## О ФАЗОВОЙ ОШИБКЕ В СЛЕДЯЩЕЙ СИСТЕМЕ

## Е. П. Иванова, Н. И. Иванов, В. Ф. Кравченко Харьков

Для точного определения ширины спектральной линии, структуры спектра допплеровских частот и выходных сигналов систем формирования образцовых частот используют узкополосные при-

емники с фазовой автоподстройкой (ФАП) низкочастотного кварцевого генератора.

Изучение флуктуационных процессов в реальных фазово-когерентных системах представляет интерес для теоретического объяснения флуктуационных явлений и практического применения времязадающей и синхронизирующей



Рис. 1. Блок-схема когерентного приемника.

аппаратуры. Настоящая работа посвящена расчету фазовой ошибки в прецизионных приемниках с ФАП.

Блок-схема рассматриваемого устройства представлена на рис. 1. Система работает следующим образом. Принимаемый сигнал усиливается малошумящим усилителем 1 поступает на смеситель 2. Гетеродином является умножитель частоты 3 управляемого по фазе кварцевого генератора 4. Сигнал биений на выходе 2 через усилитель промежуточной частоты 5 действует на фазовый детектор 6. С выхода 6 сигнал рассогласования через фильтр нижних частот 7 управляют по фазе 4.

Этот классический тип приемника подробно рассмотрен в [1], где показано, что при малых фазовых флуктуациях комплексный коэффициент передачи устройства имеет вид

$$K(i\omega) = \frac{1 + i\omega\tau_1}{1 + i\omega(\tau_1 + 1/K_0) + \frac{(i\omega)^2\tau_2}{2K_0}},$$
(1)

139

где τ<sub>1</sub>, τ<sub>2</sub> — параметры пропорционально-интегрирующего фильтра в цепи ФАП; ω — частота; K<sub>0</sub> — коэффициент усиления приемника при разомкнутой цепи ФАП.

Для активных квантовых стандартов частоты и когерентных допплеровских устройств в большинстве случаев характеристика (1) рассчитывается как оптимальный фильтр Винера [1, 2] на минимальную среднеквадратичную фазовую ошибку при наличии аддитивного шума, ограниченного по полосе.

В этом случае параметры в (1) определяются следующим образом:

$$\tau_1 = \frac{3}{2\alpha}; \qquad (2)$$

$$\tau_2 = \frac{9K_0}{8\alpha^2},\tag{3}$$

где α — эквивалентная шумовая полоса приемника, которая может быть определена через Κ (iω);

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty}^{+i\infty} |K(i\omega)|^2 d\omega}{|K(0)|^2}.$$
 (4)

В реальных следящих системах. обычно имеет место  $\tau_1 \gg \frac{1}{K_0}$ . В этом случае выражение (1) на основании (2), (3) приобретает вид

$$K \cdot (i\omega) = \frac{\frac{1 + i\omega\tau_1}{1 + i\omega\tau_1 + \frac{(i\omega\tau_1)^2}{2}} \cdot$$
(5)

В соответствии с определением суммарная фазовая •ошибка на выходе 6 может быть найдена из соотношения

$$\varepsilon_{\varphi}^{2} = \int_{0}^{\infty} \left[ S_{\varphi_{\mathbf{cx}}} \left( \omega \right) | K \left( i \omega \right) |^{2} + S_{\varphi k} \left( \omega \right) | 1 - K \left( i \omega \right) |^{2} \right] | H \left( i \omega \right) |^{2} d\omega.$$
(6)

Здесь  $H(i\omega)$  — комплексный коэффициент передачи измерительного устройства;  $S_{\varphi_{cx}}(\omega)$  и  $S_{\varphi_k}(\omega)$  — спектральные плотности фазовых флуктуаций схемы приемника и кварцевого генератора (рис. 1). Согласно (6), для определения величины  $\varepsilon_{\varphi}^2$  необходимо знать вклад различных источников шума следящей системы в суммарную нестабильность фазы. Поскольку нас интересует предельный уровень фазовой ошибки в приемнике, мы не будем учитывать внутренние шумы, возникающие за счет помех электромагнитного происхождения, акустических шумов, пульсаций питающих напряжений и других факторов, подлежащих устранению соответствующими конструктивными мерами. О величинах  $S_{\varphi_{cx}}(\omega)$  и  $S_{\varphi_k}(\omega)$  мы располагаем некоторыми сведениями [2].

140

Спектральная плотность фазовых флуктуаций усилителя квазимонохроматических сигналов определяется его фактором шума *F* и мощностью сигнала на входе *P*:

$$S_{\varphi_1}(\omega) = \frac{FKT}{P} , \qquad (7)$$

где *К* — постоянная Больцмана; *Т* — температура активной части входного импеданса усилителя.

Экспериментально установлено, что флуктуации фазы сигнала, обусловленные флуктуациями сопротивления смесителя (избыточный шум) имеют следующую спектральную плотность:

$$S_{\varphi_2}(\omega) = \frac{A}{P_k \omega^{\gamma}}.$$
 (8)

Здесь A — параметр, определяемый режимом работы кристаллического смесителя и типом применяемых диодов;  $P_k$  — мощность сигнала на выходе умножителя частоты;  $\gamma$  — коэффициент, принимающий значения от 0,5 до 2. Для СВЧ смесительных диодов коэффициент A колеблется в пределах от  $10^{-13}$  до  $10^{-16}$ . Мощность  $P_{\kappa}$  выбирают из условия оптимальной работы смесителя, обычно в диапазоне  $10^{-3}$  вт.

Остаточный или предельный технический уровень флуктуаций частоты кварцевого генератора, обусловленный фликкер-шумами усилительных элементов схемы автогенератора, определяется спектральной плотностью частотных флуктуаций:

$$S_{\varphi_{4}}(\omega) = \frac{B\omega_{KB}^{2}}{Q^{2}\omega^{\gamma}}, \qquad (9)$$

где *B* — параметр, характеризующий уровень фликкер-шума ламп (транзисторов);  $\omega_{\kappa B}$  — круговая частота автогенератора; *Q* — эквивалентная добротность кварцевого резонатора. Учитывая, что  $S_{\varphi}(\omega) = \omega^2 S_{\varphi}(\omega)$ , запишем

$$S_{\varphi_{\star}}(\omega) = \frac{B\omega_{\kappa_{\rm B}}^2}{Q^2\omega^{2+\gamma}}.$$
 (10)

Фазовые вариации, имеющие место в умножителях частоты, исследованы в [2]. В результате получено, что основной причиной кратковременных флуктуаций частоты в умножителях является аддитивный фазовый шум. Фазовые флуктуации полупроводниковых умножителей частоты представляют собой фликкер-шум

$$S_{\varphi_{\bullet}}(\omega) = \frac{Cn^2}{\omega^{\gamma}}, \qquad (11)$$

где С — параметр, определяемый режимом работы и типом применяемых полупроводников, *n* — коэффициент умножения кварцевого генератора. Подставляя выражения (5), (7)—(11) в (6) и произвед)я несложные преобразования, получаем для случая, когда  $H(i\omega)$ имеет прямоугольную характеристику с полосой пропускания, равной  $\Delta$ ,  $\gamma = 1$ , и сравнительно большом коэффициенте усиления 1 (при этом условии шумами 5 можно пренебречь) следующее выражение:

$$\varepsilon_{\varphi}^{2} = \int_{0}^{\infty} \left[ \left( \frac{FKT}{P} + \frac{A}{P_{\varphi}\omega} + \frac{Cn^{2}}{\omega} \right) \frac{1 \Leftrightarrow \omega^{2}\tau_{1}^{2}}{(1 \leftrightarrow \omega^{4}\tau_{1}^{4}/4)} + \frac{B\omega_{\kappa_{B}}^{2}}{Q^{2}} \cdot \frac{\omega\tau_{1}^{4}/4}{(1 \leftrightarrow \omega^{4}\tau_{1}^{4}/4)} \right] |H(i\omega)|^{2}d\omega = \frac{3FKT\alpha}{2\sqrt{2}P} + \left( \frac{A}{P_{\kappa}} + Cn^{2} \right) \alpha^{4} \left[ \frac{\tau_{1}^{2}}{2\alpha^{2}} \arctan tg \frac{\Delta^{2}}{\alpha^{2}} + \frac{1}{\alpha^{4}} \ln \Delta T_{1} - \frac{1}{4\alpha^{4}} \ln \left( \frac{\alpha^{4} \leftrightarrow \Delta^{4}}{\alpha^{4}} \right) \right] + \frac{\pi B\omega_{\kappa_{B}}^{2}}{8Q^{2}\alpha^{2}}.$$
(12)

Здесь Т<sub>1</sub> — время измерительного процесса.



Рис. 2. Величина фазовой ошибки на выходе приемника:

1 — тепловые шумы устройства; 2, 4 — вклад шумов смесителя и умножителя частоты; 3 — фазовая нестабильность кварцевого генератора.

Для простоты рассмотрим лишь ситуацию, когда  $\Delta = \alpha$  и  $1/T_1 \ll \Delta$ . Из (12) получаем

$$\varepsilon_{\varphi}^{2} = \frac{3FKT\alpha}{2V \overline{z}P} + \left(\frac{A}{P_{\kappa}} + Cn^{2}\right)\frac{\pi}{4}\alpha^{4} + \frac{\pi B\omega_{\kappa B}^{2}}{8Q^{2}\alpha^{2}}.$$
 (13)

На основании (13) нетрудно выразить связь между основными параметрами приемного устройства (рис. 1) и фазовой ошибкой на выходе 6.

График функции  $\varepsilon_{\varphi}$  и вклад отдельных источников шума в фазовую ошибку следящей системы, рассчитанные по формуле (13), представлены на рис. 2. Параметры приемного устройства заимствованы из [2] и имеют значения: F = 10;  $T = 300^{\circ}$  К;  $P = 10^{-12}$  em;  $A = 10^{-13}$  em;  $P_{\kappa} = 10^{-3}$  em;  $B = C = 10^{-10}$ ;  $\omega_{\kappa B} = \pi \cdot 10^7$  cek<sup>-1</sup>;  $Q = 5 \times 10^5$ ;  $n = 10^3$ .

Анализ (13) и представленных на рис. 2 зависимостей позволяет сделать следующие выводы:

1. Величина ε<sub>φ</sub> имеет минимальное значение при определенной полосе пропускания следящей системы, равной α<sub>онт</sub>.

При α < α<sub>опт</sub> основным источником фазовой ошибки в следящей системе являются флуктуации параметров кварцевого генератора; при α > α<sub>опт</sub> существенное влияние на величину ε<sub>φ</sub> оказывают шумы смесителя квазимонохроматических сигналов, умножителя частоты и тепловые флуктуации системы.
 Приведенный расчет фазовой ошибки в следящей системе

3. Приведенный расчет фазовой ошибки в следящей системе позволяет произвести простую сравнительную оценку чувствительности когерентных приемников и обосновать выбор оптимальных параметров, входящих в следящую систему приборов.

В заключение отметим, что приведенные численные результаты отражают современный уровень техники, а потому их неследует интерпретировать как предельные величины, которые могут быть достигнуты в фазово-когерентных устройствах. Рассмотренный метод расчета фазовых флуктуаций в когерентном приемнике успешно применяется для оптимального переноса высокой кратковременной стабильности частоты рубидиевого квантового генератора на парах Rb<sup>87</sup> в низкочастотный диапазон [2].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Д. Витерби. Принципы когерентной связи. Изд-во «Советское радио», 1970.

2. Н. И. Иванов. Автореф. канд. дисс., Харьков, 1971.