

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СТЕНКИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ РАССОГЛАСОВАННОМ ВОЛНОВОДЕ С ВОЛНОЙ H_{10}

При разработке измерителей проходящей мощности СВЧ больших уровней используются физические явления, которые характеризуют передачу энергии в волноводном тракте по ее проявлению на внешней стороне волноводных стенок и не вносят неоднородностей в волноводный тракт.

В связи с этим для измерения проходящей мощности больших и сверхбольших уровней весьма перспективен принцип поглощающей стенки, который применительно к измерению больших уровней проходящей мощности СВЧ не нов. Еще в 1942 г. Джонсон предложил прибор для использования в передатчике радиолокационной станции [1]. В 1963 г. М. Бреди разработал прибор для использования в передающих трактах линейных ускорителей элементарных частиц, основанный на применении поглощающей стенки из нержавеющей стали [2]. Решение одномерной задачи о распределении температуры вдоль бруска, эквивалентного по массе и по объему участку волновода из нержавеющей стали, в значительной степени является приближенным. Автор пренебрег теплообменом с окружающей средой и предложил равномерное распределение тепловых источников по толщине поглощающей стенки.

В работе [3] приведены решения для стационарной и нестационарной температур стенки в прямоугольном волноводе, даю-

шее возможность проектировать оптимальные датчики проходящей мощности СВЧ. Однако предположение о действии тепловых источников в бесконечно тонком слое снижает точность расчета. Кроме того, метод решения является математически сложным и затрудняет анализ его результатов.

Настоящая статья посвящена изучению температурного поля поглощающей стенки в рассогласованном прямоугольном волно-

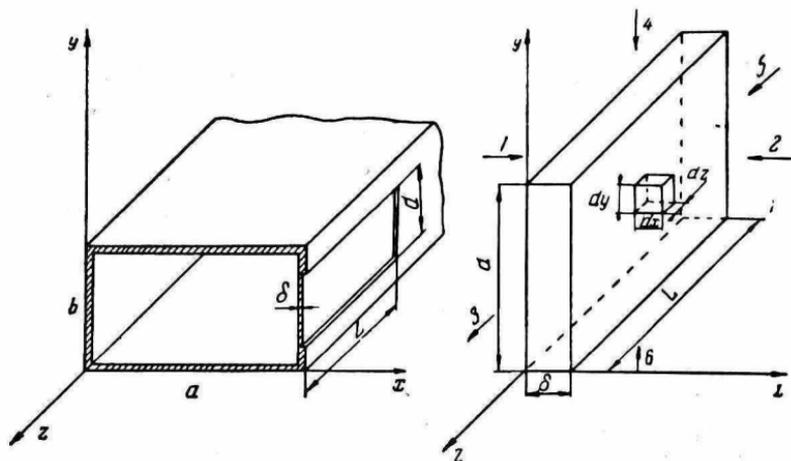


Рис. 1. Модель поглощающей стенки.

воде при волне типа H_{10} с учетом экспоненциального затухания электромагнитной волны по толщине поглощающей стенки. В ней приведены основные соотношения и результаты расчета для чувствительности и постоянной времени поглощающей стенки в зависимости от ее размеров для различных диапазонов длин волн. Исследовано распределение температуры вдоль поглощающей стенки, определена протяженность температурных спадов, обусловленных теплоотводом на границе стенки с основным волноводом.

Основные соотношения

Рассмотрим поглощающую стенку как прямоугольный параллелепипед (рис. 1), со стороны одной из граней которого действует тепловой источник, вызванный потерями электромагнитных волн вследствие конечной проводимости стенки. Предположим, что температура граней 3—6 поддерживается равной температуре стенок волновода, а волновод имеет постоянную температуру. Со стороны граней 1 и 2 имеет место теплоотдача, обусловленная конвекцией. Задача состоит в том, чтобы определить температуру на наружной поверхности поглощающей стенки — грани 2 нашей модели.

Приращение температуры на поверхности стенки предполагается небольшим, так что теплоизлучением с ее поверхности

можно пренебречь. Теплофизические свойства стенки и ее агрегатное состояние при нагревании предполагаются неизменными. Ограничим рассмотрение датчиком, встроенным в узкую стенку волновода.

На поверхность стенки, обращенную в полость волновода, действует тепловой источник, выражение для которого может быть получено из рассмотрения тока в узкой стенке, выраженного через поле и мощность в волноводе. Причем очень важно сохранить реальный, т. е. экспоненциальный, характер распределения тепловых источников по толщине стенки. Нетрудно показать, что объемная плотность мощности тепловых потерь в стенке может быть выражена следующим образом:

$$P = N (1 + |\Gamma|^2 + 2|\Gamma| \cos 2\beta z) e^{-\frac{2}{\delta} x};$$

$$N = \frac{4}{\sigma \delta'^2} \frac{\left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2 P^+}{abz_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{2a}\right)^2}}, \quad (1)$$

где P^+ — падающая мощность;
 a, b — размеры волновода;
 λ_0 — длина волны в свободном пространстве;
 z_0 — волновое сопротивление свободного пространства;
 Γ — коэффициент отражения нагрузки;
 σ — удельная проводимость материала стенки;
 δ' — глубина скин-слоя.

Разобьем поглощающую стенку на ряд бесконечно малых элементарных объемов $dx dy dz$ (рис. 1). На одну из граней действует тепловой поток с экспоненциальным распределением источников по ее толщине. На противоположной грани необходимо определить температуру. Очевидно, скорость уменьшения тепловой энергии U_1 в объеме dv за счет теплопередачи может быть выражена

$$U_1' = -k \nabla^2 \Theta dv,$$

где Θ — приращение температуры стенки относительно волновода. Тогда, если мощность тепловых источников в элементарном объеме обозначить через $p = P dv$, то скорость изменения энергии выразится разностью

$$U_2' = p - U_1'. \quad (2)$$

Однако скорость изменения энергии можно записать так:

$$U_2' = c_p \Theta' dv. \quad (3)$$

Приравнявая (2) и (3), получаем неоднородное уравнение теплопроводности

$$\Delta \Theta = \frac{c_p}{k} \cdot \frac{q \Theta}{\partial t} = - \frac{P}{k}, \quad (4)$$

решение которого совместно с соответствующими граничными условиями может дать пространственное и временное распределения температуры на поверхности поглощающей стенки.

Исходя из постановки задачи и модели поглощающей стенки, начальные и граничные условия будут следующими:

$$\Theta = 0, (t=0);$$

$$\Theta = 0, (y=0 \quad y=d, \quad z=0 \quad z=L);$$

$$\mp \frac{\partial \Theta}{\partial x} + h\Theta = 0, (x=0, \quad x=\delta)$$

($h = \frac{\alpha}{k}$ — относительный коэффициент теплообмена; $\kappa = \frac{k}{c\rho}$ — коэффициент температуропроводности).

Решение уравнения ищем методом Фурье в виде рядов по собственным функциям [4]:

$$\Theta(x, y, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} X_n Y_l Z_m \int_0^t e^{\lambda_{m,n,l}(\tau-t)} b_{m,n,l} d\tau, \quad (6)$$

где $X_n, Y_l, Z_m, \lambda_{m,n,l}$ — собственные функции и собственные значения уравнения

$$\Delta \Theta + \lambda \Theta = 0, \quad (7)$$

удовлетворяющие начальным и граничным условиям (5);

$b_{m,n,l}$ — коэффициенты Фурье свободного члена;

$$b_{m,n,l} = \frac{1}{k} \int_0^{\delta} \int_0^d \int_0^L P X_n Y_l Z_m dx dy dz. \quad (8)$$

Собственные функции имеют вид (5)

$$X_n = \sqrt{\frac{2}{\delta}} \cdot \frac{\alpha_n \cos \alpha_n x + h \sin \alpha_n \delta}{\sqrt{(\alpha_n^2 + h^2) + \frac{2}{\delta}}}; \quad (9)$$

$$Y_l = \sqrt{\frac{2}{d}} \cdot \sin \frac{l\pi}{d} y; \quad (10)$$

$$Z_m = \sqrt{\frac{2}{L}} \cdot \sin \frac{m\pi}{L} z. \quad (11)$$

Собственные числа равны

$$\lambda_{m,n,l} = \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2 + \alpha_n^2, \quad (12)$$

где α_n — корень уравнения;

$$\operatorname{tg} \alpha_n \delta = \frac{2\alpha_n h}{\alpha_n^2 - h^2}. \quad (13)$$

Подставляя значения собственных функций и собственных чисел в уравнение (4) и принимая во внимание (5), после вычисления соответствующих интегралов получаем решение для температуры поглощающей стенки в следующем виде:

$$\begin{aligned} \theta = N - \frac{32}{kL\delta} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n \cos \alpha_n x + h \sin \alpha_n x}{\alpha_n^2 + h^2 + \frac{2h}{\delta}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{2}{\delta}\right)^2 + \alpha_n^2} \times \\ \times \left\{ \left[\left(\alpha_n^2 - \frac{2}{\delta'} h \right) \sin \alpha_n \delta - \left(\frac{2}{\delta'} \alpha_n + \alpha_n h \right) \cos \alpha_n \delta \right] e^{-\frac{2\delta}{\delta'}} + \right. \\ \left. + \frac{2}{\delta'} \alpha_n + \alpha_n h \right\} \cdot \frac{\sin \frac{(2l-1)\pi}{d} y}{(2l-1)\pi} \cdot \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} (1 + |\Gamma|^2) \frac{2L \sin \frac{(2m-1)\pi}{L} z}{(2m-1)\pi A_{l,m,n}} \times \right. \\ \times (1 - e^{-zt A_{l,m,n}}) + \sum_{m=1}^{\infty} 2|\Gamma| [1 - (-1)^m \cos 2\beta L] \cdot \frac{\frac{m\pi}{L}}{\left(\frac{m\pi}{L}\right)^2 - (2\beta)^2} \times \\ \left. \times \frac{\sin \frac{m\pi}{L} z}{B_{l,m,n}} (1 - e^{-zt B_{l,m,n}}) \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_{l,m,n} &= \left[\frac{(2l-1)\pi}{d} \right]^2 + \left[\frac{(2m-1)\pi}{L} \right]^2 + \alpha_n^2, \\ B_{l,m,n} &= \left[\frac{(2l-1)\pi}{d} \right]^2 + \left[\frac{m\pi}{L} \right]^2 + \alpha_n^2. \end{aligned}$$

Анализ решения

Выражение (14) представлено суммой знакопеременных рядов, сходящихся в соответствии с теоремой Лейбница [6]. Его численный анализ был проведен на ЭЦВМ М-20.

Поскольку в первую очередь нас интересует распределение температуры вдоль линии поглощающей стенки, а точность ее определения зависит от точности определения суммы по m , задаем погрешность ее определения не более $\pm 0,02\%$. Для выполнения этого условия при суммировании необходимо учитывать не ме-

нее 400 членов для первого и 600 для второго выражений суммы по m .

При вычислении температуры на поглощающей стенке в точке, находящейся посредине узкой стенки волновода, для суммы по l необходимо учитывать не менее 20 членов ряда. В этом случае погрешность счета не превысит $\pm 1\%$. Для других точек по ширине стенки число членов ряда не должно быть более 100.

Вычисление суммы по n показало, что значение первого члена ряда на четыре порядка превышает сумму трех последующих. Поэтому, учитывая, что ряд знакопеременный и монотонно убывающий, можно ограничиться первым членом. В итоге погрешность машинного счета выражения (14) не превышает $\pm 1\%$.

В дальнейшем повышении точности машинного счета, по-видимому, нет необходимости, так как исходные условия заданы недостаточно строго. Например, при передаче больших уровней проходящей мощности основной волновод также нагревается, коэффициент теплообмена стенки в окружающую среду отличается от коэффициента теплообмена в полость волновода. Кроме того, имеет место влияние индикаторного термодатчика, устанавливаемого на наружной поверхности стенки.

Температурное поле поглощающей стенки

Выражение (14) определяет температуру стенки при распространении в волноводе электромагнитной энергии и характеризует чувствительность стенки (температура на наружной поверхности, приходящая на единицу мощности СВЧ). Величина чувствительности зависит от частоты электромагнитных колебаний, теплофизических свойств металла и конструктивных особенностей стенки, т. е. ее геометрии и размеров волновода.

На рис. 2 приведена зависимость чувствительности константановой поглощающей стенки от толщины в средних точках диапазонов длин волн для соответствующих волноводов. Чувствительность имеет максимальное значение при толщине, сравнимой с глубиной скин-слоя. При увеличении толщины чувствительность падает, что объясняется увеличением потерь на теплопроводность. Если толщина меньше глубины скин-слоя, чувствительность уменьшается из-за переизлу-

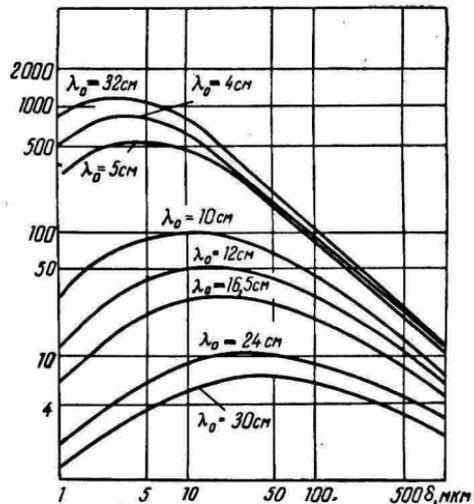


Рис. 2. Чувствительность константановой поглощающей стенки в зависимости от толщины в средних точках диапазонов длин волн.

чения через стенку: при этом нарушается однородность волноводного тракта, вызванная резким перепадом поверхностного сопротивления.

Качественное и количественное излучения характера распределения стационарной температуры на поверхности стенки может дать информация о выборе оптимальной геометрии датчика проходящей мощности. На рис. 3 приведено распределение стационарной температуры на поверхности константановой поглощающей стенки толщиной 20 мкм на частоте 1818 МГц в согласованном (кривая 2) и рассогласованном (кривая 1 и 3 для начальных фаз 0 и 180° $|\Gamma|=0,1$) волноводе сечением 120×

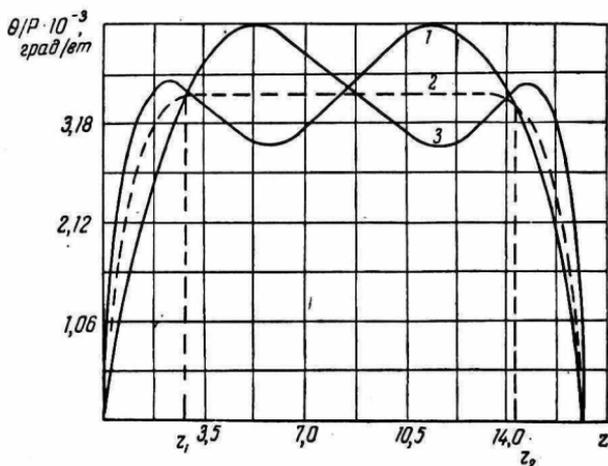


Рис. 3. Распределение стационарной температуры по длине стенки:

1 — согласованный тракт; 2 — КСВ нагрузки 1, 2, начальная фаза 0°; 3 — КСВ нагрузки 1, 2, начальная фаза 180°.

×57 мм. Как и следовало ожидать, вблизи границы наблюдается резкий спад температуры Δ , неучет которого при разработке датчиков проходящей мощности может привести к дополнительной погрешности. Действительно, длина участка стенки, на котором производится индикация интегральной температуры, должна быть кратна половине длины волны в волноводе. Тогда погрешность рассогласования минимальна и не зависит от фазы и коэффициента отражения нагрузки. Легко показать, что неучет Δ может привести к дополнительной погрешности в 7% при $\Gamma=0,1$. Следовательно, индикацию температуры необходимо производить на участке z_1z_2 (рис. 3), длину которого необходимо выбирать кратной $\frac{n\lambda_0}{2}$, т. е. длина датчика должна быть увеличена на 2Δ .

На рис. 4 приведена зависимость постоянной времени константановой поглощающей стенки от толщины в средних точках диапазонов длин волн для соответствующих волноводов.

Уменьшение τ с укорочением длины волны можно объяснить не столько частотной зависимостью, сколько уменьшением габаритов волновода и размеров стенки.

Решение неоднородного уравнения теплопроводности для поглощающей стенки и его численный анализ на ЭЦВМ М-20 позволили получить характеристики, дающие возможность проектировать датчики проходящей мощности СВЧ больших и сверхбольших уровней с оптимальными параметрами. Тщательное изучение распределения температуры на наружной поверхности поглощающей стенки в рассогласованном волноводе может дать информацию о коэффициенте отражения нагрузки и его учете при измерении проходящей мощности СВЧ. Кроме того, представляется возможным реализовать принцип поглощающей стенки в виде устройств для измерения к.с.в.н., полных сопротивлений и т. д., способных работать в условиях больших уровней мощности.

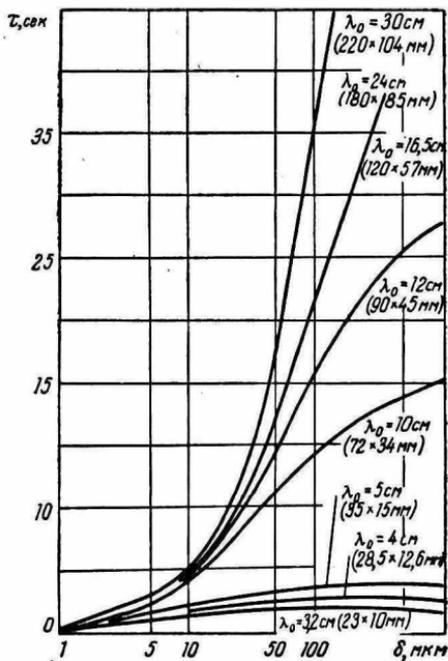


Рис. 4. Постоянная времени константовой поглощающей стенки в зависимости от толщины в средних точках диапазонов длин волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Техника измерений на сантиметровых волнах. Пер. с англ. под ред. Резега Г. А. М., «Советское радио», 1949. 516 с.
2. Вгаду М. In-line Waveguide Calorimeter for High-Power Measurement, IRE Trans. Microw. Theory and Techn. 1962, № 5, p. 10.
3. Елизаров К. В. К вопросу о разработке датчика проходящей мощности СВЧ на поглощающей стенке с оптимальными параметрами.— Сб. «Радиотехника». Вып. 19. Харьков. 1971, с. 63—68.
4. Смирнов В. И. Курс высшей математики. т. 4, М., Госгортехиздат, 1953, 804 с.
5. Каролоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., «Наука», 1964. 134 с.
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. III, М., «Наука», 1966. 653 с.