

ВНУТРЕННЕЕ ПОЛЕ РЕЗОНАНСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В ВОЛНОВОДЕ

А. И. Козарь, Н. А. Хижняк

Харьков

В настоящее время малые резонансные неоднородности правильной формы, изготовленные из материалов с большим значением диэлектрической проницаемости ϵ_0 и малым тангенсом угла диэлектрических потерь $\text{tg } \delta_\epsilon$, находят применение в качестве малогабаритных резонансных элементов в технике СВЧ, измерительной технике, в экспериментах по электронному парамагнитному резонансу и т. д. В связи с этим значительный интерес представляет исследование особенностей рассеяния электромагнитных волн на малых резонансных неоднородностях правильной формы в волноводе. Имеющиеся решения этой задачи не учитывают такие тонкие эффекты, как снятие вырождения колебаний в резонансном рассеивателе, зависимость резонансного условия от положения рассеивателя в волноводе и др. Это связано с тем, что при построении решения внутреннее поле рассеивателя берется из задачи о рассеянии волн на этом теле в свободном пространстве, т. е. считается, что стенки волновода не оказывают на него влияния [1,2].

В данной работе предлагается более строгое решение задачи о рассеянии электромагнитных волн на малой резонансной диэлектрической неоднородности сферической формы, помещенной в прямоугольный волновод. Задача решается с помощью интегральных уравнений [1] и метода изображений [3].

В прямоугольном бесконечном волноводе (стенки волновода определяются плоскостями $x=0$; $x=d$ и $y=0$; $y=h$, ось z направлена по оси волновода) находится однородная и изотропная диэлектрическая сфера с произвольным значением проницаемостей $a \ll \lambda_b$, где a — радиус сферы, λ_b — длина волны в волноводе.

По известному внутреннему полю рассеянное поле выражается через электрические $\vec{\Pi}_d^e$ и магнитные $\vec{\Pi}_d^m$ потенциалы Герца [3]:

$$\vec{E}_{\text{расо}} = (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \vec{\Pi}_d^e - ik\mu_1 \text{rot } \vec{\Pi}_d^m; \quad (1)$$

$$\vec{H}_{\text{расо}} = (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \vec{\Pi}_d^m + ik\epsilon_1 \text{rot } \vec{\Pi}_d^e.$$

Потенциалы Герца рассеянного поля можно представить в виде

$$\vec{\Pi}_d^e = \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}') f(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}'; \quad (2)$$

$$\vec{\Pi}_d^m = \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{\mu}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}') f(|\vec{r} - \vec{r}'|) d\vec{r}';$$

где $\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}')$, $\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}')$ — электрическая и магнитная поляризация среды; $\vec{E}(\vec{r}')$, $\vec{H}(\vec{r}')$ — внутренние поля рассеивателя; $\hat{\epsilon}$, $\hat{\mu}$ — тензоры проницаемостей; ϵ_1 , μ_1 — проницаемости среды, окружающей рассеиватель; V — объем рассеивателя, а функция $f(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ есть решение уравнения

$$\Delta f(|\vec{r} - \vec{r}'|) + k^2 \epsilon_1 \mu_1 f(|\vec{r} - \vec{r}'|) = -4\pi \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|), \quad (3)$$

которое определяет поля, удовлетворяющие граничным условиям на поверхности волновода. Когда $a/\lambda_n \ll 1$, поле рассеянного излучения в волновой зоне можно описать с помощью дипольных членов потенциалов Герца:

$$\vec{\Pi}_d^3 = \vec{d}_1 f(|\vec{r} - \vec{r}_0|); \quad \vec{\Pi}_d^M = \vec{d}_2 f(|\vec{r} - \vec{r}_0|), \quad (4)$$

где \vec{r}_0 — координата центра рассеивателя, а $f(|\vec{r} - \vec{r}_0|)$ удовлетворяет уравнению (3); \vec{d}_1 , \vec{d}_2 — дипольные моменты, индуцированные в теле падающей волной

$$\vec{d}_1 = \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}(\vec{r}') d\vec{r}'; \quad \vec{d}_2 = \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (5)$$

Потенциалы Герца $\vec{\Pi}_d^3$ и $\vec{\Pi}_d^M$ (4) определяются уравнениями

$$\begin{aligned} \Delta \vec{\Pi}_d^3 + k^2 \epsilon_1 \mu_1 \vec{\Pi}_d^3 &= -4\pi \vec{d}_1 \delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|); \\ \Delta \vec{\Pi}_d^M + k^2 \epsilon_1 \mu_1 \vec{\Pi}_d^M &= -4\pi \vec{d}_2 \delta(|\vec{r} - \vec{r}_0|). \end{aligned} \quad (6)$$

Определим внутренние поля $\vec{E}(\vec{r}')$ и $\vec{H}(\vec{r}')$ диэлектрического рассеивателя в волноводе. Внутреннее поле рассеивателя, помещенного в волновод, отлично от поля такого же рассеивателя в свободном пространстве; это отличие обусловлено влиянием стенок волновода. Данное влияние можно учесть при использовании метода изображений [3]. В этом случае влияние стенок подменяется влиянием плоской однослойной решетки, образованной многократными переотражениями основного рассеивателя в стенках волновода (рис. 1). Тогда внутреннее поле рассеивателя можно определить из интегральных уравнений [1], которые для нашего случая запишем в виде ($k \rightarrow 0$)

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(0)}(\vec{r}) &= \vec{E}_0^{(0)}(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) (\vec{E}^{(0)}(\vec{r}') \nabla) \nabla W(\vec{r}') + \\ &+ \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) (\vec{E}(\vec{r}') \nabla) \nabla W_i(\vec{r}); \end{aligned} \quad (7)$$

$$\vec{H}^{(0)}(\vec{r}) = \vec{H}_0^{(0)}(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) (\vec{H}^{(0)}(\vec{r}') \nabla) \nabla W(\vec{r}') + \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) (\vec{H}^{(0)}(\vec{r}') \nabla) \nabla W_i^*(\vec{r}'),$$

где $\vec{E}_0^{(0)}(\vec{r})$, $\vec{H}_0^{(0)}(\vec{r})$ — составляющие поля подающей волны в центре рассеивателя; $W(\vec{r}')$ — ньютоновский потенциал внутренних точек эллипсоидного рассеивателя, являющийся квадратичной функцией декартовых координат; для сферического рассеивателя он имеет вид [4]

$$W(\vec{r}') = C - \frac{2}{3} \pi r'^2, \quad (8)$$

где $r'^2 = x^2 + y^2 + z^2$, а $W_i^*(\vec{r})$ — потенциал внешних точек эллипсоидально-го рассеивателя $r > r'$; для сферы равен

$$W_i^*(\vec{r}) = V_i/r. \quad (9)$$

Здесь $V = \frac{4}{3} \pi a^3$; $r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$; x_0, y_0, z_0 — координаты центра сферы в волноводе.

Решая уравнения (7) относительно точек \vec{r}' , лежащих внутри объема рассеивателя, определим выражения для внутренних полей, которые запишем в виде

$$\vec{E}^{(0)}(\vec{r}') = \hat{\alpha} \vec{E}_0^{(0)}(\vec{r}'); \quad (10)$$

$$\vec{H}^{(0)}(\vec{r}') = \hat{\beta} \vec{H}_0^{(0)}(\vec{r}'),$$

где $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ имеют вид

$$\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} & 0 \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{zz} \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_{xx} & \beta_{xy} & 0 \\ \beta_{yx} & \beta_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{zz} \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы \hat{a} равны

$$\begin{aligned} a_{xx} &= \frac{\psi_y}{\psi_x \psi_y - \xi^2}; & a_{xy} &= \frac{\xi}{\psi_x \psi_y - \xi^2}; \\ a_{yx} &= \frac{\xi}{\psi_x \psi_y - \xi^2}; & a_{yy} &= \frac{\psi_x}{\psi_x \psi_y - \xi^2}; \\ a_{zz} &= \frac{1}{\psi_z}, \end{aligned} \quad (12)$$

а матрицы

$$\begin{aligned} \beta_{xx} &= \frac{\psi_y'}{\psi_x' \psi_y' - \xi'^2}; & \beta_{xy} &= \frac{\xi'}{\psi_x' \psi_y' - \xi'^2}; \\ \beta_{yx} &= \frac{\xi'}{\psi_x' \psi_y' - \xi'^2}; & \beta_{yy} &= \frac{\psi_x'}{\psi_x' \psi_y' - \xi'^2}; \\ \beta_{zz} &= \frac{1}{\psi_z'}. \end{aligned} \quad (13)$$

Величины, входящие в состав элементов матрицы (11), имеют значения

$$\begin{aligned} \psi_x &= \frac{\varepsilon(1 - a^3 \tau_1) + \varepsilon_1(2 + a^3 \tau_1)}{3\varepsilon_1}; & \psi_y &= \frac{\varepsilon(1 - a^3 \tau_2) + \varepsilon_1(2 + a^3 \tau_2)}{3\varepsilon_1}; \\ \psi_z &= \frac{\varepsilon(1 - a^3 \tau_3) + \varepsilon_1(2 + a^3 \tau_3)}{3\varepsilon_1}; & \xi &= \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{3\varepsilon_1} a^3 \tau_4, \end{aligned} \quad (14)$$

а величины ψ_x' , ψ_y' , ψ_z' , ξ' (13) находим из (14) заменой ε и ε_1 на μ и μ_1 . Величины τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 , входящие в состав выражений (14), имеют вид

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{j-1} \left\{ \frac{2(x_{j-l}^+ - x_0)^2 - (y_l^+ - y_0)^2}{[(x_{j-l}^+ - x_0)^2 + (y_l^+ - y_0)^2]^{1/2}} + \right. \\ &+ \frac{2(x_l^- - x_0)^2 - (y_{j-l}^- - y_0)^2}{[(x_l^- - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2]^{1/2}} + \frac{2(x_{j-l}^- - x_0)^2 - (y_l^- - y_0)^2}{[(y_l^- - y_0)^2 + (x_{j-l}^- - x_0)^2]^{1/2}} + \\ &\left. + \frac{2(x_l^+ - x_0)^2 - (y_{j-l}^- - y_0)^2}{[(y_{j-l}^- - y_0)^2 + (x_l^+ - x_0)^2]^{1/2}} \right\}; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{j-1} \left\{ \frac{2(y_l^+ - y_0)^2 - (x_{j-l}^+ - x_0)^2}{[(x_{j-l}^+ - x_0)^2 + (y_l^+ - y_0)^2]^{1/2}} + \right. \\ &+ \frac{2(y_{j-l}^+ - y_0)^2 - (x_l^- - x_0)^2}{[(x_l^- - x_0)^2 + (y_{j-l}^+ - y_0)^2]^{1/2}} + \frac{2(y_l^- - y_0)^2 - (x_{j-l}^- - x_0)^2}{[(x_{j-l}^- - x_0)^2 + (y_l^- - y_0)^2]^{1/2}} + \\ &\left. + \frac{2(y_{j-l}^- - y_0)^2 - (x_l^+ - x_0)^2}{[(x_l^+ - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2]^{1/2}} \right\}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\tau_3 = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{j-1} \left\{ - \frac{(x_{j-l}^+ - x_0)^2 + (y_{j-l}^+ - y_0)^2}{[(x_{j-l}^+ - x_0)^2 + (y_{j-l}^+ - y_0)^2]^{1/2}} - \frac{(x_{j-l}^- - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2}{[(x_{j-l}^- - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2]^{1/2}} - \frac{(x_{j-l}^- - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2}{[(x_{j-l}^+ - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2]^{1/2}} \right\}; \quad (17)$$

$$\tau_4 = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{j-1} \left\{ \frac{3(x_{j-l}^+ - x_0)(y_{j-l}^+ - y_0)}{[(x_{j-l}^+ - x_0)^2 + (y_{j-l}^+ - y_0)^2]^{1/2}} + \frac{3(x_{j-l}^- - x_0)(y_{j-l}^- - y_0)}{[(x_{j-l}^- - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2]^{1/2}} + \frac{3(x_{j-l}^- - x_0)(y_{j-l}^- - y_0)}{[(x_{j-l}^- - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2]^{1/2}} + \frac{3(x_{j-l}^+ - x_0)(y_{j-l}^- - y_0)}{[(x_{j-l}^+ - x_0)^2 + (y_{j-l}^- - y_0)^2]^{1/2}} \right\}; \quad (18)$$

$$x_{j-l}^+ = (j-l+1)d - \left\{ \frac{d[1 + (-1)^{j-l-1}]}{2} - (-1)^{j-l-1}x_0 \right\};$$

$$x_{j-l}^- = (l-j)d + \left\{ \frac{d[1 + (-1)^{j-l-1}]}{2} - (-1)^{j-l-1}x_0 \right\}; \quad (19)$$

$$x_l^+ = (l+1)d - \left\{ \frac{d[1 + (-1)^l]}{2} + (-1)^{l-1}x_0 \right\};$$

$$x_l^- = (-l)d + \left\{ \frac{d[1 + (-1)^{l-1}]}{2} - (-1)^{l-1}x_0 \right\};$$

$$j = 0, 1, 2 \dots; \quad l = 0, 1, 2 \dots (j-1).$$

Координаты y_{j-l}^+ ; y_{j-l}^- ; y_l^+ ; y_l^- можно получить из (19), заменяя x_0 и d на y_0 и h соответственно.

Величины τ_1 , τ_2 , τ_3 , τ_4 (15)–(18), входящие в состав выражений (10), учитывают влияние стенок волновода на внутреннее поле рассеивателя. Необходимо отметить, что $\tau_4 = 0$ (18), когда рассеиватель находится в центре поперечного сечения волновода.

В случае, когда влияние стенок волновода не учитывается, матрицы $\hat{\alpha}$ и $\hat{\beta}$ (10) имеют вид ($j = 0$)

$$\hat{\alpha} = \begin{pmatrix} a_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & a_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & a_{zz} \end{pmatrix}; \quad \hat{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{zz} \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Элементы матриц $\overset{\wedge}{\alpha}$ и $\overset{\wedge}{\beta}$ (20) равны

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= \frac{1}{\psi_x}; \quad \alpha_{yy} = \frac{1}{\psi_y}; \quad \alpha_{zz} = \frac{1}{\psi_z}; \\ \beta_{xx} &= \frac{1}{\psi_x}; \quad \beta_{yy} = \frac{1}{\psi_y}; \quad \beta_{zz} = \frac{1}{\psi_z}, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\psi_x = \frac{\epsilon + 2\epsilon_1}{3\epsilon_1}; \quad \psi_y = \frac{\epsilon + 2\epsilon_1}{3\epsilon_1}; \quad \psi_z = \frac{\epsilon + 2\epsilon_1}{3\epsilon_1}, \quad (22)$$

а величины ψ'_x ; ψ'_y ; ψ'_z (21) находятся из (22) заменой ϵ и ϵ_1 на μ и μ_1 .

Как следует из приведенных выше соотношений, вид матриц (11) и их элементы (12)—(13) отличаются от вида матриц (20) и их элементов (21)—(22). Произведенный учет влияния металлических стенок волновода привел к появлению недиагональных элементов матриц и усложнению самих элементов матриц. И только в случае, когда рассеиватель находится в геометрическом центре поперечного сечения, вид матриц (11) и (20) становится одинаковым — диагональным, так как в центре поперечного сечения волновода $\tau_4 = 0$ (18). Это говорит о том, что только в этой точке структура поля возбужденного в рассеивателе, как и в случае рассеяния в свободном пространстве, определяется только характером невозмущенного поля падающей волны.

Уравнения (7) дают возможность найти внутреннее поле рассеивателя в волноводе в случае, когда длина волны вне и внутри рассеивателя значительно больше линейных размеров неоднородности. В интересующем нас случае, когда длина волны внутри частицы сравнима с ее линейными размерами, уравнения (7) уже не справедливы. Однако их решение можно обобщить и на этот случай, если под ϵ и μ будем понимать не их истинные значения, а некоторые их эффективные значения, существенно зависящие от геометрии рассеивателя. Такую возможность дает сопоставление данного решения с решением о рассеянии на сфере в свободном пространстве, полученном на основе уравнений Максвелла в дифференциальной форме [5].

Поэтому в (7) под ϵ и μ будем понимать некоторые их эффективные значения, определяемые как произведение истинных проницаемостей ϵ_0 , μ_0 на некоторую функцию $R(\theta)$ (рис. 2), т. е.

$$\epsilon = \epsilon_0 R(\theta); \quad \mu = \mu_0 R(\theta), \quad (23)$$

где

$$\theta = ka \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}; \quad \epsilon_0 = \epsilon'_0 - i\epsilon''_0; \quad \mu_0 = \mu'_0 - i\mu''_0.$$

Для тел сферической формы она имеет вид [5]

$$R(\theta) = \frac{2(\operatorname{tg} \theta - \theta)}{(\theta^2 - 1)\operatorname{tg} \theta + \theta}. \quad (24)$$

На рис. 2 изображен характер поведения $\text{Re } R(\theta)$ и $\text{Im } R(\theta)$ в зависимости от $\theta' = ka \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ при различных значениях тангенса угла диэлектрических потерь $\text{tg } \delta_\epsilon$. Из рис. 2 следует, что эффективные проницаемости $\mu = \mu_0 R(\theta)$ и $\epsilon = \epsilon_0 R(\theta)$ в принципе могут принимать любые положительные и отрицательные значения, т. е. рассеиватель, когда $ka \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sim 1$, ведет себя так, как если бы его проницаемость принимала положительные и отрицательные значения. Необходимо отметить, что при $\theta \ll 1$

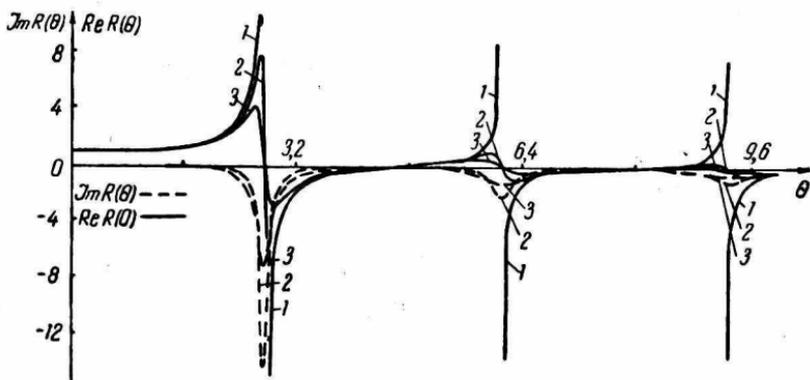


Рис. 2. Зависимость $R(\theta)$ от $ka \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, $\text{tg } \delta_\epsilon = 0$ (1); 0,05 (2); 01 (3).

функция $\text{Re } R(\theta)$ практически равна единице и решение интегральных уравнений (10) описывает случай, когда длина волны внутри рассеивателя велика по сравнению с его линейными размерами. Отсюда следует, что, используя формальное представление о эффективных проницаемостях, с помощью уравнений (7) можно описать рассеяние электромагнитных волн на неоднородностях в волноводе как при $ka \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \ll 1$, так и в случае $ka \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sim 1$.

Дипольные моменты (5), индуцированные в теле падающей волной, можно, воспользовавшись выражениями (10), представить в виде

$$\vec{d}_1 = \hat{g} \vec{E}_0^{(0)}(\vec{r}); \quad \vec{d}_2 = \hat{p} \vec{H}_0^{(0)}(\vec{r}); \quad (25)$$

$$\hat{g} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_1} - 1 \right) \int_V \hat{\alpha} d\vec{r}', \quad \hat{p} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\mu}{\mu_1} - 1 \right) \int_V \hat{\beta} d\vec{r}',$$

где \hat{g} , \hat{p} — матрицы дипольного рассеяния. Они имеют вид

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} g_{xx} & g_{xy} & 0 \\ g_{yx} & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{pmatrix}; \quad \hat{p} = \begin{pmatrix} p_{xx} & p_{xy} & 0 \\ p_{yx} & p_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & p_{zz} \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Элементы матриц дипольного рассеяния \hat{g} и $\hat{\rho}$ с учетом (11) имеют вид (l, k попеременно равны x, y и z)

$$g_{l, k} = \frac{a^3}{3} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - 1 \right) \alpha_{l, k}; \quad \rho_{l, k} = \frac{a^3}{3} \left(\frac{\mu}{\mu_1} - 1 \right) \beta_{l, k}. \quad (27)$$

Следует отметить, что, когда рассеиватель помещен в центр поперечного сечения волновода, недиагональные элементы матриц (26) равны нулю.

В случае, когда влияние стенок не учитывается ($j = 0$), матрицы дипольного рассеяния (25) имеют вид

$$\hat{g} = \begin{pmatrix} g_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{zz} \end{pmatrix}; \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{zz} \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где (l, k попеременно равны x, y, z)

$$g_{l, k} = \frac{a^3}{3} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - 1 \right) \alpha_{l, k}; \quad \rho_{l, k} = \frac{a^3}{3} \left(\frac{\mu}{\mu_1} - 1 \right) \beta_{l, k},$$

где $\alpha_{l, k}$ и $\beta_{l, k}$ — элементы матриц (20).

Из анализа матриц (26), (28) можно сделать вывод, что в рассматриваемом приближении при рассеянии в свободном пространстве число индуцированных компонент дипольных моментов определяется исключительно структурой поля невозмущенной падающей волны. При рассеянии в волноводе такая ситуация наблюдается только в том случае, когда рассеиватель находится в центре поперечного сечения волновода. Во всех остальных точках сечения число индуцированных компонент определяется уже не только структурой поля невозмущенной падающей волны, но и влиянием стенок волновода.

Рассеянное поле находим из (1) с учетом (4) и (25). Функции $f_1(|\vec{r} - \vec{r}_0|)$ и $f_2(|\vec{r} - \vec{r}_0|)$ (4) вычислены в работе [1] и приведены также в [2]. Рассеянное поле можно представить в компактном виде, т. е. как произведение дипольных моментов на функциональные матрицы [2]:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{расс}}^- &= -\frac{4\pi i}{dh\beta_{m, n}} \sum_{m, n=0}^{\infty} \left(\hat{L}d_1 - ik\mu_1 \hat{P}d_2 \right) e^{i\beta_{m, n}z}; \\ \vec{H}_{\text{расс}}^- &= -\frac{4\pi i}{dh\beta_{m, n}} \sum_{m, n=0}^{\infty} \left(\hat{K}d_2 + ik\varepsilon_1 \hat{C}d_1 \right) e^{i\beta_{m, n}z}; \\ \vec{E}_{\text{расс}}^+ &= \frac{4\pi i}{dh\beta_{m, n}} \sum_{m, n=0}^{\infty} \left(\hat{L}_1d_1 - ik\mu_1 \hat{P}_1d_2 \right) e^{i\beta_{m, n}z}; \\ \vec{H}_{\text{расс}}^+ &= \frac{4\pi i}{dh\beta_{m, n}} \sum_{m, n=0}^{\infty} \left(\hat{K}_1d_2 + ik\varepsilon_1 \hat{C}_1d_1 \right) e^{-i\beta_{m, n}z}; \end{aligned} \quad (29)$$

где \vec{d}_1 и \vec{d}_2 индуцированные дипольные моменты (25), а $\hat{P}, \hat{L}, \hat{K}, \hat{C}$ и $\hat{L}_1, \hat{P}_1, \hat{K}_1, \hat{C}_1$ — функциональные матрицы [2].

В соотношениях (29) рассеянная волна формально является суммой бесконечного числа волн. Реальное поле в дальней зоне будет иметь вид конечной суммы, так как на больших расстояниях от рассеивателя не затухнут лишь такие волны (29), для которых выполняется соотношение

$$\left(\frac{\pi m}{d}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{h}\right)^2 \leq \kappa^2 \varepsilon_1 \mu_1. \quad (30)$$

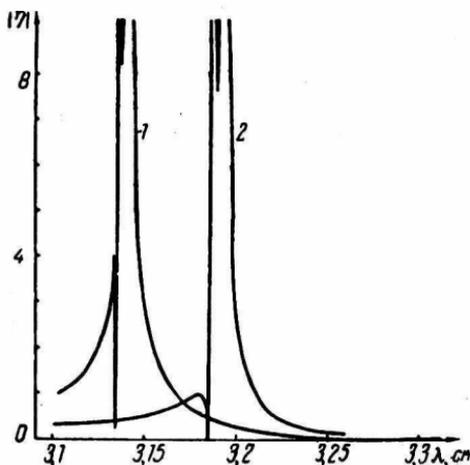
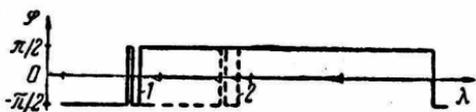


Рис. 3. Характер расщепления резонансных кривых модуля $|\gamma|$ и фазы φ комплексного коэффициента отражения волны H_{10} в области первого по порядку резонанса магнитного типа для сферы $a = 0,2$ см, $\varepsilon_0' = 64$; $\text{tg } \delta_e = 10^{-6}$ в зависимости от изменения длины падающей волны λ при $x_0/d = 0,435$; $y_0/h = 0,2$ (1 кривая) и $x_0/d = 0,348$; $y_0/h = 0,4$ (2 кривая).

Из условия равенства нулю знаменателей выражений (12) можно определить резонансные условия, при которых в рассеивателе возникают резонансные колебания электрического типа и связанное с ними резонансное рассеяние, а из условия равенства нулю знаменателей выражений (13) — условия, при которых возникают резонансные колебания магнитного типа.

Найденные выражения для внутреннего поля рассеивателя (10) и рассеянных полей в дальней зоне (29) дают возможность определить в нулевом приближении структуру поля внутри рассеивателя и в дипольном — структуру рассеянного поля в волновой зоне как в области геометрических (объемных) резонансов электрического и

магнитного типов, так и вдали от них. Произведенный учет влияния стенок волновода приводит к описанию такого важного физического явления, как расщепление резонансных кривых [2,6], обусловленного снятием сферического вырождения резонансных колебаний в рассеивателе под влиянием стенок волновода, т. е. полученные соотношения позволяют выявить тонкую структуру спектра резонансной неоднородности в волноводе (рис. 3).

Используя полученные выражения (10), (29), для указанных приближений можно получить и исследовать ряд важных характеристик взаимодействия неоднородности с линией передачи СВЧ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Хижняк. Сб. «Радиотехника», вып. 4. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970, с. 88—97.
2. А. И. Козарь, Н. А. Хижняк. Сб. «Радиотехника», вып. 14. Изд-во ХГУ, Харьков, 1970, с. 118—128.
3. Дж. Стреттон. Теория электромагнетизма. Гостехиздат, 1948. 540 с.
4. Л. Н. Сретенский. Теория ньютоновского потенциала. Гостехиздат, 1946. 215 с.
5. Л. Левин. Современная теория волноводов. Изд-во иностр. лит-ры, 1954. 318 с.
6. Козарь А. И., Хижняк Н. А. «Украинский физический журнал», 1970, 15,5, с. 847—852.