УДК 621.372

Л. И. БЕЛОУСОВА, канд. физ.-мат. наук; *Т. В. БЕЛЯВЦЕВА*

СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С РЕШЕТЧАТОЙ ПЕРЕГОРОДКОЙ СПЕЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ

В технике сверхвысоких частот волноводные элементы с решетчатыми перегородками широко используются для создания направленных ответвителей с периодической связью, регулируемых делителей, фильтров, типов волн и т. д.

Результаты работы [1], посвященной определению условий распространения электромагнитных волн в прямоугольном волноводе с простой ленточной решеткой, указывают на полезные свойства такой структуры: возможность управления многоволновым полем и селекции типов колебаний по каналам. Значительный интерес представляет вопрос о распространении электромагнитных волн в линиях передачи с продольными ленточными перегородками специальной формы.

В данной работе рассмотрена задача о нахождении критических частот и спектра собственных волн прямоугольного волновода, содержащего решетчатую перегородку с дополнительным элементом, помещенным между лентами решетки. Задача решена в строгой постановке, без каких-либо ограничений на соотношение между длиной волны и периодом решетки.

1. Исследуемая структура представляет собой прямоугольный волновод, внутри которого параллельно какой-либо паре стенок помещена бесконечно-тонкая металлическая решетка с периодом l, состоящая из чередующихся полос, узкой и широкой, причем узкие ленты расположены точно посередине между широкими.

Исследуем критические частоты собственных волн структуры, предполагая, что стенки волновода и ленты решетки обладают идеальной проводимостью и среда внутри волновода имеет $\varepsilon = \mu = 1$. Однородность нагрузки в направлении y позволяет рассмотреть отдельно случаи E- и H-волн, поляризованных в указанном направлении.

В силу периодичности структуры для отличных от нуля y-компонент поля получаем в области $0 \leqslant x \leqslant d_1$

$$\left.\begin{aligned} E_y &= \cos\frac{m\pi}{b}y \\ H_y &= \sin\frac{m\pi}{b}y \end{aligned}\right\} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n\left[e^{i\gamma_n x} \mp e^{i\gamma_n(2d_1-x)}\right] e^{\frac{2\pi n i}{l}}, \tag{1}$$

где

$$\gamma_n = \sqrt{k_{\text{кр}}^2 - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \left(\frac{2\pi n}{l}\right)^2}. \tag{2}$$

Выражения (1) и (2) удовлетворяют волновому уравнению и граничным условиям на внешних стенках волновода. В области $-d_2 \leqslant x \leqslant 0$ выражения для компонент поля имеют такой же вид с соответствующей заменой d_1 на d_2, x на $-x$ и B_n на C_n.

Удовлетворяя граничным условиям на решетчатой перегородке ($x=0$), получаем систему функциональных уравнений относительно неизвестных амплитуд B_n и C_n, которая методом, развитым в [2], преобразуется к задаче Римана—Гильберта. Окончательное решение принимает вид бесконечной системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x_n\left\{\varepsilon_n \tilde{W}_m^n - f_0^m - \delta_{mn}\right\} = 0 \tag{3}$$

$$(m = 0, 1, 2, 3 \ldots),$$

где

δ_{mn} — символ Кронекера;

$$\tilde{W}_m^n = \begin{cases} W_m^0, & n = 0; \\ W_m^n + W_m^{-n}, & n \neq 0. \end{cases} \tag{4}$$

В системе (3) параметры малости ε_n целиком определяются геометрическими размерами связываемых волноводов d_1 и d_2, и не зависят от параметров решетки, поэтому ε_n выражаются по формулам [1]. Коэффициенты $\widetilde{W}_m^n$, f_0^m определяются механизмом связи между волноводами d_1 и d_2, поэтому в рассматриваемом случае они имеют более сложный вид по сравнению с [1]:

$$f^m = \frac{R_{m-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}}; \qquad f_0^0 = \frac{R_{[\sigma]}^{-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}}; \tag{5}$$

$$W_0^n = V_{[\sigma]}^n - 2R_{[\sigma]}^0 V_0^n - \left(\widetilde{W}_{[\sigma]}^n - V_0^n \frac{\widetilde{R}_{[\sigma]}^0}{R_0}\right) \frac{R_{[\sigma]}^{-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}},$$

$$W_m^n = V_m^n - 2R_m V_0^n - (\widetilde{W}_{[\sigma]}^n - 2\widetilde{R}_{[\sigma]}^0 V_0^n) \frac{R_{m-1}}{\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}}. \tag{6}$$

Функции V_m^n, $V_{[\sigma]}^n$, $\widetilde{W}_{[\sigma]}^n$, R_m, $R_{[\sigma]}^k$, $\widetilde{R}_{[\sigma]}^k$ выражаются через полиномы Q_n по формулам, приведенным в работе [2] для задачи о нормальном падении электромагнитной волны на симметричную двухэлементную решетку.

Система (3) однородна и имеет нулевое решение только в случае равенства нулю ее определителя. Это условие дает точное характеристическое уравнение для собственных волн структуры:

$$\operatorname{Det}\{\varepsilon_n \widetilde{W}_m^n - f_0^m - \delta_{mn}\} = 0 \tag{7}$$

$$(m, n = 0, 1, 2, 3 \ldots).$$

Уравнение (7) допускает предельные переходы к случаям $d=0$, $d=l$ (отсутствие щелей в перегородке и отсутствие самой перегородки), кроме того, используя асимптотики для величин $R_{[\sigma]}^0$, $\widetilde{R}_{[\sigma]}^0$, $R_{[\sigma]}^{-1}$, $\widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}$ при $d' \to 0$ [2], можно осуществить предельный переход к уравнению для волновода с простой ленточной решеткой [1]. Коэффициенты системы (3) достаточно быстро убывают с номером n, что позволяет обосновать применение метода редукции для численных расчетов.

В приближении $\frac{l}{a} \ll 1$ характеристическое уравнение принимает вид

$$\frac{\pi \sin K'_{\text{кр}} a}{K'_{\text{кр}} l \sin K'_{\text{кр}} d_1 \sin K'_{\text{кр}} d_2} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{R_{[\sigma]}^{-1} - \widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1}}{2(\widetilde{R}_{[\sigma]}^0 R_{[\sigma]}^{-1} - \widetilde{R}_{[\sigma]}^{-1} R_{[\sigma]}^0)} \text{ для } E\text{-волн;} \\ -\dfrac{1}{\ln\left[\sin\dfrac{\pi(d'+d)}{2l} \sin\dfrac{\pi(d-d')}{2l}\right]} \text{ для } H\text{-волн,} \end{cases} \tag{8}$$

где

$$\Theta'_{кр} = \sqrt{\Theta^2_{кр} - \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2};$$

$$R^k = -\frac{1}{2\pi}\int_{\theta'}^{k} \frac{\varphi \cos(k+1)\varphi d\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - \cos\theta}\sqrt{\cos\theta' - \cos\varphi}}; \tag{9}$$

$$\widetilde{R}^k_{[\sigma]} = -\frac{1}{2\pi}\int_{\theta'}^{k} \frac{(\varphi - \pi)\cos(k+1)\varphi d\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - \cos\theta}\sqrt{\cos\theta' - \cos\varphi}};$$

$$\theta = \frac{\pi d}{l};\ \theta' = \frac{\pi d'}{l}.$$

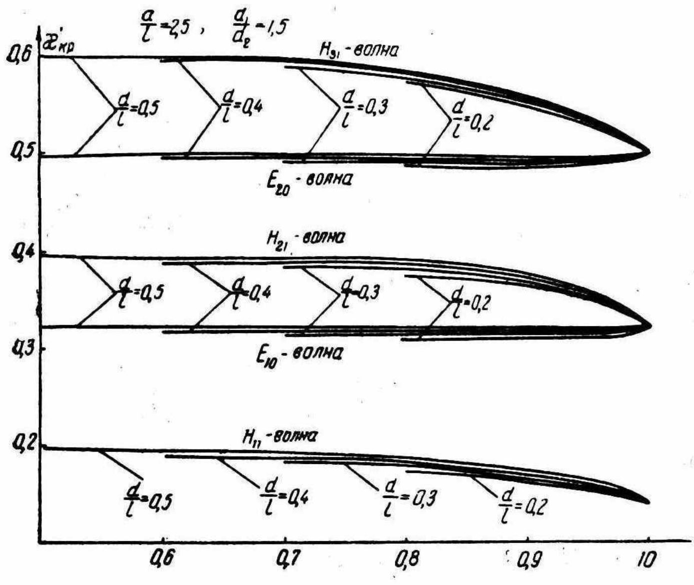

Рис. 1. Зависимость поперечных волновых чисел от коэффициента заполнения решетки.

Решения уравнения (8) достаточно близки к решениям точного уравнения (7) при $\frac{pl}{a} < 1$, где p — номер корня характеристического уравнения или индекс волны, указывающий число вариаций ее поля по x.

2. Результаты численного анализа характеристического уравнения представлены на рис. 1—3. На рис. 1 изображена зависимость x-компонент волнового числа $\varkappa'_{кр} = \frac{\Theta'_{кр} l}{2\pi}$ от коэффици-

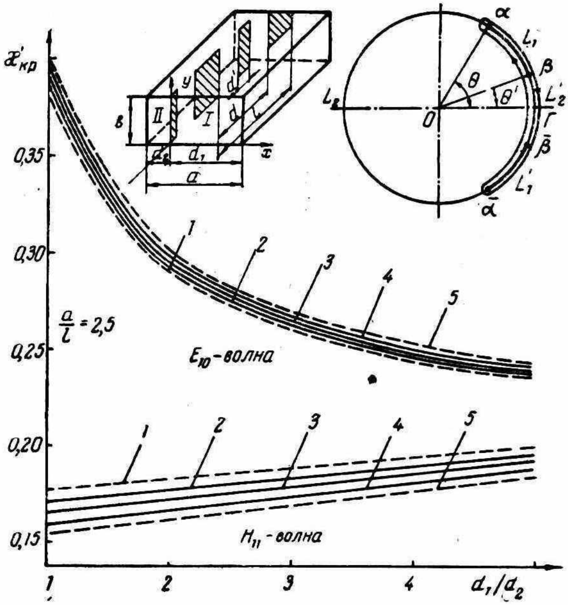

Рис. 2. Зависимость поперечных волновых чис от положения решетки в волноводе:

$1 - \frac{2d}{l} = 0{,}2$; $\frac{d'}{l} = 0$; $2 - \frac{d}{l} = 0{,}3$; $\frac{d'}{l} = 0{,}1$;

$3 - \frac{d}{l} = 0{,}4$; $\frac{d'}{l}$ $0{,}2$; $= \frac{d}{} = 0{,}5$; $\frac{d'}{l} = 0{,}3$;

$5 - \frac{d}{l} = 0{,}2$; $\frac{d'}{l} = 0'$.

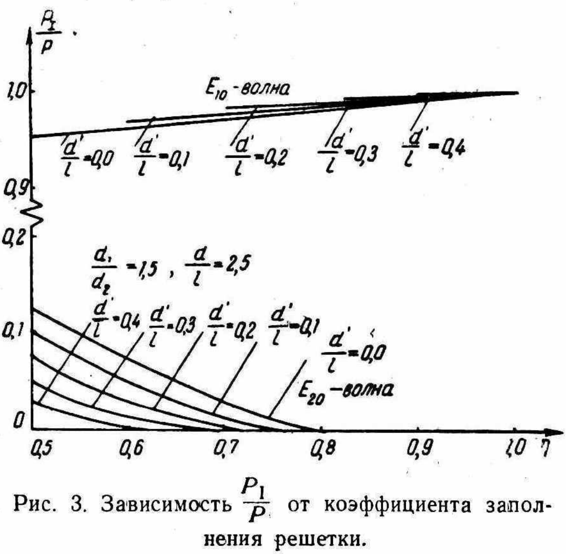

Рис. 3. Зависимость $\frac{P_1}{P}$ от коэффициента заполнения решетки.

ента заполнения решетки $\eta=\frac{l-d+d'}{l}$ для волн E_{10}, E_{20}, H_{11}, H_{21}, H_{31} при различном распределении металла между узкой и широкой лентами. Ширина широкой ленты вдоль каждой кривой остается неизменной. Из представленного графика следует, что при фиксированном коэффициенте заполнения решетки волновые числа E- и H-волн возрастают по мере увеличения отношения ширины узкой ленты к широкой. При полностью закрытых щелях решетки, что соответствует коэффициенту заполнения $\eta=1$, собственные волны исследуемой структуры переходят в волны волноводов шириной d_1 и шириной d_2. При нулевой ширине узкой ленты волновые числа принимают такие же значения, как и в волноводе с простой решеткой, а при одинаковой ширине лент, — как в волноводе с периодом $\frac{l}{2}$.

На рис. 2 приведены зависимости поперечных волновых чисел E_{10}- и H_{11}-волн от положения решетки в волноводе при различных соотношениях между размерами узкой и широкой лент при общем коэффициенте заполнения решетки — 0,8. Как видно, различное распределение металла между лентами наиболее существенно влияет на характеристики E_{10}- и H_{11}-волн, если решетка расположена в центре волновода.

Амплитудные характеристики нескольких собственных волн структуры были исследованы для случая, когда лишь одна пространственная гармоника поля является бегущей волной и определяет структуру поля в поперечном сечении волновода, а остальные гармоники экспоненциально затухают при удалении от решетки и заметно влияют на структуру поля только вблизи решетки.

На основании полученных для E_{10}- и E_{20}-волн данных был произведен расчет отношения мощности, переносимой волной по волноводу I ко всей переносимой через поперечное сечение мощности. Результаты расчета представлены на рис. 3, где изображена зависимость $\frac{P_{\mathrm{I}}}{P}$ от коэффициента заполнения решетки для случая $\frac{d_2}{d_1}=1,5$; $\frac{aP}{l}=2,5$ при различном распределении металла между узкой и широкой лентами. Ширина узкой ленты вдоль каждой кривой остается неизменной. Отношения $\frac{P_{\mathrm{I}}}{P}$, рассчитанные для E_{10}- и E_{20}-волн, характеризуют степень разделения волн по каналам. В работе [2] показано, что наибольшее разделение этих волн наблюдается при $\frac{d_1}{d_2}=1,5$, в соответствии с этим расчеты были проведены именно для отношения $\frac{d_1}{d_2}$. Из графика видно, что E_{10}-волна практически всю энергию переносит по каналу I; E_{20} — по каналу II. Как следует из представленных данных, разделение волн улучшается по мере увеличения ширины узкой ленты при данном коэффициенте заполнения решетки. Таким образом, дополнительный элемент, помещенный между лентами решетки, дает еще один варьируемый параметр, используя который можно управлять полезными свойствами структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоусова Л. И.—Сб. «Радиотехника». Вып. 7. Харьков, 1968, с. 52—59.
2. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции и распространении электромагнитных волн. Харьков, 1971. 400 с.