

**ВЛИЯНИЕ ШУМОВЫХ ПОМЕХ НА ТОЧНОСТЬ  
КОРРЕЛЯЦИОННОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ  
ВРЕМЕННОГО СДВИГА СЛУЧАЙНЫХ  
СИГНАЛОВ НЕСЛЕДЯЩЕГО ТИПА**

На вход корреляционного измерителя при наличии сигнала поступают случайные колебания  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$ , каждое в виде аддитивной смеси полезного случайного сигнала  $s(t)$  и шумовой помехи  $n(t)$ . Измеряемым параметром, несущим полезную информацию, является временной сдвиг случайных сигналов. Предельная достижимая точность корреляционного измерителя ограничивается флуктуационными ошибками, вызванными случайным характером полезных сигналов и воздействием шумовых помех.

Рассмотрим влияние взаимно-некоррелированных и взаимно-коррелированных шумовых помех на точность измерения временного сдвига сигналов коррелометром при неследящем его построении.

Считаем сигналы и помехи в каждом из каналов независимыми. Полагаем, что мгновенные значения сигналов и помех распределены по нормальному закону, а их спектры одинаковы и равномерны в пределах полосы частот  $\Delta f$  при средней частоте  $f_0$  и что за время обработки  $T$  статистические характеристики сигналов и помех не изменяются.

**Влияние взаимно-некоррелированных помех**

При применении корреляционного измерителя информативным параметром является временной сдвиг случайных сигналов  $\tau_s$ . Предельная точность измерения  $\tau_s$  не может быть

меньше, чем дисперсия эффективной оценки измеряемого параметра  $\sigma^2(\tau_{эф})$ .

Дисперсия эффективной оценки измеряемого временного сдвига

$$\sigma^2(\tau_{эф}) = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \ln \{p[y_1(t), y_2(t + \tau)]\}_{\tau=\tau_{эф}}, \quad (1)$$

где  $p[y_1(t), y_2(t + \tau)]$  — условный функционал совместного распределения процессов  $y_1(t), y_2(t + \tau)$ .

Если произведение ширины спектра частот колебаний  $\Delta f$  на время обработки  $T$  существенно больше единицы ( $\Delta f T \gg 1$ ) и помехи взаимно-некоррелированы, то

$$p[y_1(t), y_2(t + \tau)]_{\tau=\tau_s} \cong \left(\frac{1}{4\pi^2\sigma_s^4}\right)^{\Delta f T} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{\Delta f}{\sigma_s^2} \left[ \sigma_{n_2}^2(1+q_2) \int_t^{t+T} y_1^2(t) dt + \sigma_{n_1}^2(1+q_1) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \int_t^{t+T} y_2^2(t) dt - 2\sqrt{\sigma_{n_1}\sigma_{n_2}} \sqrt{q_1q_2} \int_t^{t+T} y_1(t)y_2(t+\tau) dt \right] \right\}. \quad (2)$$

Здесь

$$\sigma_s^4 = \sigma_{s_1}^2\sigma_{n_2}^2 + \sigma_{s_2}^2\sigma_{n_1}^2 + \sigma_{s_1}^2\sigma_{s_2}^2 [1 - R_s^2(\tau_s)] + \sigma_{n_1}^2\sigma_{n_2}^2;$$

$\sigma_{s_1}^2, \sigma_{s_2}^2$  — дисперсии сигналов;

$\sigma_{n_1}^2, \sigma_{n_2}^2$  — дисперсии помех;

$q_1 = \frac{\sigma_{s_1}^2}{\sigma_{n_1}^2}, q_2 = \frac{\sigma_{s_2}^2}{\sigma_{n_2}^2}$  — отношение сигнал/помеха;

$R_s(\tau_s)$  — значение огибающей коэффициента автокорреляции сигналов

$s_1(t), s_2(t)$  при  $\tau = \tau_s$ .

Используя (2) и проведя операции, предусмотренные (1), получаем выражение для нахождения дисперсии эффективной оценки параметра  $\tau_{эф}$ :

$$\sigma^2(\tau_{эф}) = \left(\frac{1}{2\pi f_0}\right)^2 \frac{\{1 + q_1 + q_2 + q_1q_2 [1 - R_s^2(\tau_s)]\}}{2\Delta f T R_s^2(\tau_s) q_1q_2 \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2\right]}. \quad (3)$$

Определим операцию оптимальной обработки при неследящем построении корреляционного измерителя. Для этого найдем алгоритм оптимальной неследящей обработки, который будет решением уравнения правдоподобия:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \{ \ln p[y_1(t), y_2(t + \tau)] \} = 0. \quad (4)$$

При взаимно-некоррелированных помехах решение уравнения правдоподобия имеет вид

$$\tau_* = \frac{1}{\omega_0} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\int_t^{t+\tau} y_1(t) y_2(t+\tau) dt}{\int_t^{t+\tau} y_1(t) y_2(t) dt}. \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что для оптимальной неследящей обработки при взаимно-некоррелированных помехах достаточно иметь реализации процессов  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$ ; при этом не требуется знания остальных параметров сигнала и помех. Это существенно облегчает построение измерительной системы.

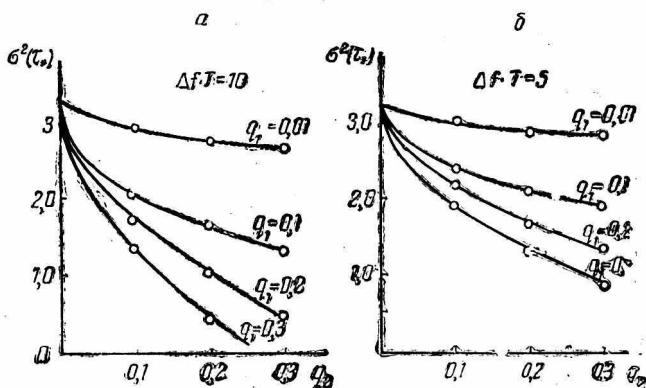


Рис. 1.

Определим фактически достижимую точность измерения временного сдвига сигналов. С этой целью используем выражение для плотности распределения оценки временного сдвига  $\tau_*$ , которое в случае слабых сигналов, когда при произведении полосы частот колебаний  $\Delta f$  на время обработки  $T$ , значительно превышающем единицу, выполняется условие  $q_1 q_2 \Delta f T < 0,2 \div 0,3$ , которое имеет вид

$$p(\Delta \tau_*) \cong \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q_1 q_2 \Delta f T}{\pi}} \cos(2\pi f_0 \Delta \tau_*) \quad (6)$$

( $\Delta \tau_* = \tau_* - \tau$  — центрированная оценка).

Дисперсия оценки при этом

$$\sigma^2(\tau_*) = \frac{\pi^2}{3} - 2 \sqrt{\pi q_1 q_2 \Delta f T}. \quad (7)$$

На рис. 1 приведены графические зависимости изменения дисперсии оценки от отношения сигнал/помеха при  $\Delta f T = 5, 10$ .

При сильных сигналах, когда  $q_1 q_2 \Delta f T > 4 \div 5$ , плотность распределения нормализуется:

$$p(\Delta \tau_*) \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{2q_1 q_2 \Delta f T}{q_1 + q_2 + 1}} \exp \left\{ \frac{-q_1 q_2 \Delta f T (2\pi f_0 \Delta \tau_*)^2}{q_1 + q_2 + 1} \right\}. \quad (8)$$

Дисперсия оценки  $\tau_*$  равна

$$\sigma^2(\tau_*) = \frac{q_1 + q_2 + 1}{2q_1q_2\Delta fT}. \quad (9)$$

Графики дисперсии оценки  $\sigma^2(\tau_*)$  от отношения сигнал/помеха при  $\Delta fT = 5, 10$  показаны на рис. 2.

Сравнение дисперсии оценки измеряемого временного сдвига при фактически достижимой точности с дисперсией эффективной оценки показывает, что при слабых сигналах, когда отношение сигнал/помеха меньше единицы, флуктуационные ошибки значительны и увеличиваются с уменьшением отношения сигнал/помеха, стремясь к  $\pi^3/3$ .

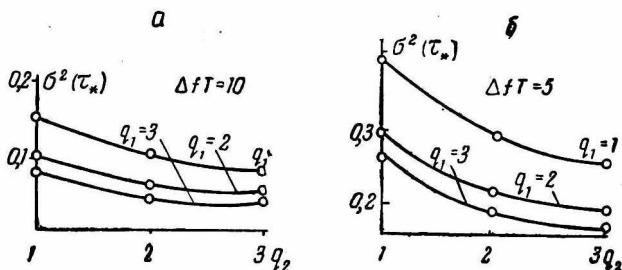


Рис. 2.

В случае сильных сигналов, когда  $q_1q_2\Delta fT > 4 \div 5$ , обработка по алгоритму (5) близка к оптимальной и точность измерения совпадает с точностью эффективной оценки.

### Влияние взаимно-коррелированных помех

При взаимно-коррелированных гауссовых помехах предельная точность корреляционного измерителя определяется выражением

$$\sigma^2(\tau_{эф}) = \frac{[1 + q_1 + q_2 - R_n^2(\tau_n) - 2R_n(\tau_n) \cos \omega_0 \tau_n]^2}{2\Delta fT q_1 q_2 [1 + q_1 + q_2 - R_n(\tau_n) - 2R_n(\tau_n) \times \times \sqrt{q_1 q_2} \cos \omega_0 \tau_n + 2R_n^2(\tau_n) q_1 q_2 \sin^2 \omega_0 \tau_n]}, \quad (10)$$

где  $q_1, q_2$  — отношение сигнал/помеха;

$R_n(\tau_n)$  — значение огибающей коэффициента корреляции помех;

$\tau_n$  — временной сдвиг помех.

Алгоритм оптимальной неследающей обработки при взаимно-коррелированных помехах зависит, кроме используемых реализаций процессов  $y_1(t), y_2(t + \tau)$ , от дисперсий сигналов и помех, от имеющегося временного сдвига между помехами и других параметров сигналов и помех.

При применении обработки по алгоритму (5) в случае взаимно-коррелированных помех к флуктуационной ошибке измерения временного сдвига добавляется ошибка смещения  $\bar{\Delta\tau}$ , равная разности между средним измеренным значением  $\bar{\tau}_*$  и истинным значением  $\tau$ , т. е.  $\Delta\tau_* = \bar{\tau}_* - \tau$ .

При

$$\frac{[q_1 q_2 - R_n^2(\tau_n)] \Delta f T}{1 + q_1 + q_2} \gg 1$$

ошибка смещения вычисляется по формуле

$$\Delta\bar{\tau}_* = \arctg \frac{\sin \omega_0 \tau_n}{\frac{1}{R_n(\tau_n)} \sqrt{q_1 q_2} + \cos \omega_0 \tau_n}. \quad (11)$$

Анализ изменения ошибок смещения от временного сдвига помех показывает, что при сильных сигналах, когда  $q_1 q_2 \gg 1$ , ошибка смещения близка к нулю. Ошибка смещения незначительной величины возникает при малом среднем временном сдвиге помех ( $\tau_n \approx 0$ ).

При слабых сигналах, когда  $q_1 < 1$ ,  $q_2 < 1$ , и при коэффициенте корреляции помех, отличном от нуля ( $R_n(\tau_n) \neq 0$ ), ошибка смещения может быть велика и превосходить флуктуационную ошибку  $\sigma^2(\tau_*)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б. Р. Оптимальные фазовые методы обнаружения сигналов.— «Радиотехника и электроника», 1960, № 4, с. 537—543.
2. Фалькович С. Е. Прием радиолокационных сигналов на фоне флуктуационных помех. М., «Советское радио», 1961. 311 с.
3. Спицын Н. И. Исследование двухканального пеленгования при шумовых сигналах на фоне шумовых помех.— «Радиотехника и электроника», 1972, № 1, с. 58—68.
4. Цветнов В. В., Карандасов В. И. Флуктуационные ошибки корреляционных измерителей.— «Радиотехника», 1965, т. 20, № 7, с. 57—66.
5. Цветнов В. В. Сравнение флуктуационных ошибок фазометрических и корреляционных измерителей.— «Радиотехника и электроника», 1964, с. 9, № 7, с. 1159—1172.
6. Райс С. О. Математическая теория хаотических шумов.— Сб. «Теория передачи электрических сигналов при наличии помех». 1953, с. 88—233.