УДК 621.372

Л. И. БЕЛОУСОВА, канд. физ.-мат. наук; *В. Д. ЗОРЯ*

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СВЯЗЬ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ЗАПОЛНЕНИЯМИ

Волноводы, полностью или частично заполненные веществом с диэлектрической (или магнитной) проницаемостью, отличной от единицы, играют важную роль в технике СВЧ. Примером этого служат ленточные аттенюаторы, фазовращатели, применяющиеся для специальных целей нагруженные волноводы малого сечения [2].

Определенный интерес представляет также исследование периодической связи в таких волноводах, благодаря которой осуществляется переход мощности из одних типов волн в другие, обмен мощностью между волнами элементов волноводной линии. Эти важные свойства связанных волноводов лежат в основе таких устройств, как селекторы, направленные ответвители, преобразователи, ослабители мощности и т. п. [3].

Настоящая работа посвящена исследованию связи волноводов, заполненных диэлектриками, в виде поперечных периодических щелей в общей стенке волноводов.

Рассмотрим структуру, состоящую из двух бесконечных параллельно расположенных прямоугольных волноводов, имеющих общую стенку, в которой периодически прорезаны поперечные щели одинаковой ширины. Длина щелей равна высоте общей стенки волноводов. Будем предполагать, что волноводы выполнены из идеального проводника, а общая их стенка бесконечно тонкая. Среда внутри каждого волновода однородна, изотропна и область I ($0<x<d_1$) заполнена диэлектриком с проницаемостями $\varepsilon_1 \neq 1$ и $\mu_1=1$, а область II ($-d_2<x<0$) — диэлектриком с проницаемостями $\varepsilon_2 \neq 1$ и $\mu_2=1$.

Введем систему координат, как показано на рис. 1, и исследуем электромагнитные волны типа H_{p0}, распространяющиеся в такой структуре в направлении положительной оси oz.

Периодичность структуры в направлении распространения позволяет записать искомые поля в виде

$$\vec{E}(x, z)=\overset{\frown}{\vec{E}}(x, z)\, e^{ih_0 z};$$

$$\vec{H}(x, z) = \overset{\frown}{\vec{H}}(x, z) e^{ih_0 z}, \qquad (1)$$

где h_0 — постоянная распространения;

$\overset{\frown}{\vec{E}}(x, z), \overset{\frown}{\vec{H}}(x, z)$ — функции, периодичные относительно z с периодом, равным l (множитель $e^{-i\omega t}$, характеризующий временную зависимость, опущен).

Представим составляющую E_y в виде

$$E_y = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_n(x)\, e^{ih_n z},$$

где (2)

$$h_n = h_0 + \frac{2\pi n}{l}.$$

Искомые поля должны удовлетворять уравнению Гельмгольца, граничным условиям на внешних стенках волноводов и граничным условиям на общей стенке волноводов.

Подчиняя поля поставленным требованиям, получаем:

$$E_y^{(1)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n [e^{i\gamma_n^{(1)}x} - e^{i\gamma_n^{(1)}(2d_1-x)}] e^{ih_n z};$$

(3)

$$E_y^{(2)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n [e^{-i\gamma_n^{(2)}x} - e^{i\gamma_n^{(2)}(2d_2+x)}] e^{ih_n z},$$

где

$$\gamma_n^{(1)} = \sqrt{k^2\varepsilon_1 - h_n^2}; \qquad \gamma_n^{(2)} = \sqrt{k^2\varepsilon_2 - h_n^2}; \qquad (4)$$

$$b_n = c_n \frac{1 - e^{2id_2\gamma_n^{(2)}}}{1 - e^{2id_1\gamma_n^{(1)}}}, \qquad (5)$$

а c_n определяются из системы уравнений, полученной методом задачи Римана—Гильберта [1]:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \left\{ \frac{|n|}{n} \chi_n \left(V_m^n - \frac{R_m}{R_\sigma^1} V_\sigma^{n^1} \right) - \delta_{mn} \right\} = 0, \tag{6}$$

где

$$(m = 0;\ \pm 1;\ \pm 2; \ldots) \quad x_n = c_n \left(1 - e^{2id_2\gamma_n^{(2)}}\right)(n+s); \tag{7}$$

$$\frac{h_n l}{2\pi} = n + s; \tag{8}$$

$$\chi_n = 1 + i\frac{|n|}{n} \frac{l}{4\pi(n+s)} \left[\gamma_n^{(1)} \frac{1 + e^{2id_1\gamma_n^{(1)}}}{1 - e^{2id_1\gamma_n^{(1)}}} + \gamma_n^{(2)} \frac{1 + e^{2id_2\gamma_n^{(2)}}}{1 - e^{2id_2\gamma_n^{(2)}}} \right] - \tag{9}$$

величина, которая с увеличением n убывает как $\frac{\varkappa^2\varepsilon}{n^2}$, где $\varepsilon = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$; $\varkappa = \frac{kl}{2\pi}$. Коэффициенты V_m^n, R_m, R_σ^1, $V_\sigma^{n^1}$ зависят только от отношения ширины щелей решетки к ее периоду $\frac{d}{l}$ и приведены в [1].

Система (6) однородна и имеет нетривиальное решение в том и только в том случае, когда ее определитель равен нулю:

$$\operatorname{Det} \left\{ \frac{|n|}{n} \chi_n \left(V_m^n - \frac{R_m}{R_\sigma^1} V_\sigma^{n^1} \right) - \delta_{mn} \right\} = 0 \tag{10}$$

$$(m = 0;\quad \pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3; \ldots).$$

Последнее равенство (10) является дисперсионным уравнением структуры. Решая это уравнение для заданных геометрических параметров структуры и частоты, находим постоянные распространения исследуемых волн, затем из решения самой системы (6) определяем коэффициенты Фурье c_n и b_n, подставляя которые в выражения для полей (3), находим структуру поля.

Полученная система (10) допускает предельные переходы к случаю отсутствия связи волноводов и к случаю отсутствия их общей стенки.

Когда щели в общей стенке отсутствуют ($d=0$), дисперсионное уравнение (10) распадается на два уравнения:

$$1 - e^{2id_1\gamma_0^{(1)}} = 0; \qquad 1 - e^{2id_2\gamma_0^{(2)}} = 0,$$

откуда

$$\gamma_0^{(1)} = \frac{k\pi}{d_1}; \quad \gamma_0^{(2)} = \frac{k\pi}{d_2}; \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots), \tag{11}$$

что соответствует волноводам шириной d_1 и d_2.

Во втором случае, когда перегородка исчезает ($d=l$), дисперсионное уравнение (10) имеет вид

$$\gamma_0^{(1)} \operatorname{ctg} d_1\gamma_0^{(1)} + \gamma_0^{(2)} \operatorname{ctg} d_2 \gamma_0^{(2)} = 0 \tag{12}$$

и H_{p0} — волны рассматриваемой структуры переходят в H_{p0} — волны двухслойного волновода шириной $d_1+d_2=a$ [2, 4].

Во всех полученных выражениях (1—12) при $\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$ выполняется предельный переход к результатам главы 6 работы [1].

В длинноволновом приближении, когда длина волны значительно больше периода расположения щелей, дисперсионное уравнение (10) преобразуется в

$$\operatorname{ctg} \frac{2\pi d_1}{l} \Gamma + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \operatorname{ctg} \frac{2\pi d_2}{l} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \Gamma = \frac{1}{\Gamma \ln \cos \frac{\pi d}{2l}}, \tag{13}$$

где

$$\Gamma = \frac{\gamma_0^{(1)} l}{2\pi}.$$

Это уравнение определяет постоянную распространения Γ как функцию геометрических параметров структуры, не зависящую от частоты. Действительно, в длинноволновом приближении решетчатая перегородка ведет себя как полупрозрачная пленка, однородная в направлении z, и поэтому вся структура оказывается в целом регулярной.

Численное решение характеристического уравнения (13) производилось с помощью ЭВМ «Минск-22». Некоторые свойства структуры удобно рассмотреть на графике (рис. 1), где по оси абсцисс отложены значения $\frac{d_1}{d}$, а по оси ординат — значения Γ, величины, пропорциональной критической частоте. График построен для случая $\frac{a}{l}=5$, $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=2$.

Как видно из рисунка, области возможного изменения критических частот волн типа H_{p0} представляют собой криволинейные треугольники, вне которых не существует корней дисперсионного уравнения (10). Стороны треугольников получены из случаев $d=0$ и $d=l$. Случаю $d=0$ отвечают наклонные прямые, дающие зависимость Γ от $\frac{d_1}{d_2}$ для второго волновода (ширина d_2), и ветви гипербол, относящиеся к первому волноводу (ширина d_1). Основания треугольников соответствуют случаю $d=l$.

На графике (рис. 1) представлены зависимости $\Gamma\left(\frac{d_1}{d_2}\right)$, рассчитанные для нескольких значений $\frac{d}{l}$: 0,4; 0,6; 0,8; 0,9.

Наряду со свойствами, аналогичными свойствам подобной структуры с $\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$, исследуемая система волноводов обладает и некоторыми особенностями.

1. Из рис. 1 следует, что, как и в случае $\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$, при появлении перегородки критические частоты H_{p0}-волн увеличиваются, но максимумы возмущения их полей смещены. Макси-

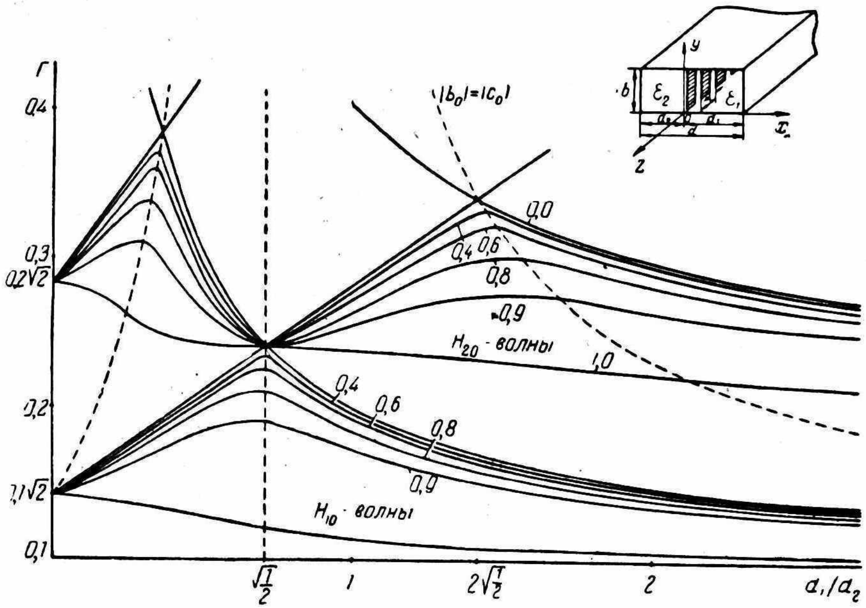

Рис. 1. Зависимость поперечной постоянной $\Gamma=\frac{\gamma_0 l}{2\pi}$ от соотношения размеров волноводов $\frac{d_1}{d_2}$ при фиксированных значениях ширины щелей $\frac{d}{l}$, (указанных на графике) $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}=2$; $\frac{a}{l}=5$.

мальное возмущение H_{p0}-волны наблюдается при расположении решетки не в плоскостях

$$\frac{d_1}{d_2}=\frac{p_1}{p_2}, \text{ а при } \frac{d_1}{d_2}=\frac{p_1}{p_2}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}},$$

где p_1, p_2 — целые положительные числа, причем $p_1+p_2=p+1$.

2. При $\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$ критические частоты соседних волн строго разграничены, и за счет изменения места расположения решетки и ее коэффициента заполнения $\left(\frac{d_1}{d_2}\text{ и }\frac{d}{l}\right)$ области их возможного существования нигде не перекрываются. В случае заполнения волноводов веществами с $\varepsilon_1\neq\varepsilon_2$, при соответствующем выборе параметров $\frac{d_1}{d_2}$ и $\frac{d}{l}$ две соседние волны H_{p0} и $H_{p+1,0}$

могут иметь равные критические частоты, причем при фиксированных $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ для волн высших типов область перекрытия больше. Это свойство структуры может быть использовано для подавления высших модов в многомодовых волноводах, частично заполненных диэлектриком.

3. Большой интерес представляет также исследование распределения поля между первым и вторым волноводами.

Поле волны, распространяющейся в структуре, определяется как сумма пространственных гармоник с помощью выражений (3). При условии

$$\frac{kl}{2\pi}\sqrt{\varepsilon_{1,2}} < 1$$

лишь единственная нулевая гармоника представляет собой бегущую волну и определяет в основном структуру поля в поперечном сечении. Все остальные пространственные гармоники являются поверхностными волнами, экспоненциально убывающими при удалении от общей стенки волноводов. Отношение $\frac{|c_0|}{|b_0|}$ в определенной мере характеризует распределение мощности волны между волноводами. Из соотношения (5) можно получить условие равенства $\frac{|c_0|}{|b_0|}$ единице:

$$\Gamma = \frac{rl}{2a}\cdot\frac{\frac{d_1}{d_2}+1}{\frac{d_1}{d_2}-\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}} \qquad (r=0;\ \pm1;\ \pm2;\ \ldots).$$

Кривые, соответствующие $\frac{|c_0|}{|b_0|}=1$, нанесены штриховыми линиями на графике (рис. 1). Можно показать, что максимумы всех кривых, характеризующих зависимость Γ от $\frac{d_1}{d_2}$ при фиксированных $\frac{d}{l}$, лежат на штриховых линиях $\frac{|c_0|}{|b_0|}=1$. Таким образом, весь график оказывается разделенным на полосы, внутри которых для каждой волны отношение $\frac{|c_0|}{|b_0|}$ либо больше, либо меньше единицы. Области, в которых $\frac{|c_0|}{|b_0|}$ больше или меньше единицы, последовательно чередуются, и для любой волны всегда можно определить, при каких соотношениях размеров волноводов поле имеет бóльшую интенсивность в первом или втором волноводе.

Интересно отметить, что если в случае $\varepsilon_1=\varepsilon_2=1$ бóльшая интенсивность поля волны H_{10} всегда достигается только в бóльшем волноводе, то в рассматриваемой структуре это не обязательно. Например, если $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ и размеры волноводов таковы, что

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} > \frac{d_1}{d_2} < 1,$$

то $b_0 > c_0$ и бо́льшую амплитуду H_{10} имеет как раз в меньшем волноводе, заполненном диэлектриком с $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$. Поэтому заполнение даже довольно узкого волновода веществом с высокой (по сравнению с другим каналом) диэлектрической проницаемостью приводит к существенному изменению распределения поля между волноводами.

4. Полученные характеристики собственных волн структуры позволяют также рассчитать длину волны пространственных биений, происходящих при подведении мощности к одному из двух связанных волноводов. Биения могут быть рассмотрены как результат интерференции возбуждающихся синфазной и противофазной собственных волн.

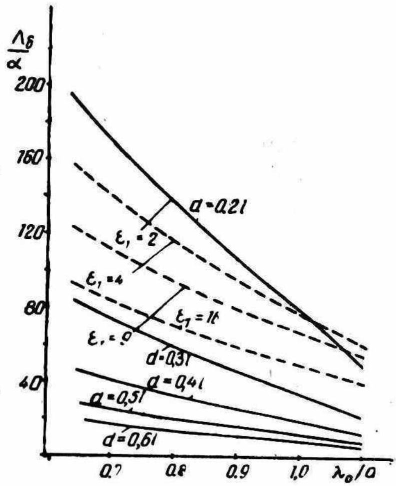

Рис. 2. Зависимость длины волны биений $\frac{\Lambda_б}{a}$ от $\frac{\lambda_0}{a}$ (— при различных значениях $\frac{d}{l}$ и $\varepsilon_1=2$; — — — при различных значениях ε_1 и $\frac{d}{l} =$ $=0{,}2; \frac{a}{l} =5$).

Как известно из теории связанных волн [3], полный переход мощности из одного волновода в другой можно осуществить, если фазовые постоянные парциальных волноводов одинаковы. В исследуемой структуре значительный обмен энергией между волнами H_{10} и H_{20} имеет место при

$$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}.$$

Пространственные биения характеризуются длиной волны биений, определяемой формулой:

$$\Lambda_б = \frac{2\pi}{\Delta h_0},$$

где Δh_0 — разность постоянных распространения синфазной и противофазной волн.

Для случая связи волн по основной волне роль синфазной волны играет H_{10}-волна, противофазной — H_{20}-волна.

На графике (рис. 2) представлены зависимости длины волны биений $\frac{\Lambda_б}{a}$ от длины волны в свободном пространстве $\frac{\lambda_0}{a}$ при $\pm\frac{a}{l}=5$. Сплошные кривые соответствуют значениям $\varepsilon_1=2$, $\varepsilon_2=1$ и различным значениям ширины щелей $\frac{p}{e}$, указанным на графике. Штриховые линии построены для фиксированного значения $\frac{d}{l}=0{,}2$ и различных значений ε_1. Как видно из графиков, линейность зависимости $\Lambda_б$ от λ_0 сохраняется в большом диапазоне λ_0. Пересечение кривых при различных ε_1 и фиксированном $\frac{d}{l}$ можно объяснить тем, что изменение ε_1 приводит как к изменению фазовых скоростей волн H_{10} и H_{20}, так и к изменению разности Δh_0. Кроме того, это пересечение имеет место при различных размерах волноводов.

Приведенные результаты позволяют определить длину участка связи, необходимую для ответвления заданной части мощности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков, 1971. 400 с.
2. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М., «Сов. радио», 1967. 204 с.
3. Миллер С. Е. Теория связанных волн и ее применение к волноводам.— Сб. «Волноводные линии передачи с малыми потерями». Вып. 4. М., 1960, с. 139—200.
4. Eberhardt N. Propagation in the Off Center E — Plane Dielectrically Loaded Waveguide. IEEE. Trans. of Microwave Theory and Technigues. vol. MTT — 15, № 5, May 1967, p. 282—289.