

## ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ПОЛИЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ ОТ ИХ ГЕОМЕТРИИ. II. РЕЗОНАТОРЫ РАДИАЛЬНОГО ТИПА

Полицилиндрический резонатор радиального типа представляет собой систему связанных кольцевыми щелями тороидаль-

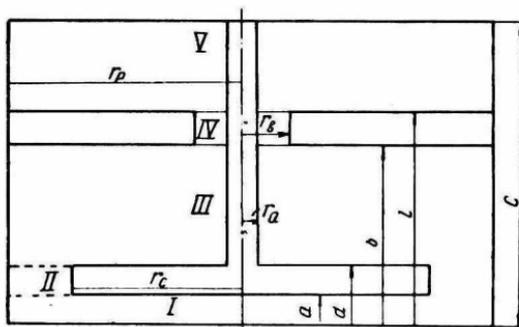


Рис. 1.

ных и радиальных резонаторов. Щели связи образуются торцами дисков и цилиндрическими поверхностями и располагаются попеременно у боковых стенок резонатора и внутреннего проводника.

На рис. 1 показан продольный разрез системы, состоящей из одного радиального и двух тороидальных резонаторов. Однако применяемая в настоящей работе методика расчета параметров может быть использована и в случае  $n$ -резонаторов.

Расчет основных характеристик резонаторов радиального типа проводится в той же последовательности, что и в случае полицилиндрических резонаторов коаксиального типа. Используя обозначения работы [1], запишем поля в резонаторе через  $Z$ -компоненту электрического вектора Герца  $\Pi_z^e$ . Поскольку толщина дисков  $\Delta l = (d - a) \ll r_p$  и ширина щели  $\Delta r = (r_p - r_c) < r_p$ , то в областях II, IV вышшими типами колебаний можно пренебречь и ограничиться только  $TEM$ -типом. Тогда

$$\Pi_z^e = \sum_{m=1}^{\infty} A_{0m} I_0 \left( x_{0m} \frac{r}{r_p} \right) \cos \gamma_{0m} z;$$

$$\begin{aligned}
\Pi_{22}^e &= \ln C_2 r (M_2 \cos kz + N_2 \sin kz); \\
\Pi_{23}^e &= \ln C_3 r (C_0 \cos kz + D_0 \sin kz) + \\
&+ \sum_{n=1}^{\infty} U_{0n} (\alpha_{0n} r) (C_{0n} \cos \eta_{0n} z + D_{0n} \sin \eta_{0n} z); \\
\Pi_{24}^e &= \ln C_4 r (P_4 \cos kz + R_4 \sin kz); \\
\Pi_{25}^e &= \ln C_5 r B_0 \cos k(z - c) + \\
&+ \sum_{n=1}^{\infty} B_{0n} U_{0n} (\alpha_{0n} r) \cos \eta_{0n} (z - c),
\end{aligned} \tag{1}$$

где

$$U_{0n} (\alpha_{0n} r) = I_0 (\alpha_{0n} r) - \frac{I_0 (\alpha_{0n} r_a)}{N_0 (\alpha_{0n} r_a)} N_0 (\alpha_{0n} r);$$

$\eta_{0n} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{x_{0m}}{r_p}\right)^2}$ ;  $\frac{x_{0m}}{r_p}$  — постоянные распространения вдоль координатных ортов  $z$  и  $r$  в I и  $\eta_{0n} = \sqrt{k^2 - \alpha_{0n}^2}$ ,

$\alpha_{0n} = \frac{\epsilon_{0n}}{r_p - r_a}$  в III и V областях. Выражения (1) получены с учетом только симметричных колебаний.

Используя метод Фурье [2] при сшивании тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границах раздела частичных областей, получаем следующее дисперсионное уравнение, связывающее резонансные частоты полицилиндрического резонатора радиального типа с его геометрией:

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0. \tag{2}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \operatorname{ctg} kd + g_m + g_{3n} + g_{4n}; \\
a_{12} &= 1 - g_m \operatorname{ctg} kd - g_{3n} \operatorname{ctg} kd - g_{4n} \operatorname{ctg} kb; \\
a_{22} &= -\left(g_0 \operatorname{ctg} kb + 1 + g_{1n} \frac{\cos kd}{\sin kb} - g_{2n} \operatorname{ctg} kb\right);
\end{aligned}$$

$$a_{21} = g_0 - \operatorname{ctg} kb - g_{1n} \frac{\sin kd}{\sin kb} + g_{2n};$$

$$g_0 = \frac{\ln r_p / r_a}{\ln r_b / r_a} \cdot \frac{\operatorname{ctg} kb - \theta}{1 + \theta \operatorname{ctg} kb};$$

$$g_m = \frac{\ln r_p/r_a}{\ln r_b/r_a} \cdot \frac{1 - \alpha \operatorname{ctg} kd}{\alpha + \operatorname{ctg} kd};$$

$$\theta = \frac{1 + kW_n \operatorname{tg} kl + \frac{\ln r_b/r_a}{\ln r_p/r_a} \operatorname{ctg} k(c-l) \operatorname{tg} kl}{\operatorname{tg} kl - kW_n - \frac{\ln r_b/r_a}{\ln r_p/r_a} \operatorname{ctg} k(c-l)}$$

$$\alpha = \frac{\operatorname{tg} ka - 2kW_m}{1 + 2kW_m \operatorname{tg} ka};$$

$$W_m = -\frac{1}{r_p(r_p - r_c)} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_0\left(x_{0m} \frac{r_c}{r_p}\right) \int_{r_c}^{r_p} r I_1\left(x_{0m} \frac{r}{r_p}\right) dr}{x_{0m} I_1^2(x_{0m}) \gamma_{0m} \operatorname{tg} \gamma_{0m} a};$$

$$W_n = -\frac{1}{r_b - r_a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_{0n}(\alpha_{0n} r_b) \int_{r_a}^{r_b} r U_{1n}(\alpha_{0n} r) dr}{\alpha_{0n} \|U_{1n}\| \gamma_{0n} \operatorname{tg} \gamma_{0n}(c-l)};$$

$$U_{1n}(\alpha_{0n} r) = I_1(\alpha_{0n} r) - \frac{I_0(\alpha_{0n} r_a)}{N_0(\alpha_{0n} r_a)} N_1(\alpha_{0n} r);$$

$$\|U_{1n}\| = \frac{r_p}{2} \left[ r_p U_{1n}^2(\alpha_{0n} r_p) - r_a \frac{N_0(\alpha_{0n} r_p)}{N_0(\alpha_{0n} r_a)} \times \right. \\ \left. \times U_{1n}(\alpha_{0n} r_p) U_{1n}(\alpha_{0n} r_a) \right] -$$

квадрат нормы собственных функций  $\{U_{1n}(\alpha_{0n} r)\}^2$  (его вычисление приводится в приложении 1);

$$g_{1n} = \frac{\sin kd}{\sin kb} \cdot \frac{\ln r_p/r_a}{(r_b - r_a) \ln r_p/r_c} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{-1} U_{0n}(\alpha_{0n} r_c) \int_a^{r_b} r U_{1n}(\alpha_{0n} r) dr;$$

$$g_{2n} = \frac{\ln r_p/r_a}{(r_b - r_a) \ln r_b/r_a} \sum_{n=1}^{\infty} b_n^{-1} U_{0n}(\alpha_{0n} r_b) \int_{r_a}^{r_b} r U_{1n}(\alpha_{0n} r) dr;$$

$$g_{3n} = \frac{\ln r_p/r_a}{(r_p - r_c) \ln r_p/r_c} \sum_{n=1}^{\infty} b_n^{-1} U_{0n}(\alpha_{0n} r_c) \int_{r_p}^{r_p} r U_{1n}(\alpha_{0n} r) dr;$$

$$g_{4n} = -\frac{\sin kb}{\sin kd} \cdot \frac{\ln r_p/r_a}{(r_p - r_c) \ln r_b/r_a} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{-1} U_{0n}(\alpha_{0n} r_b) \int_c^{r_p} r U_{1n}(\alpha_{0n} r) dr;$$

$$a_n = \alpha_{0n} \|U_{1n}\| \eta_{0n} \sin \eta_{0n} (b - d);$$

$$b_n = \alpha_{0n} \|U_{1n}\| \eta_{0n} \operatorname{tg} \eta_{0n} (b - d).$$

Расчет собственной длины волны  $\lambda_0$ , ненагруженной добротности  $Q_0$  и характеристического сопротивления в емкостном зазоре между торцевыми стенками радиального резонатора  $\rho$  проводился на ЭВМ М-222. Уравнение (2) решалось в два этапа. Сначала коэффициенты  $W_m$ ,  $W_n$ ,  $q_{1a} - q_{4n}$  приводились к чисто радиальной зависимости и вычислялись для конкретных радиальных размеров в зависимости от  $m$  и  $n$ . В областях I, III, V учитывалось по пять типов волн, так как дальнейшее увеличение их числа практически не вызывает изменений  $\lambda_0$ . Нетабулированные интегралы вычислялись по методу Симпсона. Затем полученные коэффициенты вводились в программу в виде численного материала и рассчитывались резонансные частоты для выбранных радиальных размеров в зависимости от толщины дисков и расстояния между ними, равного  $\Delta h = b - d$ . Поиск корней уравнения (2) проводился с точностью  $10^{-5}$ .

Результаты расчета  $\lambda_0$  для различной толщины дисков и расстояния между ними ( $\Delta h = \Delta r = \text{const}$ ,  $\Delta r = \Delta l = \text{const}$ ), а также различной ширины щели связи и величины радиуса  $r_p$  ( $\Delta l = \Delta h = \text{const}$ ) приведены в виде графиков зависимости

$\lambda_{\text{отн}}$  от  $\Delta l_{\text{отн}}$ ,  $\Delta h_{\text{отн}}$  и  $\frac{r_p}{r_a}$  на рис. 2, а, б, с.

Все геометрические величины графика пронормированы по отношению к диаметру внутреннего проводника.

Анализ полученных результатов (рис. 2, в) показывает, что собственная длина волны на основном типе колебаний цилиндрического резонатора радиального типа может быть приближенно (с погрешностью порядка 10%) вычислена по формуле

$$\lambda_0 = 4n r_p \quad (3)$$

при

$$\Delta h \approx (0,01 \div 0,05) r_p; \quad \Delta l \approx 0,01 r_p \quad \text{и} \quad \Delta r = 0,1 r_p; \quad \frac{r_p}{r_a} \approx 9 - 10.$$

В формуле (3)  $n$  — число связанных резонаторов.

Как видно из графиков, при малых значениях  $\frac{r_p}{r_a}$   $\lambda_0$  очень критична к изменению ширины щели связи. Так, ее уменьшение в два раза по сравнению с указанной величиной, при которой выполняется (3), приводит к увеличению  $\lambda_0$  примерно на 60%. Поэтому при выборе размеров щели связи следует в основном руководствоваться значениями параметров  $Q_0$  и  $\rho$ .

Вариация  $\Delta h$  не приводит к существенным изменениям резонансных длин волн, однако при этом наблюдается значительное изменение собственной добротности и характеристического сопротивления резонатора. Разделение между основным и ближайшим к нему видом колебаний в рассматриваемом диапазоне частот примерно равно (1,5—2,5)  $f_0$ .

Собственная добротность  $Q_0$  и характеристическое сопротивление  $\rho$  рассчитывались по формулам (4) и (8) работы [1], в которых индекс суммирования  $i$  изменялся от единицы до пяти. Неизвестные коэффициенты, необходимые для расчета высокочастотного напряжения:

$$U = \sum_{m=1}^{\infty} A_{0m} \left( \frac{x_{0m}}{r_p} \right)^2 \frac{\sin \gamma_{0m} a}{\gamma_{0m}}; \quad (4)$$

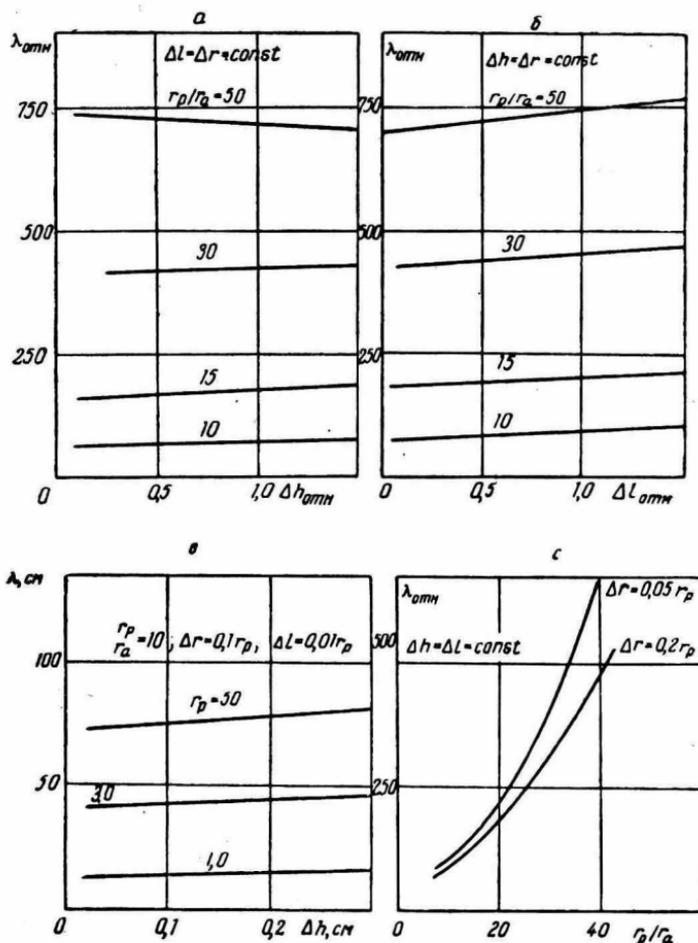


Рис. 2.

$Q_0$  и  $\rho$  находятся из решения системы алгебраических уравнений, полученной из условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границах раздела областей, и имеют следующий вид:

$$N_0 = -\beta_0 C_0; \quad M_0 = \alpha \beta_0 C_0; \quad D_0 = -\beta C_0;$$

$$P_4 = \beta_1 C_0; \quad R_4 = -\beta_1 \theta C_0; \quad \beta = \frac{a_{11}}{a_{12}};$$

$$A_{0m} = \frac{2k\beta_0 \sin ka (\alpha + \operatorname{ctg} ka) I_0 \left( x_{0m} \frac{r_c}{r_p} \right)}{x_{0m}^2 I_1^2(x_{0m}) \gamma_{0m} \sin \gamma_{0m} a} C_0;$$

$$B_0 = -\beta_1 \frac{\sin kl}{\sin k(c-l)} (1 + \theta \operatorname{tg} kl) C_0;$$

$$D_{0n} = (\alpha_1 \sin \eta_{0n} d + \alpha_2 \sin \eta_{0n} b) C_0;$$

$$C_{0n} = (\alpha_1 \cos \eta_{0n} d + \alpha_2 \cos \eta_{0n} b) C_0;$$

$$B_{0n} = -\frac{kU_{0n}(\alpha_{0n} r_b)(1 + \theta \operatorname{tg} kl) \beta_1}{\alpha_{0n}^2 \eta_{0n} \|U_{1n}\| \sin \eta_{0n}(c-l)} C_0;$$

$$\beta_0 = g_m \frac{1 + \beta \operatorname{ctg} kd}{1 - \alpha \operatorname{ctg} ka}; \quad \beta_1 = g_0 \frac{1 + \beta \operatorname{ctg} kb}{\operatorname{ctg} kb - \theta};$$

$$\alpha_1 = \frac{k \ln r_p/r_a \sin kb U_{0n}(\alpha_{0n} r_b)(1 + \beta \operatorname{ctg} kb)}{\ln r_b/r_a \alpha_{0n} a_n};$$

$$\alpha_2 = \frac{k \ln r_p/r_a \sin kd U_{0n}(\alpha_{0n} r_c)(1 + \beta \operatorname{ctg} kd)}{\ln r_p/r_c \alpha_{0n} a_n}.$$

Так как отношение  $\frac{r_p}{r_a}$  в основном является определяющим при задании длины волны  $\lambda_0$ , то практический интерес с точки зрения выбора оптимальных значений параметров  $Q_0$  и  $\rho$  представляет исследование влияния  $\Delta h$  и  $\Delta r$ . На рис. 3, а, б приведены графики зависимости  $Q_0$  и  $\rho$  от ширины щели связи и расстояния между дисками. Величины  $\Delta h$  и  $\Delta r$  во всех связанных резонаторах варьировались одновременно и в одинаковой мере. Сплошная линия иллюстрирует изменение собственной добротности, штриховая — характеристическое сопротивление для той же геометрии.

Анализ результатов машинного счета позволяет сделать выводы, что основным геометрическим размером, с помощью которого можно увеличить  $Q_0$  и  $\rho$  без существенного изменения  $\lambda_0$ , является расстояние между дисками.

Собственная добротность и характеристическое сопротивление резонаторов радиального и коаксиального типов одного порядка. Следовательно, те и другие резонаторы по своим электродинамическим параметрам равноценны и могут найти применение в качестве колебательных систем твердотельных приборов, миниатюрных элементов СВЧ-устройств дециметрового и метрового диапазонов длин волн и т. д.

При использовании рассмотренных резонаторов в качестве колебательных систем для твердотельных приборов СВЧ возник-

кает необходимость уменьшения  $\rho$  при одновременном увеличении  $Q_0$ . Это можно реализовать путем соответствующего подбора в каждом из связанных резонаторов значений  $\Delta h$  и  $\Delta r$  в ради-

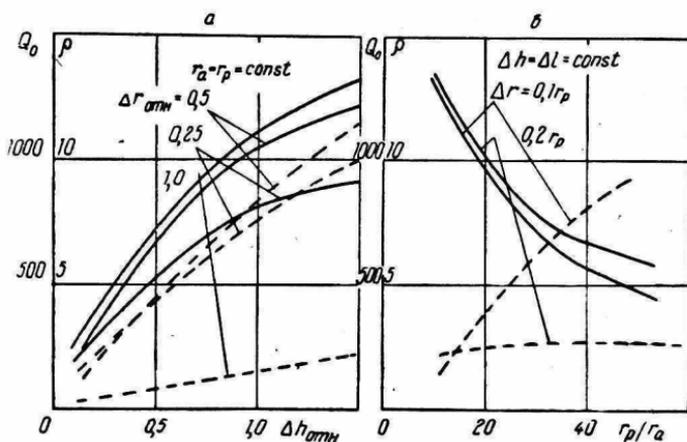


Рис. 3.

альной конструкции и размеров переходных областей и  $Z_0$  в коаксиальной конструкции.

Следует подчеркнуть, что полицилиндрические резонаторы значительно упрощают проблемы теплоотвода и согласования генераторов СВЧ с передающими линиями. С точки зрения технологии изготовления, перестройки и связи с нагрузкой предпочтительными являются резонаторы коаксиального типа.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ I

Если  $R_1(r)$  и  $R_2(r)$  являются решениями уравнений

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dR_1}{dr} + \left( \alpha_1^2 r - \frac{n^2}{r} \right) R_1 \right) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{dR_2}{dr} + \left( \alpha_2^2 r - \frac{m^2}{r} \right) R_2 \right) = 0, \quad (2)$$

то, вычитая из первого уравнения второе, предварительно умножив их соответственно на  $R_2(r)$  и  $R_1(r)$ , и интегрируя затем по  $r$  в пределах от  $r_a$  до  $r_p$ , будем иметь

$$\int_{r_a}^{r_p} (\alpha_1^2 - \alpha_2^2) r R_1(r) R_2(r) dr = \{ r [R_2(r) R_1'(r) - R_1(r) R_2'(r)] \}_{r_a}^{r_p}. \quad (3)$$

Допустим теперь, что  $m = n = 1$ ;  $\alpha_1 = \alpha_{0n}$ ;  $\alpha_2 = \alpha_{0n}$ ;

$$R_1(r) = U_1(\alpha_{0n} r) = I_1(\alpha_{0n} r) - \frac{I_0(\alpha_{0n} r_a)}{N_0(\alpha_{0n} r_a)} N_1(\alpha_{0n} r); \quad (4)$$

$$R_z(r) = U_1(x_{0n} r) = I_1(x_{0n} r) - \frac{I_0(x_{0n} r_a)}{N_a(x_{0n} r_a)} N_1(x_{0n} r).$$

Тогда

$$\int_{r_a}^{r_p} r U_{1n}(x_{0n}^r) U_1(\alpha_{0n} r) dr = \frac{1}{\alpha_{0n}^2 - x_{0n}^2} \{ r [x_{0n} U_1(\alpha_{0n} r) U_1'(x_{0n}^r) - \alpha_{0n} U_1(x_{0n} r) U_1'(\alpha_{0n} r)] \}_{r_a}^{r_p}.$$

Если учесть равенство нулю тангенциальной составляющей электрического поля при  $r = r_a$ ,  $r = r_p$ , т. е.

$$U_0(\alpha_{0n} r_p) = U_0(\alpha_{0n} r_a) = U_0(x_{0n} r_p) = U_0(x_{0n} r_a) = 0;$$

$$U_1'(\alpha_{0n} r) = U_0(\alpha_{0n} r) - \frac{U_1(\alpha_{0n} r)}{\alpha_{0n} r},$$

то выражение (5) может быть сведено к следующему:

$$\int_{r_a}^{r_p} r U_1(\alpha_{0n} r) U_1(x_{0n} r) dr = \frac{1}{\alpha_{0n}^2 - x_{0n}^2} \times \{ r [U_1(\alpha_{0n} r) U_1(x_{0n} r) - U_1(\alpha_{0n} r) U_1(x_{0n} r)] \}_{r_a}^{r_p}. \quad (7)$$

Отсюда следует условие ортогональности комбинации функций Бесселя и Неймана с весом  $r$ , если  $\alpha_{0n} \neq x_{0n}$ :

$$\int_{r_a}^{r_p} r U_1(x_{0n} r) U_1(\alpha_{0n} r) dr = 0. \quad (8)$$

Переходя к пределу при  $x_{0n} \rightarrow \alpha_{0n}$  и раскрывая неопределенность в правой части (5) по правилу Лопиталья, получаем выражение для квадрата нормы собственных функций  $\{U_{1n}(\alpha_{0n} r)\}^2$ :

$$\|U_{1n}\|^2 = \{U_1(\alpha_{0n} r)\}^2 = \frac{r}{2} \left\{ r U_1^2(\alpha_{0n} r) - r_a \frac{N_0(\alpha_{0n} r)}{N_0(\alpha_{0n} r_a)} \times \right. \\ \left. \times U_1(\alpha_{0n} r) U_1(\alpha_{0n} r_a) \right\}_{r=r_p} \quad (9)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Терещенко А. И., Буртовой Д. П., Канарик Г. Г. Зависимость параметров полицилиндрических резонаторов от их геометрии. I. Резонаторы коаксиального типа. См. статью настоящего сборника.
2. Коваленко Е. С., Коваленко В. С. К теории диафрагмированного волновода прямоугольного сечения. — Изв. вузов. Радиотехника», 1961, IV, 1, с. 11—25.