НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ТРЕХМЕРНОЙ ЛБВМ

А. Г. Шеин, А. В. Сова, В. В. Старостенко

Харьков

В работах [1—8] исследовано влияние различных факторов на выходные характеристики плоских моделей лучевых приборов *М*-типа в режиме больших и малых сигналов*. Однако использование двумерной теории не позволяет исследовать влияние конечных размеров поперечного сечения пространства взаимодействия и электронного потока, неоднородности электростатического поля, действия высокочастотных полей на характеристики реальных конструкций ЛБВМ.

В данной работе исследуются некоторые характеристики ЛБВМ с учетом конечных размеров пространства взаимодействия и электронного потока. При этом предполагается, что электростатическое поле однородно вдоль направления статического магнитного поля B_0.

Нелинейные уравнения трехмерной ЛБВМ

Исходная система рабочих уравнений для расчета трехмерной ЛБВМ с отрицательным основанием получена с помощью метода, который наиболее широко в своих работах использует Роу [1—3]. Естественно, приближения и допущения, введенные при получении нелинейных уравнений, такие же, как и у Роу [1—3].

Процессы в трехмерной ЛБВМ с отрицательным основанием описываются системой из восьми интегро-дифференциальных уравнений, которые приводятся ниже.

---

* Более полную библиографию по этому вопросу можно найти в работах [2] и [5].

Уравнения движения:

$$[1+2Du\,(g_0p_0\Phi_0q)]\,\frac{\partial v_{x\omega}\,(g_0p_0\Phi_0q)}{\partial q}=-\frac{2sr\bar{a}\nu l}{D}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2F'_{3-x}+$$

$$+a\,\frac{l^2\nu^2}{\delta^2}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)\frac{\partial}{\partial g}\,\psi\,(g,\,p)\;\;A\,(q)\cos\Phi\,(g_0p_0\Phi_0q);\qquad(1)$$

$$[1+2Du\,(g_0p_0\Phi_0q)]\left[\frac{\partial v_{y\omega}\,(g_0p_0\Phi_0q)}{\partial q}+\frac{l}{Ds}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2\right]=$$

$$=\frac{rl^2}{Ds}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2\left(\frac{V_a}{2V_0}\right)-\frac{2\delta\bar{a}rl\nu}{D}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2F'_{3-y}+$$

$$+\frac{l^2}{s^2}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)\frac{\partial\psi\,(g,\,p)}{\partial p}\,A\,(q)\cos\Phi\,(g_0p_0\Phi_0q)\,;\qquad(2)$$

$$[1+2Du\,(g_0p_0\Phi_0q)]\,\frac{\partial u\,(g_0p_0\Phi_0q)}{\partial q}=\frac{sr\delta\bar{a}}{D^2}\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2F'_{3-z}+$$

$$+\frac{s}{2D^2l}\,v_{y\omega}\,(g_0p_0\Phi_0q)+\frac{\omega}{2\omega_c}\,\psi\,(g,\,p)\,\times$$

$$\times\left[\frac{dA\,(q)}{dq}\cos\Phi\,(g_0p_0\Phi_0q)-\frac{A\,(q)}{D}\left(1+D\,\frac{d\theta\,(q)}{dq}\right)\sin\Phi\,(g_0p_0\Phi_0q)\right].\qquad(3)$$

Уравнение для СВЧ цепи:

$$\frac{d^2A\,(q)}{dq^2}-A\,\;q)\left[\left(\frac{1}{D}+\frac{d\theta\,(q)}{dq}\right)^2-\left(\frac{1+Db}{D}\right)^2\right]=$$

$$=\mp\,\frac{1+Db}{\pi D}\left[\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\frac{1}{s}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{s}+\frac{1}{2}}\int\limits_{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\delta}+\frac{1}{2}}\psi\,(g,\,p)\,\frac{1+2Du_i\,(g_0p_0\Phi_00)}{1+2Du\,(g_0p_0\Phi_0q)}\cos\Phi\,(g_0p_0\Phi_0q)\,\times\right.$$

$$\times\,dp_0dg_0d\Phi_0+2dD\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\frac{1}{s}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{s}+\frac{1}{2}}\int\limits_{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\delta}+\frac{1}{2}}\psi\,(g,\,p)\,\frac{1+2Du_i\,(g_0p_0\Phi_00)}{1+2Du\,(g_0p_0\Phi_0q)}\,\times$$

$$\left.\times\,\sin\Phi\,(g_0p_0\Phi_0q)\;dg_0dp_0d\Phi_0\right];\qquad(4)$$

$$2\,\frac{dA\,(q)}{dq}\left(\frac{1}{D}+\frac{d\theta\,(q)}{dq}\right)+A\,\;(q)\left[\frac{d^2\theta\,(q)}{dq^2}+\frac{2d}{D}\,(1+Db)^2\right]=$$

$$=\pm\,\frac{1+Db}{\pi D}\left[\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_{\frac{1}{s}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{s}+\frac{1}{2}}\int\limits_{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\delta}+\frac{1}{2}}\psi\,(g,\,p)\,\frac{1+2Du_i\,(g_0p_0\Phi_00)}{1+2Du\,(g_0p_0\Phi_0q)}\cos\Phi\,(g_0p_0\Phi_0q)\,\times\right.$$

$$\times dg_0 dp_0 d\Phi_0 - 2dD \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_{\frac{1}{s}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{s}+\frac{1}{2}} \int\limits_{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\delta}+\frac{1}{2}} \psi(g, p) \frac{1+2Du_l(g_0p_0\Phi_0 0)}{1+2Du(g_0p_0\Phi_0 q)} \times$$

$$\times \sin\Phi(g_0p_0\Phi_0 q)\, dg_0 dp_0 d\Phi_0 \Bigg]. \qquad (5)$$

Уравнения для связи скорости, фазы и координат частиц:

$$\frac{\partial\Phi(g_0p_0\Phi_0 q)}{\partial q} - \frac{d\theta(q)}{dq} = \frac{1}{D}\left[\frac{1}{1+2Du_l(g_0p_0\Phi_0 0)} - \frac{1}{1+2Du(g_0p_0\Phi_0 q)}\right]; \qquad (6)$$

$$p(g_0p_0\Phi_0 q) = p_0 + \int\limits_0^q \frac{v_{y\omega}(g_0p_0\Phi_0 q)}{D[1+2Du(g_0p_0\Phi_0 q)]}\, dq; \qquad (7)$$

$$g(g_0p_0\Phi_0 q) = g_0 + \int\limits_0^q \frac{v_{x\omega}(g_0p_0\Phi_0 q)}{D[1+2Du(g_0p_0\Phi_0 q)]}\, dq. \qquad (8)$$

Верхний знак в выражениях (4), (5) берется для усилительной ЛБВМ, нижний — для генераторной ЛОВМ.

При выводе уравнений (1) и (8) использовались обозначения:

$q = D\omega z/\bar{u}_0$ — нормализованное расстояние вдоль продольной оси прибора;

$\Phi(g_0p_0\Phi_0 q) = \omega\left(\frac{z}{u_{z0}(x_0y_0)} - t\right) + \theta(z)$ — фаза высокочастотной волны в замедляющей системе;

$u_z(z, t) = \bar{u}_0(1+2Du)$ — скорость электронов по направлению z;

$2Du(g_0p_0\Phi_0 q)$ — разность скоростей электронов относительно усредненной скорости постоянной составляющей потока $u_l = u(0, t)$;

$v_{x\omega} = \frac{1}{\omega h} \cdot \frac{dx}{dt}$ — скорость электронов по x;

$v_{y\omega} = \frac{1}{\omega w}\frac{dy}{dt}$ — скорость электронов по y;

V_a — постоянная составляющая потенциала анода;

$V_0 = (\bar{u}_0^2/2\eta)^{1/2}$ — напряжение, соответствующее усредненной скорости электронов на входе системы;

$\theta(z)$ — разность фаз высокочастотной волны при наличии и отсутствии электронного потока;

ω_c, ω_p — циклотронная и плазменная частоты соответственно;

$D^2 = \frac{\omega_c}{\omega}\frac{|I_0|Z_0}{2V_0}$ — параметр усиления;

I_0 — постоянная составляющая тока луча;

Z_0 — импеданс замедляющей системы;
$p = y/w$; $g = x/h$ — нормализованные y и x координаты;
b — параметр рассинхронизма;
$V(z, t) = V(q, \Phi) = \frac{Z_0 |I_0|}{D} A(q)\, e^{-j\Phi}$ — нормализованное высокочастотное напряжение вдоль замедляющей системы;

$$\psi(g, p) = \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \frac{s^2}{l^2}\left(1 + D\frac{d\theta(q)}{dq}\right)^2 + \pi^2 s^2 \bar{a}^2 \nu^2}\; p(g_0 p_0 \Phi_0 q)}{\operatorname{sh} \sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \frac{1}{l^2 r^2}\left(1 + D\frac{d\theta(q)}{dq}\right)^2 + \pi^2 \frac{\bar{a}^2}{r^2} \nu^2}} \times$$

$$\times \sin \pi\delta\bar{a} g\,(g_0 p_0 \Phi_0 q)$$

— функция поперечного распределения высокочастотного поля замедляющей системы типа «гребенка в волноводе» [9].

Геометрические размеры пространства взаимодействия и электронного потока, входящие в выражения (1)—(8), ясны из рис. 1.

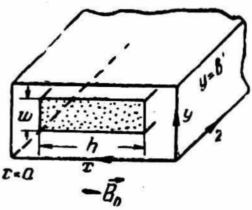

Рис. 1. Пространство взаимодействия и электронный поток трехмерной ЛБВМ.

Кроме того, в формулы (1)—(8) входят величины F'_{3-x}, F'_{3-y}, F'_{3-z} — составные части полей пространственного заряда:

$$F'_{3-x} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{1}{s}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{s}+\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\delta}+\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} k \left[m^2\left(\frac{a}{b'}\right)^2 + k^2\right]^{-1/2} \sin \pi m \frac{\beta y}{\beta b'} \times$$

$$\times \sin \pi m \frac{\beta y'}{\beta b'} \cos \pi k \frac{\beta x}{\beta a} \sin \pi k \frac{\beta x'}{\beta a} \exp\left\{-\frac{\pi}{\beta a}\left[m^2\left(\frac{a}{b'}\right)^2 + k^2\right]^{1/2} \times\right.$$

$$\left.\times |\Phi - \Phi'|\right\} \frac{u_{zi}}{u_z}\, dg_0 dp_0 d\Phi_0;$$

$$F'_{3-y} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{1}{s}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{s}+\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\delta}+\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} m \left[m^2 + \left(\frac{b'}{a}\right)^2 k^2\right]^{-1/2} \cos \pi m \frac{\beta y}{\beta b'} \times$$

$$\times \sin \pi m \frac{\beta y'}{\beta b'} \sin \pi k \frac{\beta x}{\beta a} \sin \pi k \frac{\beta x'}{\beta a} \exp\left\{-\frac{\pi}{\beta a}\left[m^2\left(\frac{a}{b'}\right)^2 + k^2\right]^{-1/2} \times\right.$$

$$\left.\times |\Phi - \Phi'|\right\} \left(\frac{u_{zi}}{u_z}\right) dg_0 dp_0 d\Phi_0;$$

$$F'_{3-z} = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{1}{s}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{s}+\frac{1}{2}} \int_{\frac{1}{\delta}-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\delta}+\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \pi m \frac{\beta y}{\beta b'} \sin \pi m \frac{\beta y'}{\beta b'} \sin \pi k \frac{\beta x}{\beta a} \times$$

$$\times \sin \pi k \frac{\beta x}{\beta a} \exp\left\{-\frac{\pi}{\beta a}\left[m^2\left(\frac{a}{b'}\right)^2 + k^2\right]^{1/2} |\Phi - \Phi'|\right\} \times$$

$$\times \left(\frac{u_{zi}}{u_z}\right) \operatorname{sign}(\Phi - \Phi')\, dg_0 dp_0 d\Phi_0,$$

где

$$\operatorname{sign}(\Phi - \Phi') = \begin{cases} 1 & \text{при } \Phi > \Phi' \\ -1 & \text{при } \Phi < \Phi' \end{cases};$$

$$s = w/\bar{y}_0; \quad r = \bar{y}_0/b'; \quad \bar{a} = \bar{x}_0/a; \quad \delta = h/\bar{x}_0.$$

Система интегро-дифференциальных уравнений дает возможность проследить за всеми величинами, характеризующими электронный поток и замедляющую систему в зависимости от начальных условий. Решение системы производилось в переменных Лагранжа, при этом электронный поток разбивался на ряд частиц; каждая частица действует в окружающем ее пространстве таким же образом, как и замещаемый ею элементарный заряд. Траектории частиц получаются путем интегрирования уравнений (1)—(8).

На входе ЛБВМ мгновенная фаза $\Phi(g_0 p_0 \Phi_0 0)$ равна начальной фазе $\Phi_0 = 2\pi j/m$, где $j = 0, 1, \ldots m$, причем m обозначает число частиц в слое, равномерно расположенных в пространстве Φ_0. В направлениях g и p электронный поток делится на l и k слоев соответственно.

Начальные условия для бриллюэновского потока трехмерной ЛБВМ следующие:

$$\left.\frac{dA}{dq}\right|_{q=1} = 0; \quad \frac{d\theta(0)}{dq} = b; \tag{9}$$

$$\Phi_{j,k,l,0} = 2\pi j/m; \quad j = 0, 1, \ldots m; \tag{10}$$

$$p_{j,k,l,0} = \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2}\right) + \frac{k_1}{k-1}; \; k_1 = 0, 1, \ldots k-1; \tag{11}$$

$$g_{j,k,l,0} = \left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{2}\right) + \frac{l_1}{l-1}; \; l_1 = 0, 1, \ldots l-1; \tag{12}$$

$$A_{j,k,l,0} = A_0; \quad \theta(0) = 0. \tag{13}$$

Результаты расчета характеристик ЛБВМ без учета полей пространственного заряда

Численный расчет характеристик трехмерной ЛБВМ производился на ЭЦВМ М-20 после преобразования системы интегро-дифференциальных уравнений (1) и (8) в систему разностных уравнений. В соответствии с исследованиями влияния разбиения электронного потока на точность результатов, проведенных Роу и Ганди [1—3], поток разбивался на слои по p таким образом, что ширина одного слоя не превышала 5% от b', а на один период высокочастотных колебаний приходилось не менее 32 частиц. Размеры частиц вдоль направления g мало влияют на интегральные характеристики ЛБВМ. Так, у ЛБВМ с электронным потоком шириной $h = 0{,}8a$ различие в коэффициенте усиления при разбиении пучка на 3 и 7 слоев не превышает 2%, а для $h/a = 0{,}5$ различие составляет 0,1%.

Наибольшее количество машинного времени расходуется на вычисление интегралов наведенного тока и полей пространственного заряда, которые рассчитывались с помощью метода трапеций.

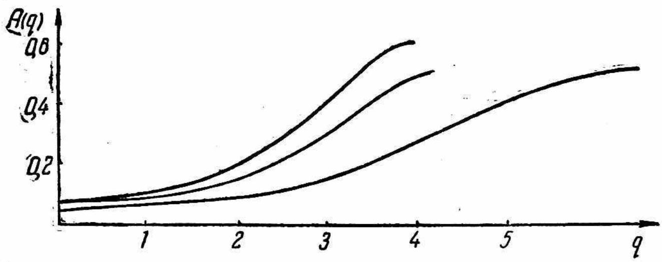

Рис. 2. Зависимость амплитуды высокочастотного напряжения от нормализованной длины лампы для потоков с $\delta = 2\%$ и $\delta = 32\%$ ($\omega_c/\omega = 0{,}75$; $d = 0$; $b = 0$; $D = 0{,}1$; $r = 0{,}5$).

Стандартными подпрограммами вычисления кратных интегралов, к сожалению, воспользоваться не удается, поскольку при решении задачи необходимо учитывать оседание электронов на основание, боковые стенки и замедляющую систему.

На рис. 2 приведены графики зависимости амплитуды высокочастотного сигнала вдоль длины лампы для бриллюэновского потока, имеющего три слоя вдоль g ($l = 0, 1, 2$) и два слоя по p, причем ширина потока по p составляет 10% размера пространства взаимодействия b', а ширина потока по g — 32 и 2% пространства взаимодействия a.

ЛБВМ с двухпроцентным электронным потоком соответствует плоской модели магнетронного усилителя, рассмотренной Роу [2], так что результаты расчетов ЛБВМ с $h/a = 0{,}02$ совпадают с данными, приведенными у Роу.

Усиление у ЛБВМ с $h/a = 0{,}32$ несколько меньше, чем у плоской ЛБВМ ($h/a = 0{,}02$). Это уменьшение усиления при увеличении ширины потока по g связано с оседанием электронов на боковые стенки замедляющей системы под действием сил высокочастотных полей. Так, для электронного потока с $h/a = 0{,}32$ почти 20% электронов попадает на боковые стенки замедляющей системы, причем эти электроны обычно находятся в благоприятной фазе для передачи энергии высокочастотному сигналу. Это хорошо видно из графиков зависимости $p = f(\Phi)$ (рис. 3). Штриховой линией нанесены фазы тех электронов, которые вылетели на боковую поверхность замедляющей системы из крайних слоев ($l = 0{,}2$). Из этого же рисунка видна динамика образования сгустка, весьма симметричного по Ф.

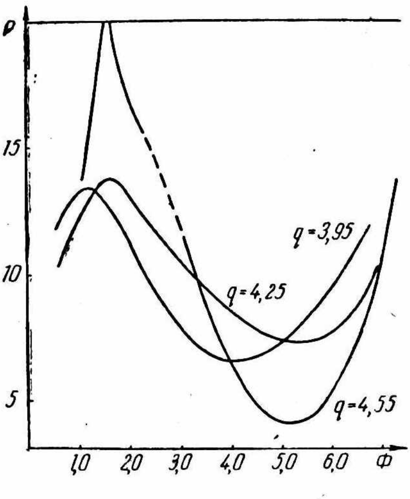

Рис. 3. Фазовые траектории электронов потока с $h/a = 0{,}32$ ($\omega_c/\omega = 0{,}75$; $d = 0$; $b = 0$; $D = 0{,}1$; $r = 0{,}5$).

Графики, непосредственно иллюстрирующие оседание электронов на боковые стенки замедляющей системы, приведены на рис. 4. Штриховой линией на графике зависимости $g = f(\Phi)$ показаны электроны, попавшие на основание или на замедляющую систему. Проекции движения различных электронов ($j = 1$, 9, 17, 25) на плоскость $g - q$ в пространстве переменных g, q, Ф, p показаны на рис. 4, *б*.

Траектории движения электронов в плоскости $p - q$ не приводятся, поскольку они по своему характеру аналогичны траекториям электронов в двухмерной ЛБВМ [1, 2].

В настоящей работе приводятся только данные, характеризующие процессы в ЛБВМ без учета полей пространственного заряда, однако в соответствии с результатами Роу и Ганди [1—3] учет полей пространственного заряда не очень влияет на интегральные характеристики.

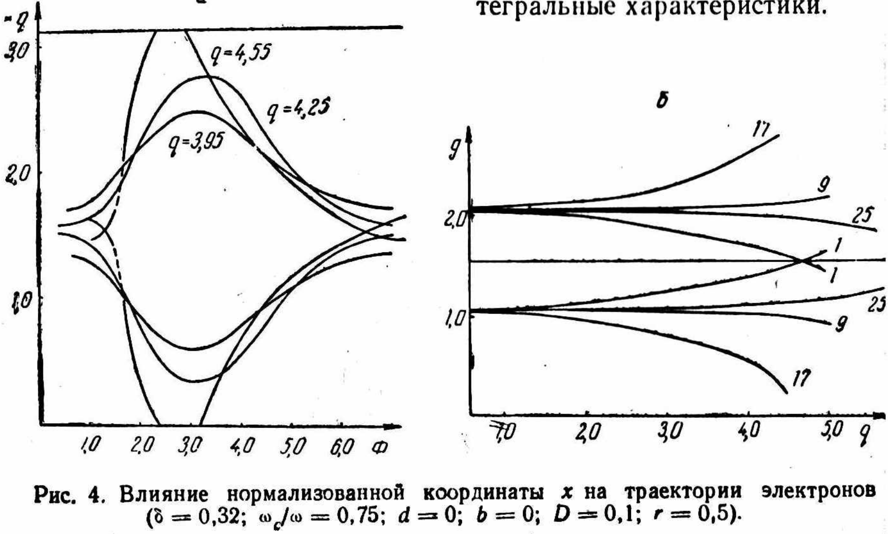

Рис. 4. Влияние нормализованной координаты x на траектории электронов ($\delta = 0{,}32$; $\omega_c/\omega = 0{,}75$; $d = 0$; $b = 0$; $D = 0{,}1$; $r = 0{,}5$).

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что в трехмерной ЛБВМ с однородным электростатическим полем коэффициент усиления и к. п. д. меньше, чем у двумерной ЛБВМ. Уменьшение выходных характеристик ЛБВМ обусловлено действием на электронный поток сил со стороны высокочастотных полей, что приводит к оседанию электронов на боковые стенки, а не на периодическую структуру замедляющей системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. Ганди, Дж. Роу. Нелинейная теория лучевых приборов со скрещенными полями. Сб. «Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями», т. I (перев. с англ. под ред. М. М. Федорова). Изд-во иностр. лит-ры, 1961, с. 372—424.
2. Дж. Роу. Теория нелинейных явлений в приборах СВЧ. Изд-во «Советское радио», 1969. 616 с.
3. O. P. Gandy and J. E. Rowe. Nonlinear theory of injected-beam crossed-field devices. Crossed-field microwave devices. (E. Okress, ed), vol. 1, p. 439-495. Academic Press, New York, 1961.
4. М. Б. Цейтлин, Н. Я. Черевацкий. Линейная теория лучевых приборов М-типа цилиндрической конструкции. «Электронная техника», серия 1, № 8, 1966, с. 84—90.
5. В. С. Стельмахов. Основы электроники сверхвысокочастотных приборов со скрещенными полями. Изд-во «Советское радио», 1968. 336 с.
6. J. Feinstein anp G. Kino. The large signal behavior of crossed field traveling-wave devices. Proc. IRE, 45, 1364—1373, 1957.
7. J. W. Sedin. A large-signal analysis of beam-type crossed-field traveling-wave tubes. IRE Trans. Electron Devices, 9, № 1, 41—51, 1962.
8. J. F. Hall, G. P. Kooyers. Experimental and theoretical characterictics of injected beam-type forward-wave crossed-field amplifiers. NTE-Nachrech. Fachber, 22, 151—158, 1960.
9. Е. С. Коваленко, В. С. Коваленко. К теории замедляющей системы квантового усилителя. «Радиофизика и электроника», 1963, VIII, с. 1374—1384.