

ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА РЕЗОНАНСНОЙ СИСТЕМЫ С ВОЛНОВОДНЫМ ВЫВОДОМ ЭНЕРГИИ

А. А. Шматько

Харьков

С появлением новых электронных приборов резонансного типа (оротрон, ладдертрон, ГДИ) [1—3] большой интерес представляет исследование дисперсионных свойств резонансных структур с периодическими неоднородностями. В ряде работ рассматривались подобные структуры при наличии бесконечных и конечных по длине периодических структур [4—6].

Энергия из резонансных систем такого типа выводится в основном через волноводный тракт. Волноводное отверстие обычно расположено на верхнем зеркале резонатора.

Целью данной работы является исследование влияния волноводного вывода энергии на дисперсионные свойства резонансной системы.

Рассматриваемая структура (рис. 1) имеет N элементов дифракционной отражательной решетки, расположенной на нижнем зеркале. Периодическая структура ограничена боковыми стенками

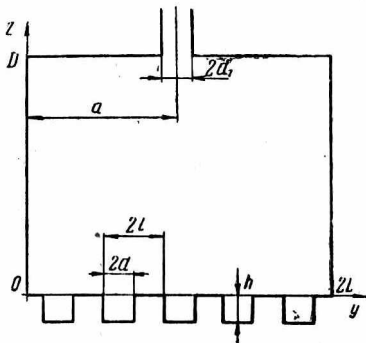


Рис. 1. Резонансная система.

резонатора. Ширина волновода связи $2d_1$, ширина щелей гребенчатой структуры $2d$, глубина канавки решетки равна h . Рассматривается двумерная модель резонансной системы. Ось Oy — перпендикулярна к образующим решетки.

Поля в резонансной системе с волноводным выводом энергии, которые удовлетворяют однородному уравнению Гельмгольца для вектора Герца $\vec{\Pi} = \vec{J}\Pi$

$$\Delta\Pi + k^2\Pi = 0, \quad (1)$$

можно получить в виде разложения поля по полю собственного режима бесконечных периодических структур [4]. Решение однородного уравнения Гельмгольца для y -составляющей магнитного вектора Герца (H_x -поляризация) представим в виде

$$\Pi = e^{-i\omega t} \begin{cases} \sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^{0,N}}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Pi_{n-n_0, m}(z) \cos \pi \frac{m \mp 2Nn}{2L} y; & (0 \leq z \leq D) \\ \sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^{0,N}}{2} \sum_{\mu=0}^{\infty} \Pi_{\mu}(z) \cos \frac{\pi\mu}{2d} [y - (l-d) - 2\rho l]; & (-h \leq z \leq 0) \\ \sum_{\nu=0}^{\infty} \Pi_{\nu}(z) \cos \frac{\pi\nu}{2d_1} (y - a + d_1); & (z \geq D), \end{cases} \quad (2)$$

где $\Pi_{n-n_0, m}(z)$; $\Pi_{\mu}(z)$; $\Pi_{\nu}(z)$ -Фурье компоненты разложения (2), которые легко находятся из уравнения (1):

$$\begin{aligned} \Pi_{n-n_0, m}(z) &= -\frac{l^2}{\pi^2 \kappa \zeta_n} \left[A_{n-n_0, m} \exp\left(i \frac{\pi}{l} \zeta_n z\right) + \right. \\ &\quad \left. + B_{n-n_0, m} \exp\left[-i \frac{\pi}{l} \zeta_n (z - D)\right] \right]; \\ \Pi_{\mu}(z) &= -\frac{2il^2}{\pi^2 \kappa \gamma_{\mu}} C_{\mu} \sin \frac{\pi}{l} \gamma_{\mu} (z + h); \\ \Pi_{\nu}(z) &= -\frac{l^2}{\pi^2 \kappa \gamma_{\nu}} f_{\nu} \exp\left[i \frac{\pi}{l} \gamma_{\nu} (z - D)\right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $\kappa = \frac{l}{\pi} \frac{\omega}{c}$ — безразмерная частота колебаний; $2L$ — длина периодической структуры; $2l$ — период решетки; ρ — номер канавки дифракционной решетки,

$$\begin{aligned} \zeta_n &= \left[x^2 - \left(n + \frac{m}{2N} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \gamma_{\mu} = \left[x^2 - \frac{\mu^2}{(2\theta)^2} \right]^{\frac{1}{2}}; \\ \gamma_{\nu} &= \left[x^2 - \frac{\nu^2}{(2\theta_1)^2} \right]^{\frac{1}{2}}; \quad \theta = \frac{d}{l}; \quad \theta_1 = \frac{d_1}{l}; \quad \alpha_{n, m} = n + \frac{m}{2N}. \end{aligned}$$

Поле, представленное в форме (2), автоматически удовлетворяет граничному условию $\vec{E}_{tg} = 0$ на боковых стенках резонатора ($y = 0, y = 2L$) и на внутренней поверхности канавки периодической структуры. Граничные условия в плоскости решетки ($z = 0$) и в плоскости $z = D$ позволяют связать неизвестные коэффициенты $A_{n-n_0, m}$; $B_{n-n_0, m}$; C_μ функциональными соотношениями:

$$\sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[A_{n-n_0, m} + B_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D \right] \frac{\zeta_n}{\chi} \cos \pi \alpha_{n, m} \frac{y}{l} =$$

$$= \begin{cases} \sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^0}{2} \sum_{\mu=0}^{\infty} 2i C_\mu \frac{\gamma_\mu}{\chi} \sin \pi \gamma_\mu \delta \cos \frac{\pi \mu}{2d} (y - 2\rho l - l + d) & \text{(щель);} \\ 0 & \text{(металл)} \end{cases} \quad (4)$$

$$\sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[A_{n-n_0, m} - B_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D \right] \cos \pi \alpha_{n, m} \frac{y}{l} =$$

$$= \sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^0}{2} \sum_{\mu=0}^{\infty} 2C_\mu \cos \pi \gamma_\mu \delta \cos \frac{\pi \mu}{2d} (y + d - l - 2\rho l) \text{ (щель);} \quad (5)$$

$$\sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[A_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D + B_{n-n_0, m} \right] \frac{\zeta_n}{\chi} \cos \pi \alpha_{n, m} \frac{y}{l} =$$

$$= \begin{cases} \sum_{\nu=0}^{\infty} f_\nu \frac{\gamma_\nu}{\chi} \cos \frac{\pi \nu}{2d_1} (y - a + d_1) & \text{(щель);} \\ 0 & \text{(металл);} \end{cases} \quad (6)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{2 - \delta_m^0}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[A_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D - B_{n-n_0, m} \right] \cos \pi \alpha_{n, m} \frac{y}{l} =$$

$$= \sum_{\nu=0}^{\infty} f_\nu \cos \frac{\pi \nu}{2d_1} (y - a + d_1) \text{ (щель).}$$

Используя известный метод переразложения системы функций полной на одном интервале, по системе функций, полной на другом интервале, получим из уравнений (5)–(6) требуемую связь между амплитудами дифракционных гармоник $A_{n-n_0, m}$; $B_{n-n_0, m}$:

$$\left(A_{n-n_0, m} + B_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D \right) \zeta_n = i \chi \delta \operatorname{tg} \pi \chi \delta \times$$

$$\times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left(A_{s-n_0, m} B_{s-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_s D \right) \frac{\sin \pi \alpha_{s, m} \theta}{\pi \alpha_{s, m} \theta} \frac{\sin \pi \alpha_{n, m} \theta}{\pi \alpha_{n, m} \theta}; \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
& \left(A_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D + B_{n-n_0, m} \right) \zeta_n = \frac{\chi \theta_1}{N} \sum_{\rho=0}^{\infty} \frac{2 - \delta_{\rho}^{0, N}}{2} \times \\
& \times \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left(A_{s-n_0, \rho} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_s D - B_{s-n_0, \rho} \right) \cos \frac{\pi}{l} \alpha_{n, m} a \times \\
& \times \cos \frac{\pi}{l} \alpha_{s, \rho} a \frac{\sin \pi \alpha_{n, m} \theta_1}{\pi \alpha_{n, m} \theta_1} \frac{\sin \pi \alpha_{s, \rho} \theta_1}{\pi \alpha_{s, \rho} \theta_1}. \quad (8)
\end{aligned}$$

При выводе этих систем учитывалась одна распространяющаяся волноводная волна в канавках гребенчатой структуры и волноводном выводе энергии ($\theta^2 \ll 1$, $\theta_1^2 \ll 1$).

Из системы уравнений (7)–(8) следует, что граничным условиям в плоскости дифракционной решетки удовлетворяет каждый тип колебания m , однако неоднородность на верхнем зеркале не допускает разделения типов колебаний в такой резонансной системе. По этой причине возбуждаются все типы колебаний, суперпозиция которых позволяет удовлетворить всем граничным условиям для электромагнитного поля в резонаторной области.

Решение системы линейных алгебраических уравнений (7)–(8) для амплитуд дифракционных гармоник поля $A_{n-n_0, m}$, $B_{n-n_0, m}$ можно представить как:

$$A_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D + B_{n-n_0, m} = a_m \frac{\cos \pi \alpha_{n, m} \frac{a}{l} \sin \pi \alpha_{n, m} \theta_1}{\zeta_n \pi \alpha_{n, m} \theta_1}, \quad (9)$$

$$A_{n-n_0, m} + B_{n-n_0, m} \exp i \frac{\pi}{l} \zeta_n D = b_m \frac{1 \sin \pi \alpha_{n, m} \theta}{\zeta_n \pi \alpha_{n, m} \theta},$$

где a_m , b_m — некоторые постоянные, не зависящие от номера пространственной гармоники.

Решение системы уравнений (7)–(8) в виде (9) может быть получено в том случае, когда определитель системы тождественно равен нулю:

$$\begin{aligned}
& 1 + i \frac{\chi \theta_1}{N} \sum_{m=0}^N \frac{2 - \delta_m^{0, N}}{2} \left\{ \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\cos^2 \pi \alpha_{s, m} \frac{a}{l}}{\zeta_s} \operatorname{ctg} \pi \zeta_s \frac{D}{l} \times \right. \\
& \times \frac{\sin^2 \pi \alpha_{s, m} \theta_1}{(\pi \alpha_{s, m} \theta_1)^2} - \chi \theta \operatorname{tg} \pi \chi \delta \frac{\cos^2 \pi \alpha_{s, m} \frac{a}{l}}{\zeta_s^2 \sin^2 \pi \zeta_s \frac{D}{l}} \times \\
& \left. \times \left[1 + \chi \theta \operatorname{tg} \pi \chi \delta \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg} \pi \zeta_s \frac{D}{l}}{\zeta_s} \frac{\sin^2 \pi \alpha_{s, m} \theta}{(\pi \alpha_{s, m} \theta)^2} \right]^{-1} \right\} = 0. \quad (10)
\end{aligned}$$

Полученное дисперсионное уравнение (10) определяет резонансную частоту колебания резонатора с волноводным выводом энергии при наличии периодической структуры, содержащей N элементов. Из дисперсионного уравнения (10) видно, что частота рассматриваемой структуры комплексна и зависит от всех параметров системы. Бесконечную сумму по s можно приближенно просуммировать для длинноволнового диапазона длин волн при условии, что над решеткой распространяется единственная пространственная гармоника с номером ($s = -1$).

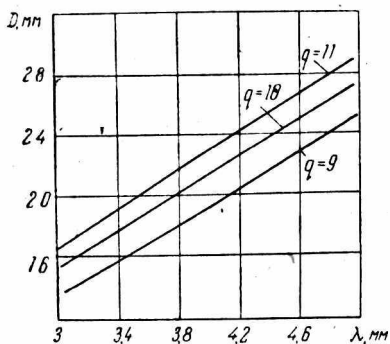


Рис. 2. Зависимость длины волны резонатора от расстояния между зеркалами для $q = 11, 10, 9$ и $m = 1$.

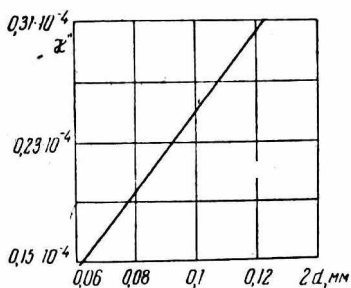


Рис. 3. Зависимость мнимой части безразмерной частоты χ'' колебаний от ширины волновода связи $2d_1$.

В отличие от дисперсионного уравнения для резонатора без волноводного вывода энергии уравнение (10) учитывает влияние каждого типа колебаний на другие. В данном случае в резонаторе поддерживается несколько типов колебаний, которые распространяются от отрагательной решетки, а остальные затухают.

Уравнение (10) численно решалось на ЭВМ с учетом всех типов колебаний m и одной распространяющейся дифракционной гармоники. Результаты численного анализа дисперсионного уравнения (10) представлены на графиках (рис. 2—4).

На рис. 2 представлены зависимости резонансной длины волны от расстояния между зеркалами D для одного типа колебания и для $q = \text{const}$ (q — число длин полуволн, укладывающихся между верхним зеркалом и дном отрагательной дифракционной решетки), при следующих параметрах системы: $h = 0,95$ мм, $2l = 0,4$ мм, $2d = 0,15$ мм, $2d_1 = 0,14$ мм, $a = 1$ мм, $m = 1$, $N = 15$, $q = 11$. Данная кривая согласуется с экспериментальными данными и близка к дисперсионной кривой закрытого резонатора без периодической структуры.

На рис. 3 представлена зависимость вносимых потерь в резонатор волноводным трактом резонансного типа колебаний для

$q = \text{const}$ от ширины волновода. Из нее видно, что потери резонатора на связь растут с увеличением ширины волновода, т. е. с увеличением ширины щели спектр колебаний становится более разреженным.

На рис. 4 представлена зависимость мнимой части частоты, которая характеризует добротность и потери резонатора на связь от резонансной длины волны резонатора для $q = \text{const}$. Параметры системы прежние. Ход кривой показывает, что с уменьшением длины волны потери резонатора растут. На кривой в некоторых точках имеются резонансы, которые показывают, что на этих длинах волн один из типов колебания имеет потери, намного превышающие потери другого типа колебания. Такие точки имеют общую резонансную длину волны на дисперсионной кривой (рис. 2) для различных типов колебаний (кривые на рисунке не указаны).

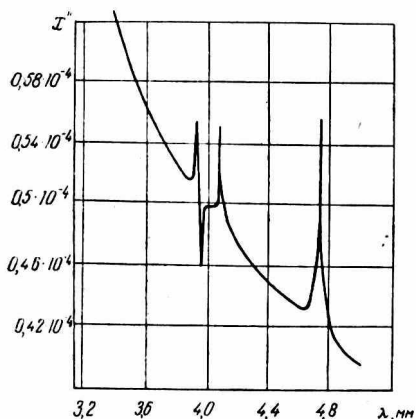


Рис. 4. Зависимость мнимой части безразмерной частоты колебаний χ'' от резонансной длины волны λ резонансной системы для $q = 10$, $N = 15$.

Таким образом, установлено влияние волноводного вывода энергии на добротность резонатора с периодической структурой и на дисперсионную характеристику системы. Полученные графики позволяют судить о зависимости потерь резонатора от некоторых параметров структуры.

потерь резонатора от некоторых параметров структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. С. Русин, Г. Д. Богомолов. «Электроника больших мощностей», вып. 5. Изд-во «Наука», 1968.
2. Фуисава. Ладдертрон — новый мощный генератор миллиметрового диапазона. «Зарубежная радиоэлектроника», 1965, № 4.
3. И. М. Балаклицкий, Б. К. Скрынник, О. А. Третьяков, В. П. Шестопапов. Генератор дифракционного излучения миллиметрового и субмиллиметрового диапазона волн. УФЖ, т. XIII, вып. 4, 1969.
4. О. А. Третьяков, А. А. Шматько. Исследование резонаторов с дифракционными решетками при помощи собственных режимов периодических структур. Сб. «Радиотехника», вып. 20. Харьков, изд-во ХГУ, 1972.
5. В. В. Щербак. Дифракционное излучение плоского электронного потока на ленточной диафрагме в прямоугольном волноводе. Сб. «Радиотехника», вып. 14. Харьков, изд-во ХГУ, 1970.
6. О. А. Третьяков, С. С. Третьякова. Резонансные свойства систем с дифракционными решетками. Сб. «Радиотехника», вып. 10. Харьков, изд-во ХГУ, 1970.