УДК 538.574.6(4)

А. М. АНДРУСЕНКО, канд. физ.-мат. наук,
В. Ф. КРАВЧЕНКО, канд. физ.-мат. наук,
А. Ф. СУК

ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ОТРАЖАТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР С ЧАСТИЧНЫМ «ЧЕРНЫМ» ПОКРЫТИЕМ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В современной технике СВЧ широко используются радиопоглощающие покрытия, близкие по свойствам к идеально поглощающим («черным»). Анализ энергетических и фазовых характеристик дифракционного поля проведен для наиболее простых «черных» тел (цилиндр, сфера, клин и полуплоскость) [1]. В связи с этим определенный интерес представляет исследование свойств периодических структур с частичным покрытием идеальным поглотителем. Такие структуры могут найти применение в качестве антенных решеток со слабой зависимостью коэффициента отражения от угла падения.

Рассмотрим рассеяние плоских электромагнитных волн на периодических структурах, представленных на рис. 1, 2.

Анализ структуры, изображенной на рис. 1

H-поляризация

Магнитный вектор плоской волны, падающей на структуру под произвольным углом Ψ, параллелен оси $0x$.

Тогда

$$H_x^{\text{пад}} = e^{-ik(\alpha z-\beta y)}; \tag{1}$$

$$E_y = -\frac{1}{ik\varepsilon}\cdot\frac{\partial H_x}{\partial z};$$

$$H_y^{\text{пад}} = H_z^{\text{пад}} = E_x^{\text{пад}} = 0,$$

где

$$\alpha = \cos\Psi, \quad \beta = \sin\Psi.$$

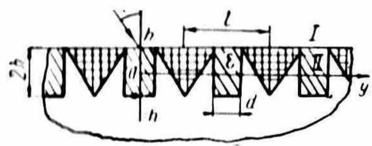

Рис. 1. Периодическая структура с частичным «черным» покрытием профиля в плоскости $x0y$ при $z = h$.

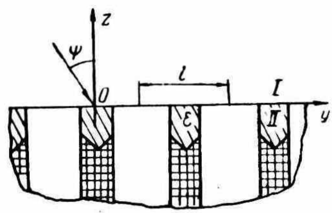

Рис. 2. Периодическая структура с частичным «черным» покрытием в плоскости $x0y$ при $z = -h$.

Используя симметрию и периодичность структуры, электромагнитное поле в I и II области представим в следующем виде:

$$H_{x1} = e^{ik\beta y}\left[e^{-ik\alpha z} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\gamma_n(z-h)} e^{in\nu}\right];$$

$$E_{y1} = e^{ik\beta y}\left[\alpha e^{-ik\alpha z} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\gamma}_n a_n e^{i\gamma_n(z-h)} e^{in\nu}\right]; \tag{2}$$

$$H_{x2} = e^{ikN\beta Nl}\sum_{m=0}^{\infty}\left(b_m e^{iq_m z} + c_m e^{-iq_m z}\right)\cos\frac{m\pi}{d}\left(y+\frac{d}{2}-Nl\right); \tag{3}$$

$$E_{y2} = -e^{ik\beta Nl}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{\tilde{q}_m}{\varepsilon}\left(b_m e^{iq_m z} - c_m e^{-iq_m z}\right)\cos\frac{m\pi}{d}\left(y+\frac{d}{2}-Nl\right)$$

где

$$\nu=\frac{2\pi}{l}y,\quad \gamma_n=\sqrt{k^2-h_n^2},\ h_n=k\beta+\frac{2\pi n}{l};$$

$$q_m=\sqrt{k^2\varepsilon-\left(\frac{m\eta}{d}\right)^2},\ \tilde{\gamma}_n=\sqrt{1-\left(\beta+\frac{n}{\varkappa}\right)^2};$$

$$\tilde{q}_m=\sqrt{\varepsilon-\left(\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right)^2},\ \varkappa=\frac{l}{\lambda},\ \theta=\frac{\pi d}{l}.$$

Электромагнитные поля (2) и (3) должны удовлетворять граничным условиям

$$\left.\begin{aligned}\vec{H}_{tg1}&=\vec{H}_{tg2}\\ \vec{E}_{tg1}&=\vec{E}_{tg2}\end{aligned}\right\} z=h,\quad |\nu|<\theta; \tag{4}$$

$$\vec{E}_{tg2}=0,\ z=-h,\ |\nu|\leqslant\pi; \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned}\vec{H}_{tg1}&=\vec{H}^{\text{пад}}_{tg}\\ \vec{E}_{tg1}&=\vec{E}^{\text{пад}}_{tg}\end{aligned}\right\} z=h,\ \theta\leqslant|\nu|\leqslant\pi. \tag{6}$$

Подставляя (2), (3) в (4) — (6) и используя метод переразложения [2], получаем выражение для амплитуд рассеянного поля:

$$a_n^{\text{н}}=\frac{\theta}{\pi}\cdot\frac{1}{1+\tilde{\gamma}_n}\left\{\delta_n^-+\sum_{m=0}^{\infty}c_m S_{mn}^+\right\}, \tag{7}$$

где c_m определяется из системы алгебраических уравнений I рода:

$$\sum_{m=0}^{\infty}c_m\left(\varphi_m-\frac{1-\tilde{\gamma}_n}{1+\tilde{\gamma}_n}\right)S_{mn}^+=\frac{1-\tilde{\gamma}_n}{1+\tilde{\gamma}_n}\,\delta_n^--\delta_n^+, \tag{8}$$

где

$$c_m=b_m\varphi_m^+,\ \varphi_m=\varphi_m^-/\varphi_m^+;$$

$$\delta_n^\pm=-(1\pm\alpha)e^{-2i\varkappa\Delta\alpha}\cdot\frac{\sin n\theta}{n\theta};\quad \Delta=\frac{\pi h}{l};$$

$$\varphi_m^\pm=2e^{-2i\tilde{q}_m\varkappa\Delta}\Big[\cos(4\tilde{q}_m\varkappa\Delta)\pm i\frac{\tilde{q}_m}{\varepsilon}\sin(4\tilde{q}_m\varkappa\Delta);$$

$$S_{mn}^{\pm}=\frac{i^m}{2\pi\theta}\left\{(-1)^n\sigma(\theta)\left[\frac{\sin\pi\xi_m^-}{n+\xi_m^-}\pm(-1)^m\frac{\sin\pi\xi_m^+}{n+\xi_m^+}\right]+\right.$$

$$\left.+\pi\left[\frac{\sin(n+\xi_m^-)\theta}{n+\xi_m^-}\pm(-1)^m\frac{\sin(n+\xi_m^+)\theta}{n+\xi_m^+}\right]\right\}; \qquad (9)$$

$$\sigma(\theta)=\begin{cases}\pi, & |\theta|=\pi;\\ 0 & |\theta|\neq\pi;\end{cases}$$

$$\xi_m^{\pm}=\varkappa\left(\beta\pm\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right).$$

E-поляризация

Электрический вектор плоской волны, падающей на структуру под произвольным углом Ψ, параллелен оси $0x$. Тогда

$$E_x^{\text{пад}}=e^{-ik(\alpha z-\beta y)};$$

$$H_y=\frac{1}{ik}\cdot\frac{\partial E_x}{\partial z};$$

$$E_y^{\text{пад}}=E_z^{\text{пад}}=H_x^{\text{пад}}=0. \qquad (10)$$

Записывая поля аналогично (2), (3) и удовлетворяя граничным условиям (4) — (6), получаем выражение для амплитуд рассеянного поля a_n^E:

$$a_n^E=\frac{\theta}{\pi}\cdot\frac{1}{1+\tilde{\gamma}_n}\left\{\delta_n^-+\sum_{m=0}^{\infty}D_mS_{mn}^-\right\}, \qquad (11)$$

где D_m определяются из следующей системы алгебраических уравнений:

$$\sum_{m=0}^{\infty}D_m\left(\chi_m-\frac{1-\tilde{\gamma}_n}{1+\tilde{\gamma}_n}\right)S_{mn}^-=\frac{1-\tilde{\gamma}_n}{1+\tilde{\gamma}_n}\delta_n^--\delta_n^+, \qquad (12)$$

где

$$\chi_m=\chi_m^+/\chi_m^-;$$

$$\chi_m^{\pm}=2e^{-2i\tilde{q}_m\varkappa\Delta}[\sin(4\tilde{q}_m\varkappa\Delta)\pm i\tilde{q}_m\cos(4\tilde{q}_m\varkappa\Delta)]. \qquad (13)$$

Системы (8), (12) могут быть решены численно. Скорость убывания диагональных элементов матриц порядка $\sin m\Theta/m^2$.

В случае $\varkappa \ll 1$ и $\Delta\varkappa \ll 1$ можно получить приближенные выражения для a_0^E, a_0^H:

$$a_0^H = \theta/\pi, \quad a_0^E = -\frac{\theta}{\pi} \cdot \frac{1-3\alpha}{1+\alpha}, \tag{14}$$

Кроме того, при $\varkappa \ll 1$ и $\varkappa\Theta \ll 1$

$$a_0^H = -\frac{\theta}{\pi} \cdot \frac{1-\alpha}{1+\alpha} e^{-2i\alpha\varkappa\Delta} \tag{15}$$

Анализ структуры, представленной на рис. 2

H-поляризация

Падающее и рассеянные поля задаются соотношениями (1) и (2). Вид поля внутри канавок выбираем из условия автоматического удовлетворения волновому уравнению, граничным условиям на идеально проводящих вертикальных стенках канавок и на идеальном поглотителе. Третье требование дает отсутствие «выходящих волн» внутри канавок.
Тогда

$$\begin{aligned} H_{x2} &= e^{ik\beta Nl} \sum_{m=0}^{\infty} b_m e^{-iq_m z} \cos\frac{m\pi}{d}\left(y+\frac{d}{2}-Nl\right); \\ E_{y2} &= e^{ik\beta Nl} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\tilde{q}_m}{\varepsilon} b_m e^{-iq_m z} \cos\frac{m\pi}{d}\left(y+\frac{d}{2}-Nl\right). \end{aligned} \tag{16}$$

При нахождении неизвестных амплитуд a_n подставим выражения для полей (2), (16) в граничные условия:

$$\begin{aligned} &\left.\begin{aligned} \vec{H}_{tg1} &= \vec{H}_{tg2} \\ \vec{E}_{tg1} &= \vec{E}_{tg2} \end{aligned}\right\} z=0, \quad |\nu| < \theta; \\ &E_{tg1} = 0, \quad z = 0 \quad \theta \leqslant |\nu| \leqslant \pi. \end{aligned} \tag{17}$$

Сделав преобразования, аналогичные проделанным в предыдущих разделах, получим для a_n^H систему линейных алгебраических уравнений II рода:

$$a_n^H = \sum_{s=-\infty}^{\infty} P_{ns} a_s + \Gamma_n, \tag{18}$$

где

$$P_{ns}=P_{ns}^{(0)}+P_{ns}^{(1)}, \quad \Gamma_n=\Gamma_n^{(0)}+\Gamma_n^{(1)};$$

$$\Gamma_n^{(0)}=-i\delta_0^n-\frac{\varkappa\theta}{\pi\sqrt{\varepsilon}}\cdot\frac{\sin\varkappa\beta\theta\sin(n+\beta\varkappa)\theta}{\sqrt{\varkappa^2-(n+\beta\varkappa)^2}\varkappa\beta\theta(n+\beta\varkappa)\theta};$$

$$\Gamma_n^{(1)}=-\frac{2\beta\varkappa\theta^2}{\pi\varepsilon}\frac{(n+\beta\varkappa)}{\sqrt{\varkappa^2-(n+\beta\varkappa)^2}}\cdot\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sqrt{\varepsilon(\varkappa\theta)^2-\left(\frac{m\pi}{2}\right)^2}}{(\beta\varkappa\theta)^2-\left(\frac{m\pi}{2}\right)^2}\times$$

$$\times\frac{\sin\left(\beta\varkappa\theta-\frac{m\pi}{2}\right)\sin\left[(n+\beta\varkappa)\theta-\frac{m\pi}{2}\right]}{(n+\beta\varkappa)^2\theta^2-\left(\frac{m\pi}{2}\right)^2}; \tag{19}$$

$$P_{ns}^{(0)}=-\frac{\varkappa\theta}{\pi\sqrt{\varepsilon}}\frac{\sin(n+\beta\varkappa)\theta}{\sqrt{\varkappa^2-(n+\beta\varkappa)^2}(n+\beta\varkappa)\theta}\cdot\frac{\sin(s+\beta\varkappa)\theta}{(s+\beta\varkappa)\theta};$$

$$P_{ns}^{(1)}=-\frac{2\theta^2(n+\beta\varkappa)}{\pi\varepsilon\sqrt{\varkappa^2-(n+\beta\varkappa)^2}}\times$$

$$\times\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sqrt{\varepsilon(\varkappa\theta)^2-\left(\frac{m\pi}{2}\right)^2}\sin\left[(n+\beta\varkappa)\theta-\frac{m\pi}{2}\right]}{(n+\beta\varkappa)^2\theta^2-\left(\frac{m\pi}{2}\right)^2}\times$$

$$\times\frac{\sin\left[(\varkappa\beta+s)\theta-\frac{m\pi}{2}\right]}{(s+\beta\varkappa)^2\theta^2-\left(\frac{m\pi}{2}\right)^2}; \qquad \delta_0^n=\begin{cases}1, & n=0;\\ 0, & n\neq 0.\end{cases}$$

В случае $\theta\ll 1$, $\varkappa\ll 1$ аналогично [2] можно получить приближенное решение системы (18) для амплитуды нулевой гармоники рассеянного поля:

$$a_0^H=\frac{(\alpha Q-1)\theta-i\pi\sqrt{\varepsilon}\alpha}{(1+i\alpha Q)\theta+\pi\sqrt{\varepsilon}\alpha}, \tag{20}$$

где

$$Q=\lim_{\substack{\varkappa\to 0\\ \theta\to 0}}2\varkappa\ln\sin\frac{\theta}{2}.$$

E-поляризация

Падающее поле задается соотношениями (10). Используя соображения, изложенные при анализе структуры рис. 1 и граничные условия (17), получаем систему функциональных уравнений:

$$e^{ik\beta y}\left[1+\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^E e^{in\nu}\right]=\sum_{m=0}^{\infty} b_m \sin\frac{m\pi}{d}\left(y+\frac{d}{2}\right);$$

$$e^{ik\beta y}\left[\alpha-\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^E \tilde{\gamma}_n e^{in\nu}\right]=\sum_{m=0}^{\infty} \tilde{q}_m b_m \sin\frac{m\pi}{d}\left(y+\frac{d}{2}\right); \quad (21)$$

$$1+\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n^E e^{in\nu}=0; \qquad \theta\leqslant|\nu|\leqslant\pi.$$

Второе и третье уравнения (21) образуют задачу Римана—Гильберта. Пользуясь методом решения таких задач, изложенным в [3], и выражая b_m через a_n^E из первого уравнения (21), получаем систему линейных уравнений для нахождения амплитуд рассеянного поля:

$$Y_k=-2i\alpha\varkappa V_k^0+\sum_{s=-\infty}^{\infty} Y_s\left\{\frac{|s+\beta\varkappa|}{s+\beta\varkappa}\chi_s V_k^s+\frac{1}{4\pi\varkappa\theta}\times\right.$$

$$\left.\times\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{q}_m\frac{\tilde{\alpha}_{mn}\tilde{\alpha}_{ms}}{s+\beta\varkappa}V_k^n\right\}+2\sum_{s=-1}^{g} Y_k V_k^s+2cR_k; \quad (22)$$

$$0=-2i\alpha\varkappa V_\sigma^0+\sum_{s=-\infty}^{\infty} Y_s\left\{\frac{|s+\beta\varkappa|}{s+\beta\varkappa}\chi_s V_\sigma^s+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{4\pi\varkappa\theta}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\tilde{q}_m\frac{\tilde{\alpha}_{mn}\tilde{\alpha}_{ms}}{s+\beta\varkappa}V_\sigma^n\right\}+2\sum_{s=-1}^{g} Y_s V_\sigma^s+2cR_\sigma,$$

где

$$Y_n=f_n(n+\beta\varkappa);\quad f_0=1+a_0^E;\quad f_n=a_n^E;\ R_k=\frac{1}{2}P_k(u);$$

$$\chi_n=1+i\sqrt{\frac{\varkappa^2}{(n+\beta\varkappa)^2}-1};\quad R_\sigma=\frac{\pi}{2\sin\pi\beta\varkappa}P_{\beta\varkappa-1}(u);$$

$$a_{mn}=e^{i\frac{m\pi}{2}}\frac{\left(\beta+\frac{n}{\varkappa}+\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right)\sin\left[\left(\beta+\frac{n}{\varkappa}-\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right)\pi\varkappa\theta\right]}{\left(\beta+\frac{n}{\varkappa}\right)^2-\left(\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right)^2}-$$

$$-e^{-i\frac{m\pi}{2}}\frac{\left(\beta+\frac{n}{\varkappa}-\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right)\sin\left[\left(\beta+\frac{n}{\varkappa}+\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right)\pi\varkappa\theta\right]}{\left(\beta+\frac{n}{\varkappa}\right)^2-\left(\frac{m\pi}{2\varkappa\theta}\right)^2}; \qquad (23)$$

$$V_k^s=\frac{k+1}{2(k-1)}\left[P_k(u)P_{s+1}(u)-P_{k+1}(u)P_s(u)\right]; \quad k\neq s$$

$$V_\sigma^s=V^s_{-\beta\varkappa}\cdot\frac{\pi}{2\sin\pi\varkappa\beta}; \; u=\cos\theta;$$

g — целая часть $\beta\varkappa$, c — константа.

Таким образом, проведен полный анализ дифракционных свойств структур рис. 1 и 2. Получены системы линейных алгебраических уравнений для нахождения амплитудных и фазовых характеристик рассеянного поля. Все системы обладают достаточной сходимостью, позволяющей исследовать их численно на ЭВМ. Кроме того, в некоторых частных случаях найдены амплитуды нулевых гармоник в длинноволновом приближении, позволяющие оценить дифракционные свойства исследуемых структур. В частности, коэффициент отражения, определяемый формулами (14), (15) и (20), дает правильные переходы к идеально черной и идеально отражающей плоскостям при $\theta\to 0$ и $\theta\to\pi$ соответственно. Решения получены для случаев E- и H-поляризации падающего поля, что позволяет, пользуясь принципом линейной суперпозиции, исследовать случай произвольной поляризации падающей волны.

Подобные структуры могут найти применение в качестве антенных отражательных решеток со слабой зависимостью коэффициента отражения от угла падения и отражательных решеток в генераторах дифракционного излучения. Численный анализ полученных систем будет представлен в последующих работах.

Выражаем благодарность В. Г. Сологубу за полезные замечания при обсуждении результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захарьев Л. Н., Леманский А. А. Рассеяние волн «черными» телами. М., «Сов. радио», 1972. 288 с.
2. Сологуб В. Г. Наклонное падение H-поляризованной плоской волны на периодическую решетку, составленную из брусьев прямоугольного сечения.— Сб. «Радиотехника». Вып. 4. Харьков. 1961, с. 3—10.

3. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков, 1971. 400 с.