

ИЗМЕРЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ  
ПРОНИЦАЕМОСТИ ЛИСТОВЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ  
В МИЛЛИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ ВОЛН

Вопросам измерения диэлектрической проницаемости материалов посвящено много работ. Однако до настоящего времени нет еще удобного метода для измерения проницаемости особенно листовых диэлектриков любых размеров и произвольной толщины, удовлетворяющего точности измерения.

В настоящей работе рассматривается один из методов, применяемых для измерения листовых материалов, использующий закономерности отражения и прохождения электромагнитной волны через слой диэлектрика.

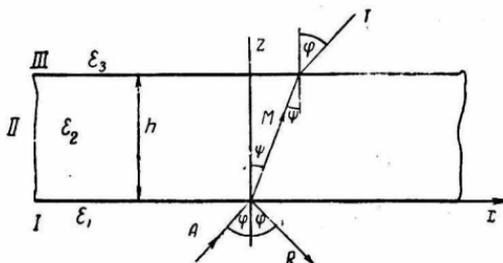


Рис. 1.

При решении поставленной задачи о прохождении плоской электромагнитной волны через слой диэлектрика будем пользоваться правой системой декартовых координат, как это показано на рис. 1. Волна падает на слой диэлектрика снизу под углом  $\varphi$ . Волновой вектор  $\vec{k}_1$  считаем расположенным в плоскости падения, совпадающей с плоскостью  $xoz$ . Ось  $y$  направлена перпендикулярно к плоскости чертежа.

Поле во всем пространстве считаем удовлетворяющим уравнению Максвелла:

$$\text{rot} \vec{E}_n = jk_{\varphi_n} \vec{H}_n; \quad (1)$$

$$\text{rot} H_n = -jk_{\varepsilon_n} \vec{E}_n,$$

где  $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ , индекс  $n = 1, 2, 3$  означает номер среды, в которой рассматривается поле.

Граничные условия на поверхности диэлектрика состоят в непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного поля:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{1t} &= \vec{E}_{2t}; & \vec{H}_{1t} &= \vec{H}_{2t}; \\ \vec{E}_{2t} &= \vec{E}_{3t}; & \vec{H}_{2t} &= \vec{H}_{3t}.\end{aligned}\quad (2)$$

Будем считать временную зависимость имеющей вид  $e^{-j\omega t}$  и в дальнейшем для краткости этот множитель будем опускать. Кроме того, считаем, что  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ;  $\epsilon_2 = \epsilon_3$ ;  $\epsilon_1 = \epsilon$ . Здесь  $\mu$  — магнитная, а  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость соответствующей среды.

Поле в среде 1 ищем в виде суммы падающего и отраженного полей:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}_r, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}\vec{E}_0 &= \vec{A}_0 e^{j(k_1 x \sin \varphi + k_1 z \cos \varphi)}; \\ E_r &= \vec{A}_r e^{j(k_1 x \sin \varphi - k_1 z \cos \varphi)}.\end{aligned}\quad (4)$$

Поле прошедшей волны, т. е. в среде 3 за слоем диэлектрика

$$\vec{E}_t = \vec{A}_t e^{j(k_3 x \sin \varphi + k_3 z \cos \varphi)}; \quad (5)$$

электрическое поле внутри диэлектрика

$$\vec{E}_2 = \vec{M} e^{j(k_2 x \sin \Psi + k_2 z \cos \Psi)} + \vec{N} e^{j(k_2 x \sin \Psi - k_2 z \cos \Psi)}, \quad (6)$$

где  $\vec{E}_0$ ,  $\vec{E}_r$ ,  $\vec{E}_t$  — векторные амплитуды падающей, отраженной и прошедшей волн;

$\vec{M}$ ,  $\vec{N}$  — векторные амплитуды внутри слоя диэлектрика;  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  — волновые векторы каждой из этих сред;

$$k_1 = k_3 = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad k_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon}.$$

Из граничных условий для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  на плоскости  $z = 0$  находим

$$(A_{\parallel} - A_{\parallel \text{отр}}) \cos \varphi = (M_{\parallel} - N_{\parallel}) \cos \Psi; \quad (7)$$

$$k_1 (A_{\perp} - A_{\perp \text{отр}}) \cos \varphi = (M_{\perp} - N_{\perp}) k_2 \cos \Psi; \quad (8)$$

$$A_{\perp} + A_{\perp \text{отр}} = M_{\perp} + N_{\perp}; \quad (9)$$

$$k_1 (A_{\parallel} + A_{\parallel \text{отр}}) = k_2 (M_{\parallel} + N_{\parallel}). \quad (10)$$

На плоскости  $z = h$  граничные условия дают

$$(M_{\parallel} e^{jk_2 h \cos \Psi} - N_{\parallel} e^{-jk_2 h \cos \Psi}) \cos \Psi = A_{\parallel \text{np}} \cos \varphi e^{jk_1 h \cos \varphi}; \quad (11)$$

$$(M_{\parallel} e^{jk_2 h \cos \Psi} + N_{\parallel} e^{-jk_2 h \cos \Psi}) k_2 = A_{\parallel \text{np}} k_3 e^{jk_1 h \cos \varphi}; \quad (12)$$

$$M_{\perp} e^{jk_2 h \cos \Psi} + N_{\perp} e^{-jk_2 h \cos \Psi} = A_{\perp \text{np}} e^{jk_1 h \cos \varphi}; \quad (13)$$

$$(M_{\perp} e^{jk_2 h \cos \Psi} - N_{\perp} e^{-jk_2 h \cos \Psi}) k_2 = A_{\perp \text{np}} \cos \varphi e^{jk_1 h \cos \varphi}. \quad (14)$$

Здесь  $A_{\parallel}, A_{\perp}$  — скалярные амплитуды падающей волны;  
 $A_{\parallel \text{отр}}, A_{\perp \text{отр}}$  — скалярные амплитуды отраженной волны;  
 $A_{\parallel \text{пр}}, A_{\perp \text{пр}}$  — прошедшей волны;  
 $M_{\parallel}, M_{\perp}, N_{\parallel}, N_{\perp}$  — аналогичные амплитуды внутри слоя диэлектрика.

Символы  $\parallel$  и  $\perp$  относятся к параллельной и перпендикулярной составляющим соответствующей амплитуды.

Решая полученные равенства (7)–(14) относительно  $R_{\parallel}$

$$R_{\perp}, T_{\parallel}, T_{\perp}, \text{ где } p = k_3 h \cos \varphi, k = k_2 h \cos \varphi,$$

$$R_{\parallel} = \frac{A_{\parallel \text{отр}}}{A_{\parallel}}, R_{\perp} = \frac{A_{\perp \text{отр}}}{A_{\perp}}, T_{\parallel} = \frac{A_{\parallel \text{пр}}}{A_{\parallel}}, T_{\perp} = \frac{A_{\perp \text{пр}}}{A_{\perp}},$$

получим

$$R_{\parallel} = \frac{r_{\parallel} [e^{j(p-k)} - e^{j(p+k)}]}{e^{j(p-k)} - r_{\parallel}^2 e^{j(p+k)}}; \quad (15)$$

$$R_{\perp} = \frac{r_{\perp} [e^{j(p-k)} - e^{j(p+k)}]}{e^{j(p-k)} - r_{\perp}^2 e^{j(p+k)}}; \quad (16)$$

$$T_{\parallel} = \frac{1 - r_{\parallel}^2}{e^{j(p-k)} - r_{\parallel}^2 e^{j(p+k)}}; \quad (17)$$

$$T_{\perp} = \frac{1 - r_{\perp}^2}{e^{j(p-k)} - r_{\perp}^2 e^{j(p+k)}}. \quad (18)$$

Исключив из этих выражений экспоненты и подставив вместо коэффициентов отражения  $r$  от границы диэлектрика их значения, получим

$$A = \frac{\epsilon^*}{\epsilon^* \cos \varphi - \sin \varphi}, \quad (19)$$

где

$$A = \frac{R_{\perp} T_{\parallel}}{R_{\parallel} T_{\perp}},$$

$\epsilon^*$  — комплексная диэлектрическая проницаемость.

В случае диэлектрика без потерь выражение (19) преобразуется:

$$\epsilon' = \frac{A \sin^2 \varphi}{A \cos^2 \varphi - 1}. \quad (20)$$

Для угла падения  $\varphi = 45^\circ$

$$\epsilon' = \frac{A}{A - 2}. \quad (21)$$

Полученное выражение представляет строгую формулу, позволяющую по измеренным данным  $R_{\parallel}, R_{\perp}, T_{\parallel}, T_{\perp}$  вычислять диэлектрическую проницаемость листовых материалов любой толщины.

Для измерения комплексной диэлектрической проницаемости необходимо произвести измерения  $R_{\parallel}$ ,  $R_{\perp}$ ,  $T_{\parallel}$ ,  $T_{\perp}$ , но при другом угле падения. Так, для углов падения  $\varphi_1 = 45^\circ$  и  $\varphi_2 = 30^\circ$  формулы имеют следующий вид:

$$\epsilon' = \frac{2A_1^2}{A_1^2 - 4} - \frac{2A_1^2 A_2^2 - 4A_1^2 - A_1^2}{3A_1^2 A_1^2 - 8A_1^2 + 6A_2^2}; \quad (22)$$

$$\epsilon'' = \frac{A_1^2 A_2^2}{3A_1^2 A_2^2 - 8A_1^2 + 6A_2^2} - \left( \frac{2A_1^2 A_2^2 - 4A_1^2 + A_2^2}{3A_1^2 A_2^2 - 8A_1^2 + 6A_2^2} \right). \quad (23)$$

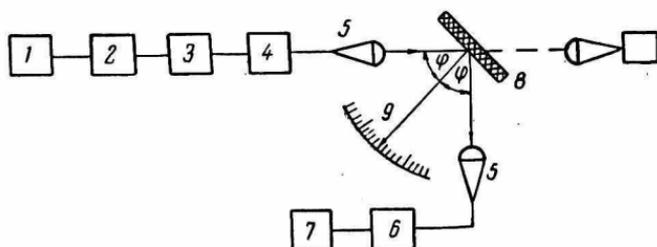


Рис. 2.

На установке, блок-схема которой представлена на рис. 2, измерена диэлектрическая проницаемость ряда материалов. Результаты измерения приведены в таблице.

№ п/п	Материал	$\epsilon'$	$\Delta\epsilon'$
1	Плексиглас	2,6	$\pm 0,06$
2	Фторопласт	2,0	$\pm 0,04$
3	Пенопласт	2,37	$\pm 0,03$
4	Керамика СТ-47	8,6	$\pm 0,2$
5	Керамика ЦМ-4	4,7	$\pm 0,1$

Описанный метод измерения удобен тем, что для его реализации необходимо измерить только амплитуды отраженных и прошедших сигналов и не требуется измерять длину волны и толщину образца диэлектрика. При хорошей разрешающей способности и высоком классе точности индикаторного прибора измерительной установки этот метод позволяет выполнить измерения диэлектрической проницаемости материалов с  $\epsilon = 2 \div 100$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959. 531 с.
- Брандт А. А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. М., Физматгиз, 1963 403 с.
- Определение диэлектрической проницаемости по отношению амплитуд компонент отраженной и прошедшей через диэлектрик волн.— Изв. вузов. «Радиоэлектроника», 1969, т. 12, № 6, с. 643—647. Авт.: В. Д. Бахтин, Б. С. Кулаенко, Л. Г. Мартыненко и др.