

А. И. ТЕРЕЩЕНКО, д-р техн. наук,
Д. П. БУРТОВОЙ, канд. техн. наук,
Г. Г. КАНАРИК

ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ ПОЛИЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ ОТ ИХ ГЕОМЕТРИИ.

I. РЕЗОНАТОРЫ КОАКСИАЛЬНОГО ТИПА

Геометрия объемного резонатора, в особенности его размеры, определяют резонансную длину волны λ_0 . При этом, как правило, линейные размеры имеют величину порядка λ_0 . Увеличить резонансную длину волны резонатора, сохраняя его габариты, или уменьшить габариты, сохраняя λ_0 , можно путем специального разделения его объема на области с квазисосредоточенными полями. В связи с этим представляет интерес исследование систем так называемых полицилиндрических резонаторов.

Полицилиндрическим резонатором мы будем называть СВЧ-систему, образованную последовательным соединением отрезков

коаксиальной или радиальной линии передачи, расположенных внутри полого цилиндрического резонатора. Количество отрезков линии передачи может быть различным и выбирается из условий существования заданного типа колебаний, фиксированной резонансной длины волны и с учетом требований, предъявляемых к габаритам.

Полицилиндрические резонаторы при малых габаритах и весе обладают высокими эталонными свойствами, но имеют по сравнению с обычными коаксиальными резонаторами несколько меньшие значения собственной добротности и характеристического сопротивления в емкостном зазоре. Подобного рода резонаторы могут быть полезны в технике связи, использоваться в качестве колебательных систем электровакуумных и твердотельных приборов.

Впервые описание и качественный анализ полицилиндрических резонаторов были сделаны в 1936 г. М. С. Нейманом [1]. Однако в то время практического применения они не нашли. Только в 1967 г. вышла работа под названием «Новый тип объемного резонатора» [2], в которой рассматриваются полицилиндрические резонаторы коаксиального и радиального типов. Авторы методом эквивалентных схем произвели расчет резонансной частоты на основном и ближайших видах колебаний в предположении, что волновое сопротивление Z_0 всех отрезков одинаково и без учета влияния краевых емкостей в переходных областях. Во всех указанных работах полицилиндрические резонаторы рассматривались только с точки зрения увеличения длины волны λ_0 при заданных размерах. По результатам этих работ нельзя сделать каких-либо выводов о количественных характеристиках резонаторов.

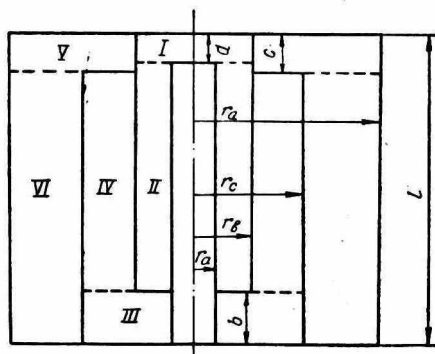
Настоящая работа посвящена расчету основных параметров полицилиндрических резонаторов методами теории поля. Приводятся соотношения, позволяющие рассчитать спектр частот, собственную добротность Q_0 , характеристическое сопротивление ρ в емкостном зазоре в зависимости от геометрических размеров резонатора. Работа состоит из двух частей. В первой рассчитываются параметры полицилиндрического резонатора коаксиального типа, во второй — радиального типа. Ниже излагаются вопросы расчета резонаторов коаксиального типа.

При выводе дисперсионного уравнения для расчета резонансных частот полицилиндрического резонатора введены следующие упрощающие предположения: проводимость металлических поверхностей бесконечно тонких внутренних цилиндров является идеальной; структура поля в отрезках коаксиальной линии представляется в виде квази-ТЕМ-волны; рассматривается случай только симметричных волн; используется метод частичных областей [3].

Разбиваем сложную область резонатора на ряд простых геометрических областей, как показано на рис. 1 (там же приведены обозначения, которые используются ниже). Электрический

вектор Герца с учетом граничных условий каждой области запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 \Pi_{z1}^e &= \sum_{m=1}^{\infty} A_{0m} I_0 \left(\frac{x_{0m}}{r_b} r \right) \cos \gamma_{0m} (z - l); \\
 \Pi_{z2}^e &= \ln C_2 r (M_2 \cos kz + N_2 \sin kz); \\
 \Pi_{z3}^e &= \ln C_3 r B_0 \cos kz + \sum_{k=1}^{\infty} B_{0k} U_{0k} (\alpha_{0k} r) \cos \zeta_{0k} z; \\
 \Pi_{z4}^e &= \ln C_4 r (P_4 \cos kz + R_4 \sin kz); \\
 \Pi_{z5}^e &= \ln C_5 r D_0 \cos k(z - l) + \sum_{n=1}^{\infty} D_{0n} Z_{0n} (\beta_{0n} r) \cos \eta_{0n} (z - l);
 \end{aligned} \tag{1}$$



Дис. 1.

$$\Pi_{z6}^e = \ln C_6 r T_6 \cos kz;$$

$$\gamma_{0m} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{x_{0m}}{r_b} \right)^2}; \quad \zeta_{0k} = \sqrt{k^2 - \alpha_{0k}^2}; \quad \eta_{0n} = \sqrt{k^2 - \beta_{0n}^2} -$$

постоянные распространения вдоль координаты z в I, III, V областях соответственно:

$$\frac{x_{0m}}{r_b}; \quad \alpha_{0k} = \frac{\epsilon_{0k}}{r_c - r_a}; \quad \beta_{0n} = \frac{\epsilon_{0n}}{r_n - r_b} - \text{радиальные постоянные распространения;}$$

$x_{0m}, \epsilon_{0k}, \epsilon_{0n}$ — радиальные постоянные разделения в тех же областях, $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$;

$$U_{0k}(\alpha_{0k} r) = I_0(\alpha_{0k} r) - \frac{I_0(\alpha_{0k} r_a)}{N_0(\alpha_{0k} r_a)} N_0(\alpha_{0k} r)$$

и

$$Z_{0n}(\beta_{0n}r) = I_0(\beta_{0n}r) - \frac{I_0(\beta_{0n}r_b)}{N_0(\beta_{0n}r_b)} N_0(\beta_{0n}r) -$$

линейные комбинации функций Неймана и Бесселя нулевого порядка:

$A_{0m}, M_2, N_2, B_0, B_{0k}, D_0, D_{0n}, P_4, R_4, T_6$ — неизвестные коэффициенты;

$C_2 - C_6$ — постоянные интегрирования.

Для нахождения неизвестных коэффициентов, входящих в P_{zi}^e , необходимо воспользоваться условиями непрерывности касательных к границам раздела составляющих электрического и магнитного полей:

$$E_{\tau i} = E_{\tau j}, \quad H_{\tau i} = H_{\tau j}. \quad (2)$$

Определив необходимые составляющие электрического поля из соотношений (1), используя уравнения для нахождения компонент электрического вектора Герца [4] и выполняя условия (2), получаем систему алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов. Нетривиальное решение ее получим в том случае, когда определитель системы равен нулю. После некоторых математических преобразований его можно привести к виду

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})r_{11} + (a_{13}a_{21} - a_{11}a_{23})r_{12} = 0. \quad (3)$$

Здесь

$$r_{11} = a_{44}a_{33} - a_{42}a_{34}; \quad r_{12} = a_{32}a_{44} - a_{42}a_{34};$$

$$a_{11} = (\alpha + \operatorname{ctg} kb) a_{12}; \quad a_{12} = \frac{\ln r_b/r_a}{\ln r_c/r_a} + \frac{kb_k \operatorname{tg} kb}{r_c - r_b};$$

$$a_{13} = \operatorname{tg} kb + (1 - a_{12}) \operatorname{ctg} kb; \quad a_{21} = \frac{a_{22}a_{11}}{a_{12}} + \frac{2}{\sin 2kb};$$

$$a_{22} = \frac{ka_k \operatorname{tg} kb}{r_b - r_a} - \frac{\ln r_c/r_b}{\ln r_c/r_a}; \quad a_{23} = -a_{22} \operatorname{ctg} kb;$$

$$a_{32} = 1 + \operatorname{tg} k(l - c) (\operatorname{tg} k(l - c) - a_{33});$$

$$a_{33} = \operatorname{tg} k(l - c) - \frac{\ln r_c/r_b}{\ln r_n/r_b} \operatorname{ctg} kc - \frac{k d_n}{r_c - r_b};$$

$$a_{34} = \operatorname{tg} k(l - c) [\operatorname{ctg} kc + a_{33} - \operatorname{tg} k(l - c)];$$

$$a_{42} = -a_{43} \operatorname{tg} k(l - c);$$

$$a_{43} = -\left(\frac{\ln r_c/r_b}{\ln r_n/r_b} \operatorname{ctg} kc + \frac{kc_n}{r_n - r_c} \right);$$

$$a_{44} = 1 + \operatorname{tg} k(l - c) (\operatorname{ctg} kc + a_{43});$$

$$b = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{0k}(\alpha_{0k} r_b) \int_a^{r_b} r U_{1k}(\alpha_{0k} r) dr}{\alpha_{0k} \|U_{1k}\| \zeta_{0k} \operatorname{tg} \zeta_{0k} b};$$

$$a_k = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{0k}(\alpha_{0k} r_b) \int_a^{r_b} r U_{1k}(\alpha_{0k} r) dr}{\alpha_{0k} \|U_{1k}\| \zeta_{0k} \operatorname{tg} \zeta_{0k} b};$$

$$U_{1k}(\alpha_{0k} r) = I_1(\alpha_{0k} r) - \frac{I_0(\alpha_{0k} r_a)}{N_0(\alpha_{0k} r_a)} N_1(\alpha_{0k} r);$$

$$\|U_{1k}\| = \frac{r_c}{2} \left[r_c U_{1k}^2(\alpha_{0k} r_c) - r_a \frac{N_0(\alpha_{0k} r_c)}{N_0(\alpha_{0k} r_a)} U_{1k}(\alpha_{0k} r_c) U_{1k}(\alpha_{0k} r_a) \right] -$$

квадрат нормы собственных функций $\{U_{1k}(\alpha_{0k} r)\}^2$;

$$d_n = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_{0n}(\beta_{0n} r_c) \int_a^{r_c} r Z_{1n}(\beta_{0n} r) dr}{\beta_{0n} \|Z_{1n}\| \eta_{0n} \operatorname{tg} \eta_{0n} c};$$

$$c_n = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_{0n}(\beta_{0n} r_c) \int_a^{r_c} r Z_{1n}(\beta_{0n} r) dr}{\beta_{0n} \|Z_{1n}\| \eta_{0n} \operatorname{tg} \eta_{0n} c};$$

$$Z_{1n}(\beta_{0n} r) = I_1(\beta_{0n} r) - \frac{I_0(\beta_{0n} r_b)}{N_0(\beta_{0n} r_b)} N_1(\beta_{0n} r);$$

$$\|Z_{1n}\| = \frac{r_n}{2} \left[r_n Z_{1n}^2(\beta_{0n} r_n) - r_b \frac{N_0(\beta_{0n} r_n)}{N_0(\beta_{0n} r_b)} Z_{1n}(\beta_{0n} r_n) Z_{1n}(\beta_{0n} r_b) \right] -$$

квадрат нормы собственных функций $\{Z_{1n}(\beta_{0n} r)\}^2$ (вычисление $\|U_{1k}\|$ и $\|Z_{1n}\|$ приводится в приложении 1 во второй части данной работы);

$$\alpha = \frac{r_b(r_b - r_a) \operatorname{tg} k(l - a) + 2ka_m}{r_b(r_b - r_a) - 2ka_m \operatorname{tg} k(l - a)};$$

$$a_m = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_0\left(x_{0m} \frac{r_a}{r_b}\right) \int_a^{r_b} r I_1\left(x_{0m} \frac{r}{r_b}\right) dr}{x_{0m} \gamma_{0m} I_1^2(x_{0m}) \operatorname{tg} \gamma_{0m} a}.$$

С помощью ЭВМ «М-222» был рассчитан спектр частот трехсекционного полицилиндрического резонатора с учетом пяти видов колебаний в каждой из переходных областей. Точность поиска корней дисперсионного уравнения составляла 10^{-5} . Не-

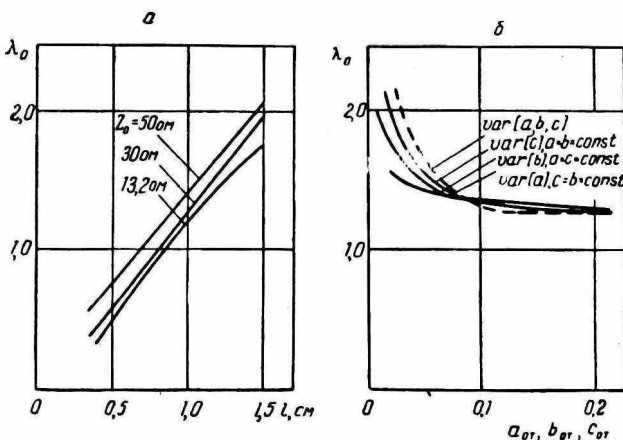


Рис. 2.

табулированные интегралы, содержащие в подынтегральной функции комбинации функций Бесселя и Неймана, считались численным способом по методу Симпсона.

Результаты расчета λ_0 в зависимости от геометрических размеров резонатора приведены на рис. 2. Как видно из рис. 2, а, с увеличением волнового сопротивления Z_0 коаксиальных отрезков λ_0 увеличивается. Линейный характер увеличения наблюдается только при условии, что величина емкостного зазора каждой из переходных областей составляет не менее $0,15l$. Рис. 2, б иллюстрирует зависимость длины волны от высоты одного из емкостных зазоров. Все величины графика пронормированы к длине резонатора l . По оси абсцисс отложены величины $a_{от}$, $b_{от}$, $c_{от}$. Штриховая кривая соответствует случаю, когда $a_{от}$, $b_{от}$, $c_{от}$ изменяются одновременно и в одинаковой степени. Из графика четко следует справедливость утверждения (1), что λ_0 примерно равна учетверенной полной длине коаксиальных отрезков, образующих резонатор. Указанное положение имеет место при небольших значениях Z_0 и величине емкостного зазора, равного $(0,15 \div 0,2)l$. Разделение между основным и ближайшим к нему видами колебаний составляет $(1,5-2,5)f_0$.

Собственная добротность полицилиндрического резонатора определяется по формуле

$$Q_0 = \omega_0 \frac{\sum_{i=1}^6 W_{i\text{нак}}}{\sum_{i=1}^6 P_{i\text{рас}}}, \quad (4)$$

где ω_0 — круговая резонансная частота.

$W_{i \text{нак}}$, $P_{i \text{расс}}$ — накопленная энергия и среднее значение мощности тепловых потерь за период, которые выражаются через амплитуду полной H и тангенциальной H_t напряженностей магнитного поля:

$$W_{i \text{нак}} = \frac{\mu}{2} \int_{v_i} |H|^2 dv_i; \quad (5)$$

$$P_{i \text{расс}} = \frac{\mu}{4} \omega_0 \delta \int_{s_i} |H_t|^2 ds_i. \quad (6)$$

Здесь s_i — металлическая поверхность, ограничивающая объем v_i i -й области;

δ — толщина скин-слоя;

μ — абсолютная магнитная проницаемость среды, заполняющей объем.

Неизвестные коэффициенты, входящие в выражения $W_{i \text{нак}}$ и $P_{i \text{расс}}$, находятся из решения системы алгебраических уравнений, полученной из условия непрерывности (2) на границах раздела областей. Так как Q_0 определяется отношением (5) к (6), то неизвестные коэффициенты можно выразить через один из них (например, N_2) следующим образом:

$$M_2 = -\alpha N_2; \quad P_4 = p N_2; \quad R_4 = R N_2; \quad T_6 = f N_2;$$

$$B_0 = \left[\frac{\ln r_c/r_b}{\ln r_c/r_a} (p - R \operatorname{ctg} kb) - \frac{\ln r_b/r_a}{\ln r_c/r_a} (\alpha + \operatorname{ctg} kb) \right] N_2;$$

$$B_{0k} = \frac{k U_{0k} (\alpha_{0k} r_b) \sin kb (R \operatorname{ctg} kb - \alpha - \operatorname{ctg} kb - p)}{\zeta_{0k} \alpha_{0k}^2 \|U_{1k}\| \sin \zeta_{0k} b} N_2;$$

$$D_0 = \left[\frac{\ln r_c/r_b}{\ln r_n/r_b} \left(R \frac{\cos k(l-c)}{\sin kc} - p \frac{\sin k(l-c)}{\sin kc} \right) - \frac{\ln r_n/r_c}{\ln r_n/r_b} \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin k(l-c)}{\sin kc} f \right] N_2; \quad \alpha = a_{11}/a_{12};$$

$$A_{0m} = - \frac{2k J_0 \left(x_{0m} \frac{r_a}{r_b} \right) \sin k(l-a) (\alpha + \operatorname{ctg} k(l-a))}{x_{0m}^2 \gamma_{0m} I_1^2(x_{0m}) \sin \gamma_{0m} a} N_2;$$

$$D_{0n} = \frac{k Z_{0n} (\beta_{0n} r_c) [-p \sin k(l-c) + R \cos k(l-c) + f \sin k(l-c)]}{\beta_{0n}^2 h_{0n} \|Z_{1n}\| \sin \eta_{0n} c} N_2,$$

где

$$p = -a_{11} r_{11} / r_{13}; \quad R = a_{11} r_{12} / r_{13};$$

$$f = -a_{11} (a_{32} a_{43} - a_{33} a_{42}) / r_{13}; \quad r_{13} = a_{12} r_{11} - a_{13} r_{12}. \quad (7)$$

Характеристическое сопротивление, определяющее связь между мощностью и высокочастотным напряжением U в емкостном зазоре:

$$\rho = \frac{U^2}{2\omega_0 \sum_{i=1}^6 W_{i\text{нак}}} \quad (8)$$

Высокочастотное напряжение находится как линейный интеграл от напряженности электрического поля в зазоре:

$$U = \frac{2k}{r_b^2} \sin k(l-a)(a + \text{ctg} k(l-a)) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_0 \left(x_{0m} \frac{r_a}{r_b} \right)}{\gamma_{0m}^2 I_1^2(x_{0m})} N_2 \quad (9)$$

Для получения численных результатов по формуле (8) необходимо воспользоваться соотношениями (7) и (9).

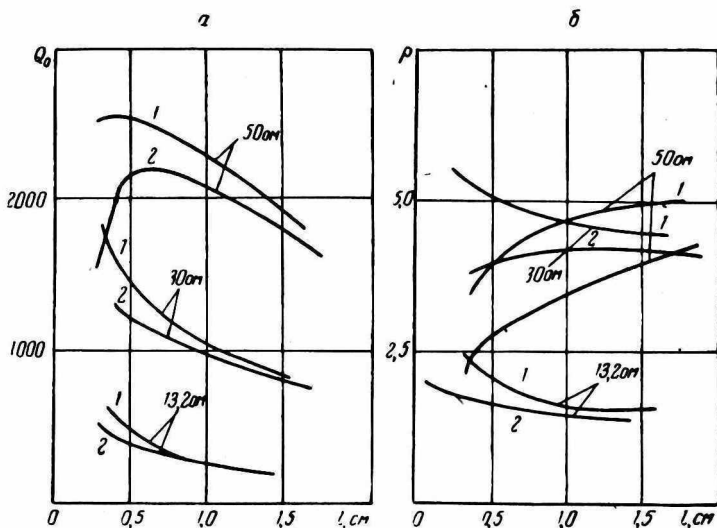


Рис. 3.

По формулам (4) и (8) выполнены расчеты величин добротности и характеристического сопротивления полицилиндрического резонатора в зависимости от геометрических размеров. Из графиков рис. 3, *a* видно, что с увеличением волнового сопротивления Z_0 коаксиальных отрезков собственная добротность Q_0 полицилиндрического резонатора увеличивается и при определенных геометрических размерах имеет явно выраженный максимум. Его величина и положение определяются значениями параметров Z_0 и λ_0 . С уменьшением Z_0 максимум уменьшается

и сдвигается в область малых значений l , соответствующих большим волновым числам $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$. Зависимости добротностей от длины резонатора l рассчитаны для $Z_0 = 50, 30, 13,2$ ом. Для всех l величина зазора переходных областей одинакова и равна 0,12 см для кривых 1 и 0,05 см — для кривых 2. Анализ показывает, что зависимость добротности полицилиндрических резонаторов от геометрии имеет такой же характер, как и в случае обычных коаксиальных резонаторов [5].

Графики $\rho(l)$, представленные на рис. 3, б, имеют слабо выраженный максимум. Для каждого Z_0 существует вполне определенная величина l , при которой характеристическое сопротивление в емкостном зазоре достигает максимума. Приведенные зависимости $\rho(l)$ построены для тех же значений параметра Z_0 и геометрических размеров, что и кривые добротностей.

Следует отметить, что при заданных размерах переходных областей и волновом сопротивлении Z_0 величины Q_0 и ρ достигают максимума при различных значениях l , поэтому выбор геометрии резонатора должен основываться на компромиссном решении. При этом следует руководствоваться и конструктивными соображениями, так как для достижения высоких значений Q_0 и ρ требуется значительное увеличение радиальных размеров и размеров емкостного зазора резонатора.

С целью проверки теоретических результатов проведены измерения резонансных частот и собственной добротности полицилиндрического резонатора. Он был изготовлен из трех отрезков коаксиальной линии с волновым сопротивлением 50 ом; длина каждого отрезка 8,3 мм; длина резонатора $l = 9,3$ мм; внешний диаметр — 24,3 мм.

Расчитанные параметры на основном виде колебаний: $\lambda_0 = 12,5$ см; $Q_0 = 2260$, на ближайшем виде $\lambda_1 = 5,96$ см. В результате измерений были получены следующие величины:

$$\lambda_0 = 12,21 \text{ см}; \quad Q_0 = 476; \quad \lambda_1 = 5,47 \text{ см}.$$

Сравнение теоретических и экспериментальных данных показывает, что их расхождение не превышает 3%. Таким образом, расчеты параметров по формулам (3), (4) и (8) дают удовлетворительные результаты.

Рассмотренные резонаторы могут применяться во всех случаях, когда используются обычные коаксиальные резонаторы, и при этом для одинакового значения резонансной длины волны будут иметь меньшие габариты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейман М. С. Полицилиндрические эндовибраторы. — ИЭСТ, 1940, № 2, с. 36—40.
2. Puglisi M., Tazzioli F. A new type of cavity resonator. — Alta Frequenza, № 5, v. 36. 1967. Рус. пер. в журн. «Зарубежная радиоэлектроника», 1968, № 3, с. 132—143.
3. Кисунько Г. В. Электродинамика полых систем. М., ВКАС, 1949. 426 с.

4. Михалевский В. С. Элементы теории сверхвысокочастотных замедляющих систем. Ростов, 1964. 190 с.
5. Орлов С. И. Расчет и конструирование коаксиальных резонаторов. М., «Сов. радио», 1970. 256 с.