

## К ТЕОРИИ РЕЗОНАНСНОГО АВТОГЕНЕРАТОРА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

*Л. А. Поспелов*

Харьков

### ВВЕДЕНИЕ

Для повышения стабильности частот автогенератора широко используется метод воздействия на автогенератор слабым высокочастотным сигналом [1]. В настоящее время известен ряд экспериментальных и теоретических работ об исследовании таких режимов. Однако отсутствуют работы по теоретическому исследованию воздействия модулированного потока на резонансный автогенератор с распределенным взаимодействием типа резонансной ЛОВ, клистрона с распределенным взаимодействием, оротрона, ладертрона и других, нашедших в последнее время широкое применение. Особенность теоретического рассмотрения такой задачи состоит в том, что к ней неприменима хорошо разработанная теория синхронизации автогенератора в терминах контура с сосредоточенными параметрами [2], применяемая для изучения синхронизации триода, клистрона и магнетрона и других резонансных автогенераторов. Непригодны здесь также методы, используемые при излучении синхронизации ЛОВ с согласованными нагрузками на концах [3—4]. К тому же в этих работах остается нерешенным вопрос о законности использования методики определения полосы синхронизации. Применение же более общих положений об устойчивости установившегося одночастотного режима (режим захвата частоты) оказывается затруднительным в силу технической трудности реализации их при решении соответствующих управляющих уравнений. Возможность преодоления этих трудностей рассматривается в статье Р. В. Хохлова [5] и последующих работах того же автора: в ряде случаев при синхронизации автоколебательных (нелинейных) систем слабым сигналом амплитуда автоколебаний существенно не изменяется, а фаза колебаний претерпевает сильные изменения. Это обстоятельство Р. В. Хохловым используется для того, чтобы ограничиться рассмотрением динамических изменений только одной фазы. Однако применимость такой методики к рассматриваемой здесь ситуации а priori доказать затруднительно.

С учетом сказанного выше представляет интерес построение аналитической нелинейной теории резонансного автогенератора с распределенным взаимодействием, допускающей применение общей процедуры определения устойчивости режима одночастотных колебаний и на ее основе корректного определения полосы синхронизации. Проведению такого анализа и посвящено настоящее сообщение. В работе используется предположение о том, что амплитуда высокочастотного поля остается неизменной вдоль пространства взаимодействия. Это отражает явление сильной резонансности электродинамической структуры, которая характеризуется еще набором собственных частот, одна из которых является рабочей. Высокочастотные потери в стенках распределенного резонатора в нагрузке учитываются введением добротности.

Следует заметить, что подобное исследование автогенераторного режима проводилось в работе [6], однако в ней рассмотрен лишь случай больших к. п. д., когда анализ соотношений возможен численным методом, и предельный случай линейного взаимодействия. Настоящее исследование относится к изучению нелинейного режима, но при малых амплитудах (и к. п. д.) генератора.

### 1. Метод рассмотрения

Считаем, что в плоскости  $z = 0$  электронный поток по скорости модулируется по закону

$$v = v_0 \{1 + \alpha \sin \omega t_0\}. \quad (1)$$

При условии  $\alpha \ll 1$  траектория движения такого электрона ( $z > 0$ ) будет

$$\tau = \tau_0 + \theta_0 + X_0 \sin \tau_0,$$

где  $\tau = \omega t$ ;  $\tau_0 = \omega t_0$ ;  $\theta_0 = \omega z/v_0$ ;  $X_0 = \alpha \theta_0$ .

Если в области  $z \geq 0$  действует поле с напряженностью

$$E = E \sin \left( \tau - \frac{z}{v_\phi} + \varphi_0 \right), \quad (2)$$

то (при  $\alpha = 0$ ) траектория электрона [7]

$$\tau = \tau_0 + \theta_0 + X_1 \sin (\tau_0 + \psi_0), \quad (3)$$

где  $X_1 = \beta \frac{1}{2} \frac{A}{b^2}$ ;  $\beta = \frac{1}{4} E \frac{v_0}{\omega V_0}$ ;  $V_0 = \frac{1}{2} \frac{l}{m} v_0^2$ ;

$$A = \sqrt{(1 - \cos \Phi_0)^2 + (\Phi^2 - \sin^2 \Phi)^2}; \quad \Phi_0 = b \theta_0; \quad b = 1 - \frac{v_0}{v_{cp}};$$

$$\psi_0 = \arctg \frac{1 - \cos \Phi_0}{\Phi_0 - \sin \Phi_0}.$$

Оказывается, что при условии

$$\alpha \ll b \ll \frac{1}{\theta_0} \ll 1 \quad (4)$$

можно учесть одновременное влияние предварительной модуляции и поля (2) в записи вида (3), если в ней сделать замену

$$X_1 \rightarrow X; \quad \psi_0 \rightarrow \psi, \quad (5)$$

где

$$X = \sqrt{(X_0 + X_1 \cos \psi)^2 + X_1^2 \sin^2 \psi};$$

$$\psi = \arctg \frac{X_1 \sin \psi}{X_0 + X_1 \cos \psi}, \quad \psi = \varphi_0 - \psi_0. \quad (6)$$

Соотношение (3) с учетом (5) приводит к амплитуде гармоники тока вида

$$\frac{i_n}{i_0} = -2J_n(nX) \cos n(\tau - \psi). \quad (7)$$

Взаимодействие первой гармоники тока с полем (2) обеспечивает мощность взаимодействия,  $P_e = P_a + iP_r$ , где активная составляющая

$$P_a = -\frac{\omega}{2\pi} \int_0^z dz \int_0^{2\pi/\omega} dt i E; \quad (8)$$

реактивная составляющая

$$P_r = \frac{1}{2\pi} \int_0^z dz \int_0^{2\pi/\omega} dt i \frac{dE}{dt}. \quad (9)$$

Амплитуда и фаза поля при этом изменяются по закону [8]

$$\frac{dW}{dt} = P_a - 2\omega_s' W = P_0 R \beta; \quad (10)$$

$$W \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{2} P_r - (\omega_s' - \omega) W = P_0 \Phi \beta^2, \quad (11)$$

где средняя энергия высокочастотного поля

$$W = \frac{E^2}{2\omega_s' R}; \quad (12)$$

$R$  — сопротивление связи замедляющей системы, для которой поле (2) является собственной волной;

$\omega_s'$  — собственная частота распределенного резонатора;

$Q$  — его добротность,  $\omega_s = \omega_s'/2Q$ .

Соотношения (8) и (9) можно привести к виду

$$\eta = \frac{P_a}{P_0} = \beta I, \quad (13)$$

где

$$P_0 = i_0 V_0,$$

$$I = 2 \int_0^{\theta_0} d\theta_0 J_1(X) \cos(\psi + \psi_0); \quad (14)$$

$$\frac{P_r}{P_0} = 2\beta N. \quad (15)$$

где

$$N = \int_0^{\theta_0} d\theta_0 J_1(X) \sin(\psi + \psi_0). \quad (16)$$

Вторые слагаемые в правых частях уравнений (10) и (11) также удобно привести к безразмерным переменным:

$$\frac{2\omega_s'' W}{P_0} = A\beta^2, \quad (17)$$

где

$$\frac{\omega_s' - \omega}{P_0} W = \delta A\beta^2; \quad (18)$$

$$A = \frac{\left(\frac{\omega}{\nu_0}\right)^2}{i_0 R Q}; \quad \delta = \frac{\omega_s' - \omega}{\omega}. \quad (19)$$

Учитывая неравенства (4) и то, что  $\varphi_0 \sim \alpha$ , соотношения (14) и (15) можно представить в виде

$$I = I_0 + \varphi_0 b_1 + \alpha c_1 + 0(\alpha^2); \quad (20)$$

$$N = N_0 + \varphi_0 b_2 + \alpha c_2 + 0(\alpha^2). \quad (21)$$

Входящие сюда величины можно привести к виду

$$I_0 = \frac{1}{3} \frac{b_0}{\beta} n_0 (\beta\theta_0^2), \quad (22)$$

где

$$b_0 = b(0);$$

$$n_0(x) = \int_0^x dx \frac{b(x)}{b_0} J_1(x); \quad (23)$$

$$N_0 = -\frac{1}{2\sqrt{\beta}} m_0 (\beta\theta_0^2); \quad (24)$$

$$m_0(x) = \int_0^x dx \frac{J_1(x)}{\sqrt{x}}; \quad (25)$$

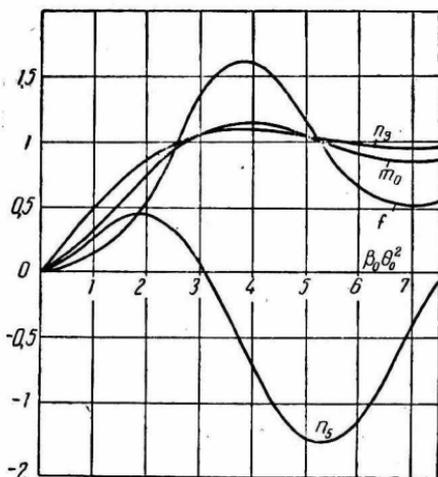
$$b_1 \cong -\frac{2}{\sqrt{\beta}} n_1 (\beta\theta_0^2); \quad n_1(x) = \int_0^x dx \frac{b}{b_0} \frac{J_1(x)}{\sqrt{x}}; \quad (26)$$

$$C_1 = 2 \frac{1}{\beta} \left[ \frac{b_0^2}{9\beta} n_2 (\beta\theta_0^2) - n_3 (\beta\theta_0^2) \right], \quad (27)$$

$$n_2(x) = \int_0^x dx \left(\frac{b}{b_0}\right)^2 \sqrt{x} J_1'(x); \quad (28)$$

$$n_3(x) = \int_0^x dx \frac{J_1(x)}{x \sqrt{x}}; \quad (29)$$

$$b^2 = \frac{2}{3} \frac{b_0}{\beta} n_0(\beta \theta_0^2); \quad (30)$$



$$C_2 = \frac{b_0}{\sqrt{\beta}} \left[ \frac{n_1(\beta \theta_0^2)}{\sqrt{\beta}} - n_4(\beta \theta_0^2) \right]; \quad (31)$$

$$n_4(x) = \int_0^x dx \frac{b(x)}{b_0} J_1'(x). \quad (32)$$

Если предположить, что

$$\beta = \beta_0 + \beta_1, \quad (33)$$

где  $\beta_0 = \beta/\alpha \approx 0$ ,  $\beta_1 \ll \beta_0$ , то с точностью до членов порядка  $\alpha$

$$I_0(\beta) = I_0(\beta_0) + \beta_1 a_1(\beta_0); \quad (34)$$

$$N_0(\beta) = N_0(\beta_0) + \beta_1 a_2(\beta_0), \quad (35)$$

Рис. 1. Зависимость  $n_0$ ,  $n_3$ ,  $n_5$  от параметра группировки  $X_0$ .

а в выражениях для  $b$  и  $c$  необходимо провести замену:  $\beta = \beta_0$ .

В разложениях (34) и (35) введены обозначения:

$$a_1 = \frac{b_0}{3\beta^2} n_1(\beta \theta_0^2); \quad (36)$$

$$a_2 = -\frac{2}{\beta \sqrt{\beta}} n_5(\beta \theta_0^2), \quad (37)$$

где

$$n_5(x) = n_5(x) |_{b(x) = b_0}. \quad (38)$$

Графики используемых ниже интегралов протабулированы на ЭВМ и приведены на рис. 1.

Полученные выше соотношения позволяют исследовать нелинейный самосогласованный режим работы автогенератора и режим захвата частоты автогенератора внешним сигналом без использования каких-либо дополнительных приближений.

## Автогенераторный режим

Согласно проведенному выше анализу, амплитуда и частота установившихся колебаний автогенератора определяется соотношениями

$$\beta_0 A = I_0(\beta_0 \theta_0^2); \quad (39)$$

$$\delta_0 A \beta_0 = N_0(\beta_0 \theta_0^2); \quad (40)$$

где  $\delta_0 = \frac{\omega_s' - \omega_0}{\omega_0}$ ;  $\omega_0$  — частота генерируемых колебаний.

Уравнение (39) не зависит от частоты и определяет амплитуду  $\beta_0$ . После решения уравнения (39) относительно  $\beta_0$  получим частоту колебаний как функцию параметров системы. Легко понять, что соотношение (39) представляет собой интегральное уравнение относительно искомой величины  $\beta_0$ . Это обусловлено зависимостью параметра рассинхронизма  $b$  от угла пролета  $\theta_0$  и свидетельствует о самосогласованности задачи.

Учитывая, что при  $b$ ,  $\eta \ll 1$

$$\frac{b}{b_0} = 1 - \frac{\eta}{2b_0}; \quad (41)$$

уравнение (39) можно записать в виде дифференциального, в котором искомой функцией является к. п. д., а аргументом — параметр группировки:  $\eta' - \frac{1}{3} \eta J_1(x) = \frac{2}{3} b_0 J_1(x)$ .

Решая его, получим зависимость электронного к. п. д. от всех параметров автогенератора:

$$\eta = \frac{2}{3} b_0 e^{\frac{1}{3}[1 - J_0(\beta_0 \theta_0^2)]} \int_0^{\beta_0 \theta_0^2} dx J_1(x) e^{-\frac{1}{3}[1 - J_0(x)]}. \quad (42)$$

Заметим, что соответствующее выражение для  $\eta$ , полученное методом последовательных приближений ( $b = b_0$ ), имеет вид

$$\tilde{\eta} = \frac{2}{3} b_0 [1 - J_0(\beta_0 \theta_0^2)] \quad (43)$$

и соответствует приравнению экспонент в выражении (42) единице. Поскольку в рассматриваемых условиях

$$\left| e^{\frac{1}{3}[1 - J_0(\beta_0 \theta_0^2)] - 1} \right| \ll 1$$

возможно только при  $\beta_0 \theta_0 \ll 1$ , применимость этого приближения ограничивается линейным режимом. График зависимости (42) изображен на рис. 2. Из графика зависимости (42) видно, что электронный к. п. д. достигает абсолютного максимума  $\eta_m$  при  $X = X_m \approx 4$ . Близкое к этому ( $\tilde{X}_m \approx X_m$ ) дает соотношение (42), однако величина максимума к. п. д.  $\eta_m$  заметно отличается (примерно на 30%) от значения  $\tilde{\eta}_m$ .

Подставляя соотношение (41) с учетом (42) в подынтегральное выражение (23), получаем окончательную зависимость (22)  $I_0$  от  $\beta_0$ , которая вместе с равенством (39) дает функциональное уравнение для определения амплитуды установившихся колебаний. Оно имеет вид

$$X_0^2 a = F(X_0), \quad (44)$$

где  $X_0 = \beta_0 \theta_0^2$ ;  $a = \frac{3}{2} \frac{A}{\theta_0^4 b_0}$ ;

$$F_q(x) = \int_0^x dx \left\{ 1 + \frac{1}{3} e^{\frac{1}{3}[1-J_0(x)]} \int_0^x dx J_1(x) e^{-\frac{1}{3}[1-J_0(x)]} \right\}. \quad (45)$$

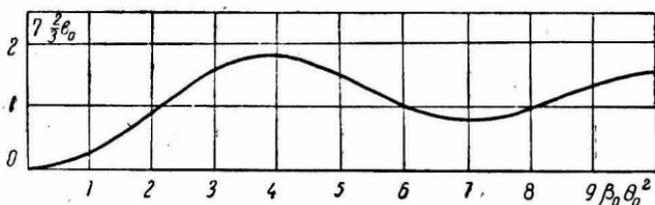


Рис. 2. Зависимость электронного к. п. д. от параметра группировки.

График зависимости (45) изображен на рис. 3. В результате решения функционального уравнения (44) относительно  $X_0$  получим зависимость

$$X_0 = G(a).$$

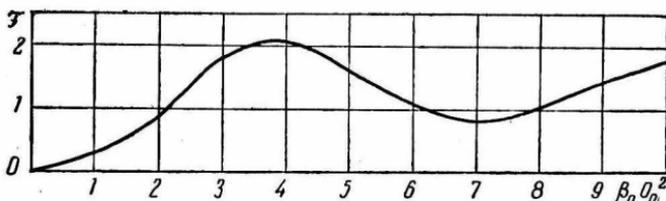


Рис. 3. Зависимость мощности от параметра группировки.

Из графика ее (рис. 4) следует, что минимальное значение  $X = 0$  достигается при  $a = 0,25$ . Отсюда видно, что пусковой ток

$$i_n = \frac{\omega^2}{\frac{e}{m} b_0 \theta_0^4 R Q}. \quad (46)$$

Максимальное значение  $X_0$  (первый и абсолютный максимум) достигается при  $a \approx 4$ . Амплитуда установившихся колебаний

$$\beta_0 = \frac{G(a)}{\theta_0^2}. \quad (47)$$

Используя соотношения (11), (23), (41), (42), (45) и (47), получаем значение частоты генерируемых колебаний:

$$\frac{\omega_s - \omega_0}{\omega_0} = \frac{n_0 [G(a)]}{2ab_0 G^{3/2}(a)}. \quad (48)$$

График зависимости  $n_0$  изображен на рис. 3. С помощью соотношений (10) и (11) можно показать, что установившиеся колебания с амплитудой, определяемой соотношением (44), и с частотой (48), устойчивы. Условия устойчивости получим ниже как частный случай при  $\alpha = 0$ .

### Синхронизация генератора модулированным потоком

В результате влияния предварительной модуляции ( $\alpha \neq 0$ ) изменяется амплитуда колебаний высокочастотного поля  $\beta$  и разность фаз  $\varphi_0$  между потоком и полем. Поскольку  $\alpha \ll 1$ , можно считать, что и  $\beta_1 = \beta - \beta_0 \ll \beta_0$ ,  $\varphi_0 \ll 1$  ( $\beta_1, \varphi_0 \sim \alpha$ ). Поэтому далее будем пользоваться разложениями (20), (21), (34) и (35).

Установившиеся амплитуда и фаза поля определяются уравнениями:

$$R(\beta, \varphi_0) = I - \beta A = 0; \quad (49)$$

$$\Phi(\beta, \varphi_0) = N - \beta \delta A = 0. \quad (50)$$

Подставляя в них разложения (20), (21), (34) и (35), получаем систему двух алгебраических уравнений относительно  $\beta_1$  и  $\varphi_0$ :

$$(a_1 - A)\beta_1 + b_1\varphi_0 + \alpha c_1 = 0; \quad (51)$$

$$(a_2 - \delta A)\beta_1 + b_2\varphi_0 + \alpha c_2 = 0. \quad (52)$$

Ее решения следующие:

$$\beta_1 = \alpha \frac{\Delta_1}{\Delta_0}; \quad (53)$$

$$\varphi_0 = \alpha \frac{\Delta_2}{\Delta_0}, \quad (54)$$

где

$$\Delta_1 = b_1 c_2 - c_1 b_2; \quad \Delta_2 = c_1(a_2 - \delta A) - (a_1 - \delta A)c_2;$$

$$\Delta_0 = (a_1 - A)b_2 - b_1(a_2 - \delta A).$$

Оценки величин, входящих в (53) и (54), проведенные с учетом условия максимума электронного к. п. д., и предположения, что интеграл типа  $n_i(x) \sim 1$ , дают

$$a_1 \sim \frac{b}{\beta^2}; \quad b_1 \sim -\frac{1}{\sqrt{\beta}}; \quad c_1 \sim \frac{1}{\beta}; \quad a_2 \sim \frac{1}{\beta^{3/2}}; \quad b_2 \sim \frac{b}{\beta};$$

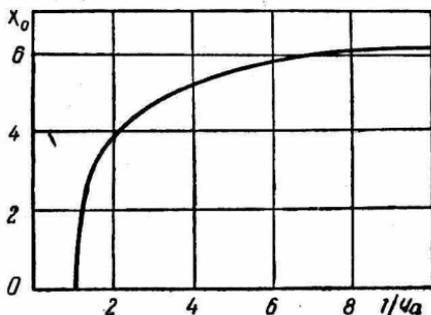


Рис. 4. Зависимость параметра  $X_0$  группировки от параметра  $a$ .

$$c_2 \sim \frac{b}{\beta}; \quad \Delta_1 \sim -A; \quad \Delta_2 \sim \pm \left(\frac{A}{b}\right)^{5/4}; \quad \Delta \sim \frac{A}{b}. \quad (55)$$

С учетом оценок (55) выражения (53) и (54) упрощаются и имеют вид

$$\Delta_1 = 2A \frac{n_s(X_0) n_0(X_0)}{F(X_0)}; \quad (56)$$

$$\Delta_2 = \left(\frac{3}{2} \frac{A}{b_0}\right)^{5/4} n_s(X_0) [4n_s(X_0) - m_0(X_0)]; \quad (57)$$

$$\Delta = \frac{A}{b_0} n_1(X_0) [3m_0(X_0) - \sqrt{X_0} J_1(X_0)], \quad (58)$$

где  $X_0$  берется из соотношения (45). Отсюда следует, что  $\beta_1/\varphi_0 \sim b^{5/4}/A^{1/4} \ll 1$ , т. е. амплитуда поля изменяется меньше, чем фаза. Это согласуется с соответствующими утверждениями работы [5].

Значение  $X_0$  близко к корню функции Бесселя:  $J_1(X_0)$ ,  $aF(X_0)$ ,  $m_0(X_0)$ ,  $n_i(X_0) \sim 1$ . Следовательно, величины  $\Delta_1$  и  $\Delta$ , определяемые соотношениями (56) и (58), положительны. Это говорит о том, что амплитуда установившихся колебаний под влиянием модуляции возрастает. Это также согласуется с результатами работы [5].

Стационарное состояние, определяемое условием (49) и (50), устойчиво, если выполняются условия [9]:

$$R'_\beta + \Phi'_\varphi < 0; \quad (59)$$

$$R'_\beta \Phi'_\varphi - R'_\varphi \Phi'_\beta > 0. \quad (60)$$

Первое условие с учетом малости остальных членов приводит к неравенству

$$I'_0 - A = - ||I'_0| + A| < 0,$$

которое соответствует первому условию устойчивости невозмущенного колебания и всегда выполняется [9].

В соотношении (60) знак неравенства заменяем на знак равенства, что определит границу устойчивых состояний. Подставляя далее вместо  $I$  и  $N$  в соотношения для  $R$  и  $\Phi$  разложения (20) и (21) и учитывая, что

$$I'_0(\beta_0) = A; \quad (61)$$

$$\delta_0 A = N'_0(\beta_0), \quad (62)$$

приходим к соотношению, определяющему границу полосы частот синхронизированных колебаний:

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega} = \frac{1}{A} [\beta_1 N''_0 + \varphi_0 b''_2 + \alpha c_2] + \frac{b_2}{b_1} (\beta_1 I''_0 + \varphi_0 b'_1 + \alpha c_1). \quad (63)$$

Оценки величин, входящих в (63), показывают, что

$$\frac{1}{A} \beta_1 N''_0 \sim \alpha \left(\frac{A}{b}\right)^{1/4}; \quad \frac{1}{A} \varphi_0 b''_2 \sim \alpha \left(\frac{A}{\beta}\right)^{1/4}; \quad \frac{\alpha c_2}{A} \sim \alpha \left(\frac{b}{A}\right)^{1/2};$$

$$\frac{b_2}{b_1} \beta_1 J_0^* \sim a b^3 \left(\frac{A}{b}\right)^{3/4}; \quad \frac{b_2}{b_1} \varphi_0 b_1^* \sim A \left(\frac{A}{b}\right)^{1/4}; \quad \frac{b_2}{b_1} a c_1 \sim b \left(\frac{A}{b}\right)^{3/4}.$$

Поэтому из всех слагаемых в (63) следует оставить только пятое. После этого соотношения (63) можно представить в виде

$$\frac{\omega_0 - \omega}{\omega} = \left(\frac{3^7}{2^5}\right)^{1/4} a A \left(\frac{A}{b_0}\right)^{1/2} \frac{n_3 [4n_5 - m_0] \left[n_1 - 2 \sqrt{X} J_1(X_0) \frac{b}{b_0}\right]}{n_1 n_0^{1/3} [3m_0 - \sqrt{X} J_1(X_0)]}, \quad (64)$$

где величины  $m_0$ ,  $n_i$  и  $b$  являются функциями  $X_0$ , а рассинхронизм определяется соотношениями (41) и (42).

Заметим, что правая часть равенства (64) как функция  $X_0$  двузначна. Следовательно, соотношение (64) определяет две границы области частот, в которой стационарный одночастотный режим устойчив.

## ВЫВОДЫ

В работе построена корректная нелинейная самосогласованная теория резонансного генератора с распределенным взаимодействием электронного потока с высокочастотным полем. В аналитическом виде получено значение электронного к. п. д. и генерируемой частоты в функции всех параметров прибора.

Амплитуда высокочастотного поля, к. п. д., безразмерная частота генерации определяются универсальными функциями от параметра группировки. Пользуясь графиками этих функций, которые приведены в статье, можно с помощью простых алгебраических процедур найти эксплуатационные характеристики прибора по его характерным параметрам.

При использовании общей процедуры определения устойчивого стационарного режима работы нелинейной колебательной системы найдены аналитические выражения для значений границ полосы частот синхронизации автогенератора слабо промодулированным электронным потоком.

Детальному анализу полученных соотношений будет посвящена отдельная публикация. Будет рассмотрена также стабилизация автогенератора гармоникой тока.

Автор признателен В. Ф. Процаю за проведение контрольных выкладок по некоторым соотношениям и полезные дискуссии, В. А. Гребенчуку и А. Г. Пивоваровой — за табулирование интегралов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Нейман. О некоторых особенностях применения метода принудительной синхронизации частоты к автогенераторам обратной волны. «Изв. вузов, Радиотехника», 1958, № 3, с. 288—292.
2. С. И. Бычков, Н. М. Буреник, Р. И. Сафаров. Стабилизация частоты генераторов СВЧ. Изд-во «Советское радио», 1962. 368 с.
3. Е. А. Величина синхронизованного сигнала лампы обратной волны. Proc. IEE, 1958, 105, с. 588—593.

4. Г. Н. Раппопорт. Приближенный анализ синхронизации лампы обратной волны типа О слабым сигналом. «Радиотехника и электроника», 1964, № 1, с. 118—125.

5. Р. В. Хохлов. К теории захватывания при малой амплитуде внешней силы. ДАН СССР, 97, 13, 1954, с. 411—414.

6. С. Д. Гвоздовер. Теория электронных приборов сверхвысоких частот. Гостехтеориздат, 1959. 527 с.

7. В. Н. Шевчик. Основы электроники СВЧ. Изд-во «Советское радио», 1959. 306 с.

8. Л. А. Вайнштейн. Стабильность колебаний в генераторах магнетронного типа. «Электроника больших мощностей», сб. 3. Изд-во «Наука», 1964, с. 36—69.

9. Н. А. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1958. 408 с.