ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ПАРАМЕТРЫ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ГОФРИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДОВ

М. П. Кухтин

Харьков

Разработаны и освоены гибкие гофрированные волноводы эллиптического сечения, которые обладают рядом преимуществ по сравнению с обычными волноводами прямоугольного и круглого сечений. В отличие от волноводных трактов прямоугольного сечения, не допускающих изгибов без значительных деформаций, или трактов круглого сечения, в которых небольшая деформация приводит к появлению высших типов волн и изменению плоскости поляризации волны, тракты на волноводе эллиптического сечения обладают достаточной гибкостью и не требуют применения специальных скруток и изгибов. При правильном выборе рабочей частоты эллиптического волновода небольшие деформации, вызванные изгибом или скруткой, не приведут к изменению рабочего типа волны. В литературе освещаются также некоторые данные теоретических и экспериментальных исследований механических характеристик эллиптических гофрированных волноводов [1, 2].

На основании этих данных разработаны рекомендации относительного выбора геометрии тракта. В частности, показано, что оптимальным с точки зрения механических свойств волновода является отношение A'/A, равное 1,12 (рис. 1). Однако эти рекомендации получены при рассмотрении лишь механических характеристик гофрированного волновода, в то время как зачастую требования, предъявляемые к таким электрическим параметрам, как затухание и полоса пропускания, являются первостепенными. С целью выбора геометрических размеров, приемлемых с точки зрения как механических, так и электрических свойств, возникает необходимость в изучении влияния геометрических факторов на электрические параметры эллиптических гофрированных волноводов.

Реальный эллиптический гофрированный волновод со спиральным гофром синусоидальной формы поперечного сечения в данной работе аппроксимируется эллиптическим волноводом с кольцевыми гофрами прямоугольного сечения. Данная аппроксимация существенно упрощает расчет и анализ, в то же время позволяет получить не только достаточно хорошую качественную картину, но и некоторые количественные оценки. Выбор же кольцевых гофров оправдывается тем обстоятельством, что в реальной конструкции шаг спирального гофра достаточно мал.

Таким образом, принятая нами упрощенная модель эллиптического гофрированного волновода представляет собой эллиптический диафрагмированный волновод, у которого толщина диафрагм равна ширине гофра.

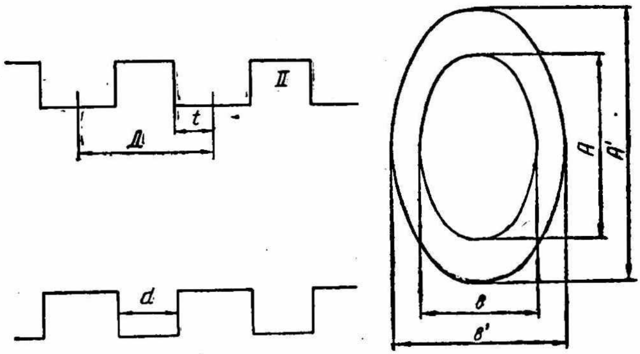

Рис. 1. Сечения эллиптического гофрированного волновода.

В расчете используется эллиптическая система координат. Заметим, что при этом глубина гофра является функцией угловой координаты v.

Волновое уравнение относительно продольной компоненты вектора Герца записывается следующим образом [3] :

$$\frac{\partial^2 \Pi_z^{e,\,h}}{\partial \mu^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z^{e,\,h}}{\partial v^2} + h_l \left(\mathrm{ch}^2 \mu - \cos^2 v\right) \Pi_z^{e,\,h} = 0;$$

где

$$h_{l=m} = \frac{a^2}{4}\left(k^2 - \beta_m^2\right); \quad \frac{a_2}{4}\chi_m^2; \qquad \text{— область I;}$$

$$h_{l=s} = \frac{a^2}{4}\left[k^2 - \left(\frac{s\pi}{d}\right)^2\right] \quad \frac{a^2}{3}\rho_s^2 \qquad \text{— область II.}$$

В общем случае с учетом граничных условий выражения для векторов Герца

в области I имеют вид

$$\Pi_z^e = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-M}^{M} \left\{ A_{mn} \mathrm{Se}_n(\mu, h_m)\, \mathrm{se}_n(v, h_m) + A'_{mn} \mathrm{C}_n(\mu, h_m)\, \mathrm{ce}_n(v, h_m) \right\} e^{i\beta_m z};$$

$$\Pi_z^h = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-M}^{M} \left\{ B_{mn} \mathrm{Ce}_n(\mu, h_m)\, \mathrm{ce}_n(v, h_m) + B'_{mn} \mathrm{Se}_n(\mu, h_m)\, \mathrm{se}_n(v, h_m) \right\} e^{i\beta_m z}$$

и в области II:

$$\Pi_z^e = \sum_{n=0}^{N}\sum_{s=0}^{S}\{C_{sn}F_n(\mu,h_s)\mathrm{Se}_n(v,h_s + C'_{sn}\overline{P}_n(\mu,h_s)\mathrm{ce}_n(v,h_s)\}\cos\frac{s\pi}{d}(z-t);$$

$$\Pi_z^h = \sum_{n=0}^{N}\sum_{s=0}^{S}\{D_{sn}P_n(\mu,h_s)\,\mathrm{ce}_n(v,h_s) + D'_{sn}\overline{F}_n(\mu,h_s)\mathrm{se}_n(v,h_s)\}\sin\frac{s\pi}{d}(z-t),$$

где

$$F_n(\mu,h_s) = \mathrm{Se}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Gey}_n(\mu_b,h_s) - \mathrm{Gey}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Se}_n(\mu_b,h_s);$$

$$\overline{F}_n(\mu,h_s) = \mathrm{Ce}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Fey}_n(\mu_b,h_s) - \mathrm{Fey}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Ce}_n(\mu_b,h_s);$$

$$P_n(\mu,h_s) = \mathrm{Ce}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Fey}'_n(\mu_b,h_s) - \mathrm{Fey}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Ce}'_n(\mu_b,h_s);$$

$$\overline{P}_n(\mu,h_s) = \mathrm{Se}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Gey}'_n(\mu_b h_s) - \mathrm{Gey}_n(\mu,h_s)\,\mathrm{Se}'_n(\mu_b h_s);$$

$$\mathrm{Se}_1(\mu,h_j) = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}}}{A_1}\sum_{r=0}^{R}(-1)^r A_{2r+1}\,[J_r(\eta_1)\,J_{r+1}(\eta_2) - J_{r+1}(\eta_1)\,J_r(\eta_2)];$$

$$\mathrm{Ce}_1(\mu,h_j) = \frac{\sqrt{\pi/2}}{B_1}\sum_{r=0}^{R}(-1)^r B_{2r+1}\,[J_r(\eta_1)\,J_{r+1}(\eta_2) + J_{r+1}(\eta_1)\,J_r(\eta_2)];$$

$$\mathrm{Gey}_1(\mu,h_s) = \frac{\sqrt{\pi/2}}{A_1}\sum_{r=0}^{R}(-1)^r A_{2r+1}[J_r(\eta_1)\,N_{r+1}(\eta_2) - J_{r+1}(\eta_1)N_r(\eta_2)];$$

$$\mathrm{Fey}_n(\mu,h_s = \frac{\sqrt{\pi/2}}{B_1^n}\sum_{r=0}^{R}(-1)^r B_{2r+1}\,[J_r(\eta_1)\,N_{r+1}(\eta_2) + J_{r+1}(\eta_1)\,N_r(\eta_2)];$$

$$\mathrm{se}_n(v,h_j) = \sum_{r=0}^{R} A^n_{2r+1,2}\sin(2r+1,2)\,v;$$

$$\mathrm{ce}_n(v,h_j) = \sum_{r=0}^{R} B_{2r+1,2}\cos(2r+1,2)\,v.$$

Четным n соответствуют индексы и коэффициенты $(2r+2)$, нечетным — $(2r+1)$:

$$\eta_1 = h_j e^{-\mu};\ \eta_2 = h_j e^{\mu};\ j = m,\ l,\ s.$$

Соотношения между коэффициентами $A_{mn}\ A'_{mn}\ B_{mn}B'_{mn}$ определяют положение плоскости поляризации волны относительно осей xy. Предполагается, что рассматриваемый волновод работает в одноволновом режиме на волне квази-cH_{11}. В этом случае, считая, что данный волновод подвергается незначительным деформациям (например, используется для соединения двух вибрирующих секций) и, следовательно, в нем не происходит трансформации волны cH_{11} в sH_{11} и cE_{01} и вращения плоскости поляризации сигнала волны, выражения для векторов Герца Π_z^e, Π_z^h можно представить в виде

$$\Pi_z^e = \sum_{n=0}^{N}\sum_{m=-M}^{M} A_{mn}\mathrm{Se}_n(\mu,h_m)\,\mathrm{Se}_n(vh_m)\,e^{j\beta_m z};$$

$$\Pi_z^h = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-M}^{M} B_{mn} \mathrm{Ce}_n(\mu, h_m)\, \mathrm{ce}_n(v, h_m)\, e^{j\beta_m z};$$

$$\Pi_z^e = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-M}^{M} C_{sn} F_n(\mu, h_s) \mathrm{se}_n(v, h_s) \cos\frac{s\pi}{d}(z - t);$$

$$\Pi_z^h = \sum_{n=0}^{N} \sum_{m=-M}^{M} D_{sn} P_n(\mu, h_s)\, \mathrm{Ce}_n(v, h_s) \sin\frac{s\pi}{d}(z - t).$$

Приравнивая и сшивая тангенциальные составляющие полей на границе областей при $\mu = \mu_a$, переходим к бесконечной системе алгебраических уравнений относительно амплитуд пространственных гармоник:

$$\sum_{m=-M}^{M} \sum_{s=0}^{s} \left\{ \frac{F_1(\mu_a q_s)}{F_1'(\mu_a q_s)} \frac{M_7}{M_9} \left[\beta_m^2 M_{12} - \left(\frac{s\pi}{d}\right)^2 \frac{\chi_m^2}{\rho_s^2} \frac{M_{10}}{M_3} M_4 \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{\chi_m^2}{\rho_s^2} k^2 \frac{P_1'(\mu_a, q_s)}{P_1(\mu_a, q_s)} \frac{M_8}{M_3} M_4 \right\} \frac{2}{kd} \left(\frac{s\pi}{d}\right)^2 \gamma_s^e \gamma_s^m \mathrm{Ce}_n(\mu_a, q_m)(-1)^{m-l} +$$

$$+ \delta_{me} k D M_6 \mathrm{Ce}'(\mu_a, q_e) B_m +$$

$$+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{s=0}^{s} \left\{ \frac{F_1(\mu_a, q_s)}{F_1'(\mu_a, q_s)} \frac{M_7}{M_9} M_{11} \frac{2}{d} \left(\frac{s\pi}{d}\right)^2 \beta_m \gamma_s^m \gamma_s^e \mathrm{Se}_1'(\mu_a, q_m)(-1)^{m-l} - \right.$$

$$\left. - \delta_{em} \beta_e D M_5 \mathrm{Se}_1(\mu_a, q_e) \right\} A_m = 0;$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{s=0}^{s} \frac{F_1(\mu_a, q_s)}{F_1(\mu_a, q_s)} \frac{M_2}{M_9} \left[\beta_m^2 M_{12} - \left(\frac{s\pi^2}{d}\right) \frac{\chi_m^2}{\rho_s^2} \frac{M_{10}}{M_8} M_4 \right] \times$$

$$\times \frac{\rho_s^2}{kd} \frac{2\beta e}{(\delta_{s0} + 1)} \gamma_s^e \gamma_s^m \mathrm{Ce}_1(\mu_a, q_m)(-1)^{m-l} B_m +$$

$$+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{s=0}^{s} \left\{ \frac{F_1(\mu_a, q_s)}{F_1'(\mu_a, q_s)} \frac{M_2}{M_9} M_{11} \frac{2\rho_s^2}{d(\delta_{so} + 1)} \beta_m \beta_e \gamma_s^m \gamma_s^l \mathrm{Se}_1'(\mu_a, q_m)(-1)^{m-l} - \right.$$

$$\left. - \delta_{em} \chi_l^2 D M_1 \mathrm{Se}_1(\mu_a, q_e) \right\} A_m = 0;$$

где

$$\gamma_s^{m,l} = 2 \frac{\sin\dfrac{\beta_{m,l} d + s\pi}{2}}{\beta_{m,l}^2 - \left(\dfrac{s\pi}{d}\right)^2}; \qquad \delta_{so} = \begin{cases} 1 & s = 0; \\ 0 & s \neq 0; \end{cases}$$

$$M_1 = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1(v,h_l)\,dv; \quad M_2 = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1(v,h_s)\,\mathrm{se}_1)v,h_l)\,dv;$$

$$M_3 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_1^2(v,h_s)\,dv; \quad M_4 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_1(v,h_s)\,\mathrm{ce}_1(v,h_m)\,dv;$$

$$M_5 = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1(v,h_l)\,\mathrm{ce}_1(v,h_l)\,dv; \quad M_6 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_1^2(v,h_l)\,dv$$

$$M_7 = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1'(v,h_l)\,\mathrm{ce}_1(v,h_l)\,dv; \quad M_8 = \int_0^{2\pi} \mathrm{ce}_1(v,h_c)\,\mathrm{ce}_n(v,h_l)\,dv;$$

$$M_9 = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1^2(v,h_s)\,dv; \quad M_{10} = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1(v,h_s)\,\mathrm{ce}_1(v,h_s)\,dv;$$

$$M_{11} = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1(v,h_s)\,\mathrm{se}_1(vh_m)\,dv; \quad M_{12} = \int_0^{2\pi} \mathrm{se}_1(v,h_s)\,\mathrm{ce}_1(v,h_m)\,dv.$$

На ЭЦВМ типа М-20 был произведен расчет критических частот и затухания волны cH_1 в эллиптических гофрированных волноводах с геометрическими размерами, указанными в табл. 1. Результаты расчета приведены в табл. 1. Правильность составленной программы подтверждена расчетом предельного перехода от эллиптического гофрированного к круглому гофрированному волноводу.

Таблица 1

N	A	A'	B	B'	D	$f_{\text{кр}}\ s=0{,}1$	$f_{\text{кр}}\ s=0$
1	31,3	31,72	17,5	18,24	5,3	5675,2	—
2	—	31,87	—	18,5	5,3	5668,87	5706,83
3	—	32,305	—	19,24	5,3	5644,13	5706,832
4	—	32,91	—	20,24	5,3	5619,3	—
5	63,6	64,650	34,5	36,4	5,3	2793,62	—
6	—	65,27	—	37,5	5,3	2784,6	—
7	—	66,002	—	38,75	5,3	2775,7	—
8	31,3	31,87	17,5	18,5	4,3	5670,5	—
9	—	—	—	—	6,3	5665,99	—
10	—	—	—	—	8,3	5661,3	—

Как и в случае круглого гофрированного при учете только постоянной составляющей поля в области гофра, критическая частота эллиптического гофрированного волновода практически не зависит от высших пространственных гармоник ($m = 1, 2, 3$) и почти совпадает с критической частотой гладкого эллиптического волновода, имеющего размеры внутреннего элипса A, B (рис. 1). Данная величина мало меняется с увеличением глубины гофра $\delta_A = A' - A$, $\delta_B = B' - B$. В то же время данный параметр оказывается более критичным к учету нулевого и первого типов колебаний в гофре. Учет высших пространственных гармоник в случае $s = 0{,}1$ приводит к некоторому увеличению критической частоты. Однако в рабочей полосе частот дисперсионная кривая в случае ($s = 0,1$ $m = 0 \pm 1 \pm 2$) приближается к кривой для случая ($s = 0,1$ $m = 0$). Данные результаты легко объясняются физически исходя из структуры поля волны квази-cH_1 в эллиптическом гофрированном волноводе.

На основании изложенного в дальнейшем при расчете учитывались только нулевая пространственная гармоника, а также нулевой и первый типы колебаний в гофре.

Как видно из табл. 2, при увеличении периода системы происходит уменьшение критической частоты, которая в предельном случае ($D \to \infty$) стремится к критической частоте гладкого эллиптического волновода с размерами наружного эллипса.

Таблица 2а

$f/f_{кр}$	1,25	1,37	1,5	1,62	1,75	1,87	2
$\alpha_{s=0,1}$	0,676	0,633	0,605	0,583	0,569	0,566	0,56
$\alpha_{s=0}$	0,550	0,517	0,494	0,483	0,484	0,491	0,497
$\Delta\alpha = \alpha_{s=0,1} - \alpha_{s=0}$	0,126	0,116	0,109	0,100	0,085	0,075	0,063
$\Delta\alpha/\alpha_{s=0,1}$	18,65	18,4	18,00	17,2	15,3	13,2	11,2

Таблица 2б

$f/f_{кр}$	1,25	1,37	1,5	1,62	1,75	1,87	2
$\alpha_{s=0,1}$	0,7	0,64	0,612	0,6	0,594	0,6	0,61
$\alpha_{s=0}$	0,57	0,533	0,525	0,525	0,533	0,547	0,56
$\Delta\alpha = \alpha_{s=0,1} - \alpha_{s=0}$	0,13	0,107	0,087	0,075	0,061	0,053	0,05
$\Delta\alpha/\alpha_{s=0,1}$	18,6	16,7	14,6	12,5	10,3	8,8	8,2

Для линий передачи, к которым относится рассматриваемый волновод, важнейшим параметром является затухание.

При условии, что потери невелики, затухание основного типа волны cH_1 вычисляется по формуле [4]

$$\alpha = \frac{\Delta P}{PD},$$

где ΔP — потери мощности на периоде системы, которые складываются из потерь на внутренней поверхности волновода ($\mu = \mu_a$; $0 < z < t; t + d < z < D$), на боковых стенках гофра $\mu_a < \mu < \mu_в$; $z = t$; $z = t + d$) и на дне гофра ($\mu = \mu_в$; $t < z < t + d$).

Исследовано влияние высших пространственных гармоник и высших типов колебаний в гофре на величину затухания. Расчетные величины для случаев $s = 0,1$ и $s = 0$ приведены в табл. 2.

В табл. 2 а приведены данные затухания волны cH_1 в волноводе № 2, в табл. 2, б — в волноводе № 4. Из неё видно, что затухание волны cH_1 для $s = 0,1$ превышает затухание этой же волны, определенное для случая постоянного поля в гофре. Различие в начале рабочей полосы ($f \approx 1,2\ f_{кр}$) достигает 19%, но с ростом частоты, а также с увеличением глубины гофра уменьшается. Затухание для случая $s = 0,1$ и $\tilde{m} = 0,1$ было просчитано для двух вариантов волновода в рабочей полосе частот. Различие результатов, как в случае нулевого и первого типа колебаний в гофре, убывало с ростом частоты, а на частоте $f = 1,2\ f_{кр}$ составляло не более 5%.

Далее исследовалось влияние глубины гофра на величину затухания. На рис. 2 показано затухание волны cH_1 в четырех волноводах четырехсантиметрового диапазона. Пунктирной линией показано затухание в гладком эллиптическом волноводе с размерами, совпадающими с размерами внутреннего эллипса гофрированных волноводов.

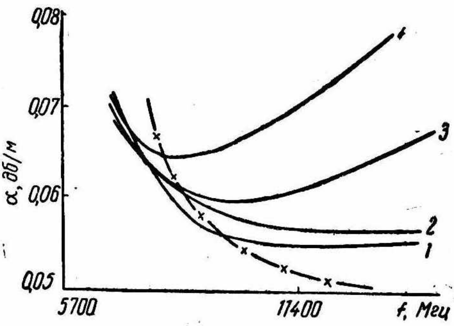

Рис. 2. Зависимость затухания волны cH_1 в медном гофрированном волноводе ($\sigma = 5,8$ *сим/м*) от глубины гофра для волноводов *1—4*.

Как видно из рис. 2, в случае малых глубин гофра затухание диафрагмированного волновода незначительно превышает затухание гладкого волновода и кривая затухания имеет такую же частотную зависимость, как и для гладкой системы.

При увеличении глубины гофра наблюдается рост частотной зависимости. Так, на частоте $f = 2\ f_{кр}$ увеличение глубины гофра (по отношению к внешнему размеру A' волновода 1) на 0,47% приводит к росту величины затухания на 2,9% (относительно затухания в волноводе *1*).

Дальнейшее увеличение глубины гофра на 1,84 и 3,74% приводит к увеличению затухания на 10,7 и 26,9% соответственно. Аналогичное явление наблюдается и для волноводов 10-сантиметрового диапазона.

С увеличением глубины гофра наблюдается смещение минимума затухания в сторону более низких частот. Например, для волновода 1 минимальное затухание (0,0543 *дб/м*) наблюдается на частоте 11 400 *Гц*, в то время как для волновода 4 минимум затухания будет на частоте 8550 *Гц* и равен 0,0647 *дб/м*.

Зависимость затухания от периода системы D приведена на рис. 3. Период D менялся от 4,3 до 8,3 *мм*. Как видно из графика, увеличение периода приводит к уменьшению затухания и ослаблению частотной зависимости. Относительное уменьшение периода системы на 24, 36,2 и 48% уменьшает затухание на 4, 9,3 и 15% соответственно. Кроме того, наблюдается смещение минимума затухания в сторону более низких частот. Так, для волновода 4 с периодом $D = 8{,}3$ *мм* минимум затухания находится на частоте 10 300 *Мгц*. Уменьшение периода системы до 4,3 *мм* привело к смещению минимума до частоты $f = 8400$ *Мгц* и возрастанию минимума затухания с 0,062 до 0,0656 *дб/м*.

Приведенные выше расчеты затухания волны квази-E_{mn} показывают, что при учете в области гофра II только постоянной составляющей поля, как это делается в ряде работ [5], получаются заниженные результаты, лишь качественно характеризующие ослабление электромагнитной волны. Данное приближение (приближение постоянного поля) справедливо только при рассмотрении квази-E_{mn} волны.

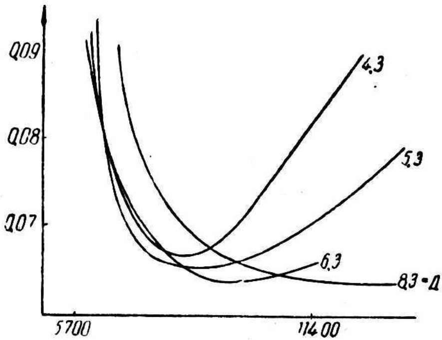

Рис. 3. Зависимость затухания от величины периода системы.

Расчет затухания волны cH_1 показывает, что оно будет тем меньше, чем меньше глубина гофра и больше период системы D. Однако уменьшение глубины гофра и возрастание периода системы приводит к ухудшению гибкости системы. Поэтому при выборе геометрии системы в каждом конкретном случае необходимо компромиссное решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. G Herberts. Механические характеристики гибкого волновода круглого сечения. Nachrichtentechnische Zeitschrift, 18, 10, 1965, 607-615.

2. G Möhring. Изготовление гофрированных кабельных оболочек круглого и эллиптического сечения, стойких к деформациям. Nachrichtentechnische Zeitschrift, 18, 12. 1965.

3. Ф. М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. 1, 2. Изд-во иностр. лит-ры, 1960. 382 с.

4. Г. В. Кисунько. Электродинамика полных систем, Изд. ВКАС, 1949, с. 261—266.

5. Tang. Распространение и преобразование типов колебаний в круглом волноводе с винтовой канавкой, работающем в многоволновом режиме. IEEE, Trans Micr. Theory and Techn, 14, 6, 1966, 275—284.