}\, d\psi}. \tag{24}$$

В соотношениях (23), и (24)

$$\Delta(\nu) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|\nu|}{2}, & |\nu| \leqslant 2; \\ 0, & |\nu| > 2; \end{cases} \qquad \psi = \frac{2\pi}{\lambda} \sin\theta;$$

Θ — угол, отсчитываемый от оси oz.

Задача определения $\Gamma_{\perp}(\nu, \mu)$ и $r(\nu, \mu)$ сводится, таким образом, к измерению распределения интенсивности $\overline{|f_{сл}(\psi)|^2}$ и вычислению его Фурье-преобразования.

Продольная корреляционная функция

Допустим, что интервал корреляции ρ случайной волны (2) в направлении, перпендикулярном к направлению распространения ее, удовлетворяет неравенству

$$\rho \gg L_{макс}, \tag{25}$$

которое означает, что для всех $\vec{X}', \vec{X}'' \in S_0$ справедливы приближенные соотношения

$$\dot{S}\left(X', t + \frac{\vec{\psi}\vec{X}'}{\omega}\right) \simeq \dot{S}\left(0, t + \frac{\vec{\psi}\vec{X}'}{\omega}\right);$$

$$\dot{S}^*\left(X'', t + \frac{\vec{\psi}\vec{X}''}{\omega}\right) \simeq \dot{S}^*\left(0, t + \frac{\vec{\psi}\vec{X}''}{\omega}\right).$$

В этом случае из (6) получаем, что пространственно-временная корреляционная функция зависит только от времени, т. е.

$$\Gamma\left[\vec{X}'-\vec{X}'',\ \frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}'-\vec{X}'')\right] \cong \Gamma\left[0, \frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}'-\vec{X}'')\right]=$$

$$= \Gamma_{||}\left[\frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}'-\vec{X}'')\right]. \tag{26}$$

С учетом (26) уравнение (5) принимает вид

$$\overline{f_{\text{сл}}(\vec{\psi})|^2} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} P(\vec{X}')\,P^*(\vec{X}'')\,\Gamma_{||}\left[\frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}'-\vec{X}'')\right] e^{j\vec{\psi}(\vec{X}'-\vec{X}'')}\,d\vec{s}'\,d\vec{s}'', \tag{27}$$

где $\Gamma[\frac{\vec{\psi}}{\omega}(\vec{X}'-\vec{X}'')]$ — продольная (временная) корреляционная функция флуктуаций поля.

Решение полученного интегрального уравнения может быть найдено в ограниченном числе случаев. Так, если антенна линейна, синфазна и распределение амплитуд равномерно

$$P(\vec{X}) = \Pi(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant \dfrac{L}{2}; \\ 0, & |x| > \dfrac{L}{2}, \end{cases}$$

то уравнение (27) принимает вид

$$\overline{|f_{\text{сл}}(\psi)|^2} = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \Pi(x_1)\,\Pi(x_2)\,\Gamma^1_{||}[\psi(x_1-x_2)]\,e^{j\psi(x_1-x_2)}\,dx_1\,dx_2. \tag{28}$$

Здесь

$$\Gamma^1_{||}[\psi(x_1-x_2)] = \Gamma_{||}\left[\frac{\psi}{\omega}(x_1-x_2)\right]. \tag{29}$$

После замены переменных $x_1 - x_2 = \nu$ и интегрирования получим вместо (28)

$$\overline{|f_{\text{сл}}(\psi)|^2} = 2\int\limits_{-\infty}^{\infty} \Delta(\nu)\,\Gamma^1_{||}(\psi\nu)\,e^{j\psi\nu}\,d\nu. \tag{30}$$

Полагая продольную функцию автокорреляции симметричной относительно аргумента $\psi\nu$ и переходя к нормированной диаграмме направленности, запишем (30) в виде

$$\overline{|F_{\text{сл}}(\psi)|^2} = \int\limits_0^2 \left(1-\frac{\nu}{2}\right)\Gamma^1_{||}(\psi\nu)\cos\psi\nu\,d\nu. \tag{31}$$

Сделав в (31) замену переменных $\psi\nu = t$ и продифференцировав его дважды по ψ, получим выражение для искомой функции:

$$\Gamma^{1}_{\parallel}(2\psi) = \frac{[\psi^2(\overline{|F_{\text{сл}}(\psi)|^2})'_{\psi}]'_{\psi}}{2\psi\cos\psi}. \tag{32}$$

Для получения искомой функции автокорреляции во временной области необходимо в функции (32) изменить масштаб в $^1/_2\,\omega$ раз.

Отметим, что информацию о продольной функции корреляции можно получить только для

$$0 < \tau < 2t_{\text{А макс}} \tag{33}$$

или

$$0 < \tau < t_{\text{А макс}}, \tag{34}$$

где

$$t_{\text{А макс}} = \frac{(\vec{\psi}\vec{X})_{\text{макс}}}{\omega} = \frac{L_{\text{макс}}}{c}$$

— максимальное запаздывание поля от наиболее удаленных участков апертуры в точку наблюдения. Условие (33) соответствует скользящему, а (34) — нормальному падению волны.

Авторы считают своим долгом выразить благодарность Я. С. Шифрину за ряд ценных советов и постоянное внимание к работе и В. И. Замятину за обсуждение постановки настоящей задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние на шероховатых поверхностях. М., «Советское радио», 1972, 424 с.
2. Шифрин Я. С. Вопросы статистической теории антенн. М., «Советское радио», 1970. 383 с.
3. Тихонов А. Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. Докл. АН СССР, т. 151, № 3, 1963, с. 501—504.
4. Турчин В. Ф. Решение уравнения Фредгольма 1 рода в статистическом ансамбле гладких функций. «Ж. вычисл. мат. и матем. физ.», т. 7, № 6, 1967, с. 1270—1284.
5. Шифрин Я. С., Перельман А. Я. Определение спектра частиц дисперсной системы по данным о ее прозрачности. — «Опт. и спектроскопия», т. XV, вып. 4, 1963, с. 533—542.
6. Fried D. L. Optical Resolution Through Randomly Inhomogeneous Medium for Very Long and Very Short Exposures. JOSA, vol. 56, № 10, 1966, p. 1372—1379.
7. Богословский Г. С., Усин В. А. Об одном применении методов статистической теории антенн.— Сб. «Антенны». Вып. 9. М., «Связь», 1970, с. 62—71.