РАДИОТЕХНИКА И РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ФАПЧ С ПИЛООБРАЗНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ФАЗОВОГО ДЕТЕКТОРА МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

В. М. Качеровский, А. С. Краснопоясовский, Ю. Н. Соколов

Харьков

Система фазовой автоподстройки частоты ФАПЧ в реальных условиях работает при относительно больших уровнях внешних и внутренних случайных возмущений, действие которых приводит

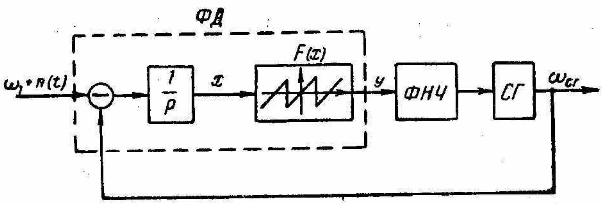

Рис. 1.

к нарушению периодичности основного (синхронизированного) колебания. Поэтому представление выходного сигнала как суммы гармонической и случайной составляющих, вызывающее необходимость применения совместной статистической и гармонической линеаризации, является нецелесообразным.

На основании этого в работе [1] изложен и экспериментально обоснован приближенный метод исследования автоколебательных систем, работающих при действии случайных возмущений, основанный лишь на статистической линеаризации нелинейностей.

На рис. 1 представлена структурная схема системы ФАПЧ, которая состоит из фазового детектора ФД — выделен пунктирной линией, — фильтра нижних частот ФНЧ и стабилизированного генератора СГ. На вход системы поступает полезный гармонический сигнал $a \sin \omega_1 t$ и нормальная помеха $n(t)$.

Статическая характеристика ФД $F(x)$ является нелинейной и периодической, в частности может иметь пилообразную форму.

В работе [2] получены коэффициенты статистической линеаризации такой нелинейности без ограничения сигнала на ее входе. В частном случае, положив математическое ожидание $m_x = 0$, средняя в вероятностном смысле статистическая характеристика нелинейности φ_0 равна нулю в силу нечетности функции $F(x)$, а статистический коэффициент усиления по случайной составляющей

$$k_1[-n\pi, n\pi] = 2\left\{\frac{l_n}{d_n}\left[\Phi\left(\frac{1}{\sigma_n}\right) - \frac{1}{\sigma_n}\Phi'\left(\frac{1}{\sigma_n}\right)\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{D_x}}\left[\sum_{k=2}^{n} l_k \Phi'\left(\frac{1}{\sigma_{k-1}}\right) - \sum_{k=2}^{n} l_k \Phi'\left(\frac{1}{\sigma_{k+1}}\right) - l_k{}^* \Phi'\left(\frac{1}{\sigma_k{}^*}\right)\right]\right\}, \tag{1}$$

где l_n, d_n — геометрические параметры нелинейности; $\sigma_n = \frac{\sqrt{D_x}}{d_n}$, $n = 1, 2, \ldots$

В выражении (1) k берутся четными и только при n четном $k^* = n$.

Исследуем влияние данной нелинейности ФД на точность системы ФАПЧ при различных уровнях интенсивности помехи, определяемых параметром D.

Пусть помеха $n(t)$, являющаяся белым шумом с интенсивностью D, действует на вход системы, структурная схема которой представлена на рис. 1

Чтобы не загромождать исследования, влияние полезного гармонического сигнала $a \sin \omega_1 t$ учитывается отдельно.

Для интегрирующего ФНЧ передаточная функция

$$W_{\text{фнч}}(p) = \frac{k_2}{Tp + 1}. \tag{2}$$

Нелинейностью СГ пренебрегаем. На основании [3] линейное флуктуационное уравнение СГ по частоте $\omega_{\text{сг}}$ (фазе φ) имеет вид:

$$\omega_{\text{сг}} = \frac{d\varphi}{dt} - pa_0\varphi - \frac{\omega_0}{2R_0} E(t), \tag{3}$$

где ω_0 — частота основного (синхронизированного) колебания;
R_0 — установившееся значение амплитуды основного колебания;
a_0 — относительное приращение амплитуды основного колебания;
p — прочность предельного цикла;
$E(t)$ — случайное воздействие на входе СГ или приведенные к его входу собственные шумы.

Помимо этого,

$$pa_0 = \frac{E_0\omega_0}{2R_0}\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^2}, \tag{4}$$

где E_0 — амплитуда синхронизирующего сигнала, которая определяет частоту основного колебания;
Δ — начальная расстройка;
Δ_0 — полоса синхронизации.

Считая $E(t)$ детерминированным воздействием, из уравнения (3) могут быть получены передаточные функции по фазе

$$W_{\varphi}(P) = \frac{k_{\text{сг}}}{T_{\varphi}p+1} \tag{5}$$

и по частоте

$$W_{\omega}^{\bullet}(p) = \frac{k_{\text{сг}}p}{T_{\varphi}p+1}, \tag{6}$$

где

$$k_{\text{сг}} = \frac{\omega_0}{2R_0p\alpha_0}. \quad T_{\varphi} = \frac{1}{p\alpha_0}.$$

Знак минус в выражениях (5) и (6) опущен.
Частотная характеристика для выражения (6) равна

$$W(j_{\omega}) \quad W_{\omega}(p)\,|_{p=j\omega} = \frac{j\omega k_{\text{сг}}}{T_{\varphi}j\omega+1}. \tag{7}$$

Отличительное свойство звена с такой частотной характеристикой состоит в том, что при больших частотах (можно пренебречь единицей в знаменателе) оно ведет себя как усилительное (безынерционное) звено.

Таким образом, передаточная функция системы ФАПЧ при указанных допущениях

$$\Phi(p) \quad \frac{k_1k_2k_3}{Tp^2+p+k_1k_2k_3}, \tag{8}$$

где k_1 — статистический коэффициент усиления нелинейности по случайной составляющей;

k_2 — коэффициент усиления ФНЧ;

k_3 — коэффициент усиления СГ, определяемый при $\omega \gg 1$ как $k_{\text{сг}}/T_{\varphi}$.

Спектральная плотность частоты основного колебания $S_{\omega}(\Omega)$ как функция частоты $\Omega = \omega - \omega_0$ по известной формуле статдинамики равна

$$S_{\omega}(\Omega) = |\Phi(j\Omega)|^2 S_n(\Omega) =$$
$$= \frac{D}{2\pi}\cdot\frac{\kappa_1\kappa_2\kappa_3}{T^2\Omega^4-(2\kappa_1\kappa_2\kappa_3T-1)\Omega^2+(\kappa_1\kappa_2\kappa_3)^2}, \tag{9}$$

где $\Phi(j\Omega) = \Phi(p)\,|_{p=j\Omega}$ — частотная характеристика системы;

$S_n(\Omega) = \frac{D}{2\pi}$ — спектральная плотность белого шума.

Взяв производную от функции $S_{\omega}(\Omega)$ по Ω и исследовав ее на экстремум, определим частоту Ω_{max}, при которой спектральная плотность $S_{\omega}(\Omega)$ имеет максимум.
В результате

$$\Omega_{max} = \sqrt{\frac{2\kappa_1\kappa_2\kappa_3T-1}{2T^2}}. \tag{10}$$

Величина Ω_{max} зависит от величины статистического коэффициента k_1, который, в свою очередь, зависит от величины σ_x на входе нелинейности, равной

$$\sigma_x = \sqrt{\int |\Phi_{xn}(j\Omega)|^2 S_n(\Omega)\, d\Omega} = \sqrt{\frac{D(T + \kappa_1\kappa_2\kappa_3)}{2\kappa_1\kappa_2\kappa_3}}, \tag{11}$$

где

$$\Phi_{xn}(j\Omega) = \frac{Tj\Omega + 1}{Tj\Omega^2 + j\Omega + \kappa_1\kappa_2\kappa_3}.$$

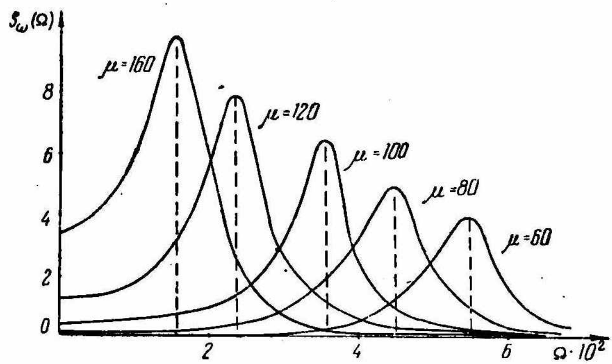

Рис: 2.

Из выражения (11) получается следующее соотношение между параметром D и величиной σ_x:

$$D = \frac{2\kappa_1\kappa_2\kappa_3}{T + \kappa_1\kappa_2\kappa_3}\sigma_x^2. \tag{12}$$

Решив совместно уравнения (11) и, например (1), находим конкретные значения k_1 и σ_x для определенного уровня интенсивности D.

Исследуем зависимость спектральной плотности от параметра D.

На рис. 2 с учетом формул (9) и (10) построен график $S_\omega(\Omega)$, где значения k_1 вычислены по формуле (1), для случая $-2\pi < x_m \leqslant \leqslant 2\pi$ при различных величинах σ_x и следующих параметрах системы: $k_2 = 0{,}5$;
$k_3 = 2 \cdot 10^6$ *рад/сек.в*; $T = 1 \cdot 10^{-2}$ *сек*; $|l_i| = |d_i|$ $(i = 1,2, \ldots n)$.

Очевидно, что для спектральной плотности $S_\omega(\Omega)$ как функции частоты $\Omega = \omega_0 - \omega$ получится симметричная картина относительно ординаты.

Анализируя полученную зависимость (рис. 2), можно сделать следующие выводы.

При отсутствии помехи ($D = 0$) и при нулевой начальной расстройке ($\Delta = 0$) спектральная плотность $S_\omega(\Omega)$ частоты основного гармонического колебания состояла бы только из δ-функции в начале координат, так как $\delta(\omega - \omega_0) = \delta(\Omega)$.

При действии помехи $n(t)$ у δ-функции появляются крылья — рассмотренная нами спектральная плотность $S_\omega(\Omega)$, максимум которой перемещается, как бы «плавает», при изменении параметра $\mu = D/2\pi$.

При этом с увеличением параметра μ максимум $S_\omega(\Omega)$ также увеличивается и приближается к частоте ω_0, что значительно ухудшает монохроматичность спектра основного колебания.

В заключение отметим, что в реальном случае при действии на входе гармонического сигнала $a \sin \omega_1 t$ со спектральной плотностью

$$S\omega_1(\omega) = \frac{a^2}{4}\left[\delta(\omega - \omega_1) + \delta(\omega + \omega_1)\right] \tag{13}$$

и помехами $n(t)$ спектральная плотность $S_\omega(\Omega)$ наряду с непрерывной частью имела бы пики на частотах $\Omega - \omega_1$ и $\Omega + \omega_1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Г. Евланов, И. Е. Казаков. Статистическое исследование автоколебательных систем в установившихся режимах. «Автоматика и телемеханика», 1969, № 12, с. 12—17.
2. В. М. Качеровский, А. С. Краснопоясовский, Ю. Н. Соколов. Статистическая линеаризация периодической нелинейности, имеющей точки разрыва первого рода. Сб. «Система управления летательных аппаратов». Вып. 1. Харьков, 1972, с. 83—88.
3. А. Н. Малахов. Флуктуации в автоколебательных системах. Изд-во «Наука», 1968. 660 с.