

К РАСЧЕТУ СМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА В ДВУХСЕКЦИОННОМ МАГНЕТРОНЕ

При практической реализации двуханодного магнетронного умножителя частоты [1—3] либо усилителя мощности [4] большое значение имеет выбор электронно-оптической системы. Она должна обеспечить прохождение электронного потока, эмитированного катодом длинноволнового магнетрона поочередно в поле длинноволнового и коротковолнового блоков. При этом необходимо удовлетворить двум, в некоторой мере противоречивым условиям: поток должен быть хорошо промодулирован в «спицы» полем длинноволнового блока и необходимо весь промодулированный поток сместить в пространство взаимодействия коротковолнового анодного блока.

Указанное смещение можно осуществить с помощью неоднородного магнитного поля или с помощью электрического поля, направленного вдоль оси.

В настоящей работе проведен количественный анализ юбоих способов смещения. Рассмотрение проведено в кинематическом приближении для статического магнетрона [5, 6].

Уравнения радиального движения электронов в цилиндрическом магнетроне, когда

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0, \quad E_{\varphi} = 0,$$

имеют вид [6]

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -\eta(E_r + r\dot{\varphi}B_z); \quad (1)$$

$$r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} = \eta\dot{r}B_z, \quad (2)$$

где $\eta = |e|/m$ — абсолютная величина удельного заряда электрона;

$E_r = \frac{V_a - V_c}{r \ln \frac{r_a}{r_c}}$ — электрическое поле цилиндрического конденсатора.

Умножая (1) на r и (2) на $r\dot{\varphi}$, складывая и интегрируя, имеем соотношение [6]

$$\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 - \dot{r}_c^2 = 2\eta(V - V_c), \quad (3)$$

выражающее закон сохранения энергии электрона. Член с \dot{r}_c учитывает скорость выхода электрона из катода.

Интегрирование (2) дает [6]

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega}{2} [1 - (r_c/r)^2], \quad (4)$$

где $\omega = \eta B_z$ — циклотронная частота, однозначно связанная с другими параметрами магнетрона по (3), (4) соотношением (6)

$$r_a^2 \frac{\omega^2}{4} [1 - (r_c/r_a)^2]^2 - \dot{r}_c^2 = 2\eta(V_a - V_c). \quad (5)$$

(r_a , r_c и V_a , V_c — радиусы и потенциалы анода и катода).

Вводя обозначение $x \equiv \ln(r/r_c)$, из (3), (4), (5) с учетом равенства $E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$ получаем

$$\omega dt/dx = \frac{e^x}{V X(x)} \quad (6)$$

и

$$\omega t = \int_0^x dx' \frac{e^{x'}}{V X(x')}, \quad (7)$$

где

$$X(x) = (y_a - y)x + \varepsilon \left(1 - \frac{x}{x_a}\right); \quad (8)$$

$$y = \frac{\text{sh}^2 x}{x}; \quad (9)$$

$$y_a = \frac{\text{sh}^2 x_a}{x_a}; \quad (10)$$

$$\varepsilon = \left(\frac{r_c}{r_c \omega}\right)^2. \quad (11)$$

Величина (11) практически очень мала. Так, при $\omega \approx 5 \cdot 10^{10} \text{ сек}^{-1}$ $r_c \approx 0,1 \text{ см}$, даже если электроны будут эмитироваться с энергией 10 эв, что соответствует $r_c \approx 2 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$, то и тогда $\varepsilon \approx 10^{-3}$.

График зависимости $\omega t(x)$, полученный по (7) — (10) на ЭВМ для случая $\varepsilon=0$ и $x_a=0,7156$, приведен на рис. 1 (сплошная линия).

Если $x_a \leq 1$, то вместо (9) можно положить приближенно

$$y \approx \frac{y_a}{x_a} x, \quad (12)$$

где y_a вычисляется по (10). График зависимости $\omega t(x)$, полученный по (7) на ЭВМ для (12), показан на том же рисунке (пунктирная линия). Удовлетворительное совпадение сплошной и пунктирной кривых оправдывает замену (9) аналитически более простым выражением (12). При этом (8) принимает вид

$$X(x) \approx \left(1 - \frac{x}{x_a}\right)(y_a x + \varepsilon) \quad (13)$$

и с помощью приближения

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$$

интеграл (7) можно вычислить аналитически. В представляющем практический интерес случае $\varepsilon=0$ получаем

$$\begin{aligned} \omega t \approx & \left(1 + \frac{x_a}{2} + \frac{3}{16} x_a^2 + \frac{5}{96} x_a^3 \sqrt{\frac{x_a}{y}} \arccos\left(1 - 2 \frac{x}{x_a}\right) - \right. \\ & \left. - \frac{x_a}{y_a} \left[1 + \frac{3}{8} x_a + \frac{5}{48} x_a^2 + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{5}{18} x_a\right) x + \frac{1}{18} x^2\right] \sqrt{X(x)}.\right. \end{aligned}$$

Результат, даваемый формулой (14), приведен на рис. 1 (штрихпунктирная линия), которая, естественно, лежит ниже пунктирной кривой.

Для определения смещения электрона вдоль оси магнетрона под действием добавочного электрического поля либо неоднородного магнитного поля необходимо рассмотреть уравнение движения вдоль оси z :

$$\ddot{z} = \eta(-E_z + r\varphi B_r). \quad (15)$$

Беря здесь в качестве φ приближенное значение (4), полученное из (2) без учета неоднородного магнитного поля*, запишем (15) в виде

$$\ddot{z}/r_c = v^2 + \Omega\omega \text{sh } x, \quad (16)$$

* С соответствующим учетом уравнение (2) должно было бы иметь вид $r\varphi + 2r\dot{\varphi} = \eta(rB_z - z_r B_r)$.

где

$$v^2 \equiv \eta(-E_z)/r_c; \quad (17)$$

$$\Omega \equiv \eta B_r. \quad (18)$$

Без учета неоднородного магнитного поля ($\Omega=0$) уравнение (16) интегрируется элементарно:

$$\frac{z}{r_c} = \frac{(v/\omega)^2}{2} (\omega t)^2. \quad (19)$$

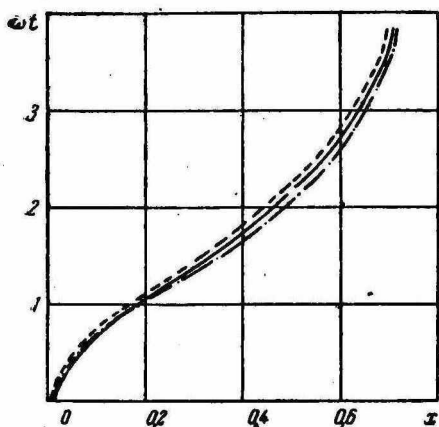


Рис. 1.

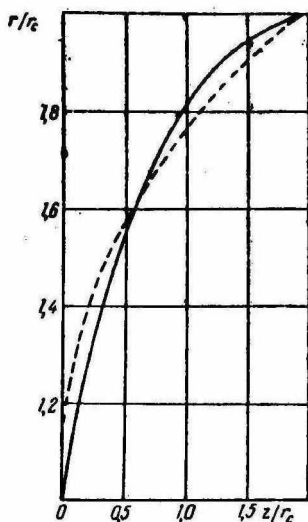


Рис. 2.

Необходимое выражение для $\omega t(x)$ дается формулами (7), (8), (9), (13), (14).

График зависимости $z(x)/r_c$, определяемый формулами (19), (7), (8), при $\epsilon=0$ и $v/\omega=0,541$ приведен на рис. 2 (сплошная линия).

В общем случае интегрируем уравнение (16) при помощи тождества

$$\frac{d^2}{dt^2} = \left(\frac{\omega}{\omega dt/dx} \right)^2 \left[\frac{d^2}{dx^2} - \frac{d \ln(\omega dt/dx)}{dx} \frac{d}{dx} \right],$$

учитывая (6) и условие $\frac{d}{dx_c} z(x_c)/r_c = 0$.

* Здесь величина v/ω выбрана произвольно, но чтобы величина $-E$ в (17) была равна $(V_a - V_c)/(r_a - r_c)$.

Получаем

$$\frac{d}{dx} z(x)/r_c = (\nu/\omega)^2 (\omega dt/dx) \int_0^x dx' (\omega dt/dx') + (\Omega/\omega) (\omega dt/dx) \times \\ \times \int_0^x dx' (\text{sh } x') (\omega dt/dx'),$$

откуда

$$z(x)/r_c = (\nu/\omega)^2 \frac{(\omega t)^2}{2} + (\Omega/\omega) \frac{1}{2} \int_0^x dx' (\text{sh } x') (\omega dt/dx') [\omega t(x) - \\ - \omega t(x')]. \quad (20)$$

Интеграл в (20) можно вычислить, пользуясь приближением

$$\omega t(x) \approx \frac{\omega t(x_a)}{x_a} x.$$

Это дает

$$\frac{z(x)}{r_c} \approx (\nu/\omega)^2 \frac{(\omega t)^2}{2} + (\Omega/\omega) \frac{1}{2} \left[\frac{\omega t(x_a)}{x_a} \right]^2 s(x) \quad (21)$$

и наибольшее смещение:

$$\frac{z(x_a)}{r_c} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{\omega t(x_a)}{x_a} \right]^2 [(\nu/\omega)^2 x_a^2 + (\Omega/\omega) s(x_a)], \quad (22)$$

где

$$s(x) \equiv \text{sh } x - x. \quad (23)$$

Если $x_a \leq 1$, то

$$s(x) \approx x^3/6. \quad (24)$$

Вклад второго члена из (21) в зависимости $z(x)/r_c$ для сравнения с вкладом первого члена приведен на том же рис. 2 (пунктирная линия). При этом величина магнитного поля условно задана такой, чтобы вклады обоих членов в наибольшее смещение (22) были одинаковыми, т. е. положено

$$\Omega/\omega = (\nu/\omega)^2 x_a^2/s(x_a). \quad (25)$$

При заданной величине $z(x_a)/r_c$ для данной конструкции двухсекционного магнетрона из (22) с учетом (5), (7)–(10) (или (14)), (17), (18) можно также вычислить необходимые значения электрического или магнитного поля *:

$$-E_z = 2 \frac{z(x_a)/r_c}{[\omega t(x_a)]^2} \frac{\omega^2 r_c}{\eta};$$

$$B_r = 2 \frac{z(x_a)/r_c}{[\omega t(x_a)]^2} \frac{x_a^2}{s(x_a)} B_z.$$

* H (эрстед) = $10^4 B_r$ (ед. СИ).

ЛИТЕРАТУРА

1. Мейлус И. О. Ю. К расчету каскадного умножителя частоты. — Тр. научн.-техн. конф. «Радиоэлектроника», 1971, т. 7, с. 82—88.
2. Мейлус И. О. Ю. Исследование нового типа магнетронного умножителя. — Тр. научн.-техн. конф., 1971, т. 7, с. 89—93.
3. Oserschuk J. M. Cascade crossfield tubes improve microwave generation. Frequency, 1967, 5, № 3, p. 32—34.
4. Strauss W., Kroll N. Enhanced harmonic generation in magnetrons. Proc. IEEE, 1964, vol. 52, N 8, p. 884—893.
5. Коваленко В. Ф. Введение в электронику сверхвысоких частот, ч. 2. М., «Сов. радио», 1967. 124 с.
6. Бычков С. И. Вопросы теории и практического применения приборов магнетронного типа. М., «Сов. радио», 1967. 216 с.