

УДК 621.369

А. Ф. Зоркин, канд. физ.-мат. наук,
Л. Ф. Картавецва, З. В. Иванишина

**ДИСПЕРСИЯ И ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ
ТРЕХСЛОЙНОГО СИММЕТРИЧЕСКОГО
ВОЛНОВОДА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ**

В технике СВЧ большое значение имеет вопрос синтеза согласующих трансформаторов, связывающих слоистые волноводы с незаполненными. Теория синтеза согласующих трансформаторов на основе понятия волнового сопротивления достаточно хорошо разработана [1, 2]. Чтобы воспользоваться результатами этой теории для приближенного синтеза согласующих трансформаторов на основании трехслойного волновода, необходимо определить волновое сопротивление и дисперсию на основном типе волны. Дисперсионное уравнение и электромагнитное поле для основного типа волны LE_{01} трехслойного симметричного волновода прямоугольного сечения получены в работе [3].

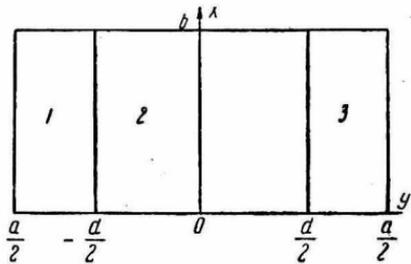


Рис. 1.

В данной статье выводится выражение для волнового сопротивления LE_{01} -волны и дается графический метод расчета длины волны и волнового сопротивления в диапазоне одноволнового режима.

Графический расчет длины волны в волноводе. В работе [3] для волны LE_{01} трехслойного симметричного волновода (рис. 1) получено дисперсионное уравнение (П. 60), которое можно представить следующим образом:

$$а) \quad \beta = \alpha + \frac{1}{\pi \sqrt{1-X^2}} \arctg \sqrt{\frac{\epsilon - X^2}{1-X^2}} \operatorname{tg} \pi a \sqrt{\epsilon - X^2}, \quad (1)$$

$$0 \leq X < 1$$

$$б) \quad \beta = \alpha + \frac{1}{\pi \sqrt{\epsilon - 1}} \operatorname{ctg} \pi a \sqrt{\epsilon - 1}, \quad (1, а)$$

$$X = 1$$

в)

$$\beta = \alpha + \frac{1}{\pi \sqrt{X^2 - 1}} \operatorname{arth} \sqrt{\frac{X^2 - 1}{\epsilon - X^2}} \operatorname{ctg} \pi \alpha \sqrt{\epsilon - X^2}. \quad (16)$$

$$1 < X \leq \sqrt{3\epsilon/2}.$$

Здесь

$$X = \lambda/\lambda_b, \quad \alpha = d/\lambda, \quad \beta = a/\lambda, \quad (2)$$

где $\lambda = cf$ — длина волны в свободном пространстве $c = 3 \times 10^8$ м/сек — скорость света; f — рабочая частота; $\epsilon > 1$ — относительная диэлектрическая проницаемость среднего слоя.

Соотношения (1) удобно представить графически в виде семейства кривых по параметру X для заданного значения ϵ . В качестве примера на рис. 2 приведено такое семейство кривых при $\epsilon = 9$. Для удобства на рисунке приведены кривые для критических длин волн LE_{01} и LE_{02} -типов. Область, ограниченная кривыми для критических длин волн и отрезками прямых $\alpha = 0$, $0,5 \leq \beta \leq 1$ и $\alpha = \beta$, $0,5/\sqrt{\epsilon} \leq \alpha = \beta \leq 1/\sqrt{\epsilon}$, содежит диапазон одноволнового режима, который при достаточно толстом центральном диэлектрическом слое необходимо уточнить, вычислив критическую длину волны LM_{10} -типа [4].

Рассмотрим особенности построения дисперсионных кривых. Из физических соображений следует, что $0 \leq d \leq a$ и $\lambda/\sqrt{\epsilon} \leq \lambda_b \leq \infty$, т. е. $0 \leq \alpha \leq \beta$ и $0 \leq X < \sqrt{\epsilon}$. Учитывая это, можно показать, что кривые $X = \text{const}$, даваемые уравнением (1), начинаются на оси β ($\alpha = 0$) в точках $\alpha = \beta = 0,5/\sqrt{1 - X^2}$ и оканчиваются на прямой $\beta = \alpha$ в точках $\alpha = \beta/\sqrt{\epsilon - X^2}$. Таким образом, для уравнения (1) получаем

$$0 \leq \alpha \leq 0,5/\sqrt{\epsilon - X^2}, \quad 0 \leq X < 1. \quad (3)$$

В случае $X = 1$ из уравнения (1, б) вытекает, что ось β ($\alpha = 0$) является асимптотой и кривая оканчивается на прямой $\beta = \alpha$ в точке $\alpha = \beta = 0,5/\sqrt{\epsilon - 1}$, т. е.

$$0 < \alpha \leq 0,5/\sqrt{\epsilon - 1}, \quad X = 1, \quad (3, а)$$

Анализ уравнения (1, б) показывает, что каждому значению $X = \text{const}$ из интервала $1 < X < \sqrt{\epsilon}$ соответствует асимптота $\beta = \infty$, уравнение которой $\alpha = \alpha_{ac}$

$$\alpha_{ac} = \frac{1}{\pi \sqrt{\epsilon - X^2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{X^2 - 1}{\epsilon - X^2}}.$$

Следовательно, для каждого X имеет место интервал значений α

$$\alpha_{ac} < \alpha \leq \beta,$$

где

$$\alpha = \beta = 0,5/\sqrt{\epsilon - X^2}.$$

Учитывая определение области диапазона одноволнового режима, можно ограничить интервал значений X величиной $X = \sqrt{3\epsilon}/2$, которой соответствует кривая, приходящая в точку $\alpha_c = \beta_c = 1/\sqrt{\epsilon}$. Это точка пересечения кривой критических длин волн LE_{02} -типа с прямой $\alpha = \beta$ [4].

Итак, для уравнения (1, б) имеем

$$\alpha_{ac} < \alpha \leq 1/\sqrt{\epsilon}, \quad 1 < X \leq \sqrt{3\epsilon}/2. \quad (3, в)$$

Полученные формулы (1) и (3) дают полную информацию, необходимую при построении семейства дисперсионных кривых для LE_{01} -типа волны, соответствующих данному значению ϵ .

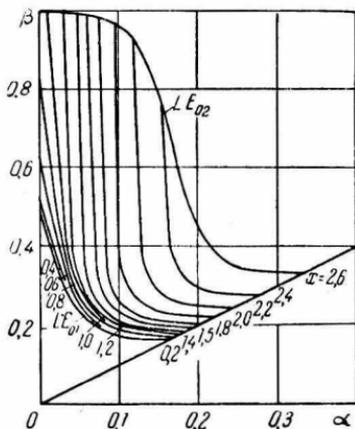


Рис. 2.

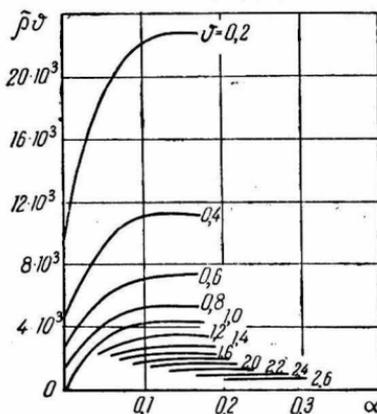


Рис. 3.

С помощью семейства дисперсионных кривых можно легко рассчитать λ_b на заданной длине волны λ по известным размерам a , d и известной величине ϵ . Для этого на соответствующем семействе кривых откладывается точка с координатами α и β , вычисленными по формуле (2), и методом линейной интерполяции определяется X . Длина волны вычисляется по формуле $\lambda_b = \lambda/X$.

При изменении λ точка наблюдения перемещается по прямой

$$\beta = \frac{a}{d} \alpha.$$

Волновое сопротивление трехслойного симметричного волновода (см. рис. 1) на волне LE_{01} определим по известной формуле $\tilde{\rho} = U^2/2P$,

где

$$U^2 = \left(\int_0^b E_{2x}(X, 0) dx \right) \left(\int_0^b E_{2x}^*(x, 0) dx \right) -$$

квадрат амплитуды напряжения;

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{n=1}^3 \int_{S_n} E_{nx} H_{ny}^* ds -$$

мощность, переносимая волной LE_{01} -типа через поперечное сечение $s = s_1 + s_2 + s_3$ волновода.

Подставляя в формулы выражения для компонент электромагнитного поля (п. 65) из работы [3] и учитывая обозначения (2), получаем

$$\tilde{\rho}^{\vartheta} = 120\pi / XQ_{0M}, \quad (4)$$

где

$$\vartheta = \lambda/2b;$$

$$Q = \alpha \left(1 + \frac{\sin 2\pi\alpha\sqrt{\varepsilon - X^2}}{2\pi\alpha\sqrt{\varepsilon - X^2}} \right) +$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\cos^2 \pi\alpha\sqrt{\varepsilon - X^2}}{2\pi} \cdot \frac{2\pi(\beta - \alpha)\sqrt{1 - X^2} - \sin 2\pi(\beta - \alpha)\sqrt{1 - X^2}}{\sqrt{1 - X^2} \sin^2 \pi(\beta - \alpha)\sqrt{1 - X^2}}, \quad 0 \leq X < 1; \\ \frac{2}{3}(\beta - \alpha) \cos^2 \pi\alpha\sqrt{\varepsilon - 1}; \quad X = 1; \\ \frac{\cos^2 \pi\alpha\sqrt{\varepsilon - X^2}}{2\pi} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\pi(\beta - \alpha)\sqrt{X^2 - 1} - 2\pi(\beta - \alpha)\sqrt{X^2 - 1}}{\sqrt{X^2 - 1} \operatorname{sh}^2 \pi(\beta - \alpha)\sqrt{X^2 - 1}}, \quad 1 < X \leq \sqrt{3\varepsilon/2}. \end{array} \right.$$

При помощи формулы (4) для заданного ε можно построить на плоскости $\tilde{\rho}^{\vartheta} - \alpha$ семейство кривых по параметру X , используя при $X = \text{const}$ связь между α и β , даваемую дисперсионным уравнением (1). В качестве примера на рис. 3 представлено такое семейство кривых при $\varepsilon = 9$. Для $X > 1$ кривые начинаются с $\alpha = \alpha_{ac}$.

С помощью таких графиков легко определяем $\tilde{\rho}^{\vartheta}$, а следовательно, и $\tilde{\rho}$, если известны геометрические размеры волновода, λ и b . Сначала по дисперсионным кривым рис. 2 находим X_1 , а затем по известным величинам α_1 и X_1 с помощью кривых рис. 3 определяем $\tilde{\rho}^{\vartheta}$ как ординату точки пересечения кривой $X = X_1$ с прямой $\alpha = \alpha_1$. Зная $\tilde{\rho}^{\vartheta}$ и ϑ , можно вычислить $\tilde{\rho}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполосников и восьми-полосников на СВЧ. М., «Связь», 1971. 352 с.
2. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники. М., «Советское радио», 1967. 651 с.
3. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М., «Советское радио», 1967. 215 с.
4. Зоркин А. Ф., Картавцева Л. Ф., Иванишина З. В. Графический метод расчета диапазона одноволнового режима грехслойного симметричного волновода с прямоугольным сечением. См. статью настоящего сборника.