

# К ТЕОРИИ УМНОЖИТЕЛЬНОГО ТВИСТРОНА

## Часть II. Самосогласованная задача

*В. А. Гребенчук, Л. А. Поспелов, В. Ф. Процай*

Харьков

Данная статья является непосредственным продолжением работы [1], в которой задача о возбуждении замедляющей системы высшей временной гармоникой предварительно промодулированного по скорости электронного пучка решена методом заданного тока. Однако часто (область применимости метода заданного тока установлена в работе [1]) пренебрежение обратным влиянием поля на поток является очень грубым приближением, заведомо не учитывающим некоторых нелинейных эффектов. К примеру, так в этом методе нельзя учесть изменения средней скорости

электронов пучка. Для учета таких нелинейных эффектов приходится использовать сложные нелинейные самосоглазованные уравнения поля и потока, которые точно можно решить лишь на ЭЦВМ. Известные методы численного счета системы уравнений ЛБВ при заданных граничных условиях, соответствующих предварительной модуляции пучка по скорости, позволяют находить выходные характеристики конкретных схем. Но для того, чтобы получить представление о зависимостях к. п. д. и других характеристик от рабочих параметров, необходимо произвести вычисления в очень большом объеме. Причем уж расчет одного варианта для умножителя даже с небольшой кратностью умножения представляет собой сложную задачу, поддающуюся решению только на быстродействующей вычислительной машине высокого класса. Для усилителя при необходимой точности счета получается система 49 порядка, при  $n$ -кратном умножении порядок системы возрастает примерно в  $n$  раз. Поэтому в данной работе пришлось ограничиться лишь простейшей постановкой задачи и детальным рассмотрением четырехкратного умножения.

В основу математического описания положены уравнения нелинейной одномерной теории ЛБВ, выведенные Вайнштейном [2].

### Постановка задачи

Однородный по плотности электронный поток со следующим распределением по скорости  $v = v_0 (1 + \mu \sin \Omega t_0)$  поступает в пространство дрейфа, а затем в пространство взаимодействия поля медленной волны замедляющей системы, рабочая полоса которой включает частоту  $\omega = n\Omega$ .

Здесь  $v_0$  — скорость невозмущенного потока;

$t_0$  — момент влета электрона в пространство дрейфа;

$\Omega$  — круговая частота модулирующей силы;

$\mu$  — глубина модуляции.

При  $\mu \ll 1$  приближенно считаем, что пучок промодулирован высокочастотным напряжением с амплитудой  $U = 2\mu U_0$  в бесконечно узком зазоре клистронного резонатора. Высшая временная гармоника группирующегося электронного потока возбуждает в пространстве взаимодействия медленную электромагнитную волну, которая, взаимодействуя с электронами пучка, усиливается. На выходе системы снимается высокочастотный сигнал. Достоинства приборов такого типа рассмотрены в работе [3]. В безразмерных переменных система нелинейных уравнений для расчета подобного на ЭЦВМ имеет следующий вид:

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \left(1 + \epsilon \frac{\partial u}{\partial x}\right)^3 \left\{ \operatorname{Re} [\alpha F_n(x) e^{-inu}] + \frac{r^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{2\pi + r} \right)^2 \right]^{-1} \sigma^2 \int_0^{2\pi} \Delta(y) d\varphi_0' \right\}; \quad (1)$$

$$y \equiv u(x, \varphi_0) - u(x, \varphi_0);$$

$$\frac{dF_n}{dx} - inbF_n = -n^2 J_n(x); \quad (2)$$

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{inu(x, \varphi_0)} d\varphi_0; \quad (3)$$

$$\Delta(y) = \Delta(y + 2\pi) = \left[ \frac{1}{(r+y)^2} - \frac{1}{(2\pi - y + r)^2} \right]$$

для  $0 \leq y \leq 2\pi$ .

Здесь  $\varepsilon$  — параметр усиления на умноженной частоте;

$$\varepsilon = \left( \frac{K_{0,n} J_e}{4U_0} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{h_{0,n}}{nh_e} \right)^{\frac{2}{3}};$$

$$K_{0,n} = \frac{R_{0,n} S_n}{h_{0,n}^2 S_e}; \quad h_e = \frac{\Omega}{v_e};$$

$h_{0,n}$  — постоянная распространения «холодной» замедляющей системы на частоте  $n\Omega$ ;

$S_e$  — площадь поперечного сечения электронного потока;

$S_n$  — эффективная площадь сечения потока на частоте;

$J_e$  — ток пучка;

$U_0$  — ускоряющее напряжение;

$R_{0,n}$  — коэффициент связи волны с пучком;

$$n = 1, 2, 3 \dots;$$

$\varphi_0 = \Omega t_0$  — фаза влета;

$\frac{\Omega^2}{\sigma^2}$  — параметр пространственного заряда;

$\omega_p^2 = \frac{4\pi e J_e}{m S_e v_0}$  — плазменная частота электронного пучка;

$\frac{e}{m}$  — отношение заряда электрона к его массе;

$F_n$  — безразмерная амплитуда поля, связанная со средней размерной амплитудой электрического поля следующими соотношениями:

$$\varepsilon_n = \frac{m}{e} \Omega v_0 \varepsilon^2 F_n(x) e^{inh_e z};$$

$$u(\varphi_0, x) = \varphi_0 + \theta(x, \varphi_0); \quad \theta(x, \varphi_0) = \Omega t - \varphi_0 - h_e z;$$

$$I_n(x) = J_e \frac{S_n}{S_e} J_n(x) e^{inh_e z};$$

$I_n(x)$  — амплитуда  $n$ -й гармоники тока;

$x = \varepsilon h_e z$  — безразмерная медленно меняющаяся продольная координата;

$b = \frac{h_{0,n} - nh_e}{\varepsilon h_e}$  — параметр рассинхронизма;

$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{— для пространства дрейфа;} \\ 1 & \text{— для пространства взаимодействия.} \end{cases}$   
 $\Delta(y)$  — определяет напряженность кулоновского поля, создаваемого единичными электронными дисками и расположенным от данного сечения на расстоянии  $\frac{2\pi k - y}{h_e}$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots$ ;

$r$  — параметр дальности действий сил пространственного заряда.

Величина  $r$  берется одной и той же, равной 0,2 для пространства дрейфа и пространства взаимодействия. Уравнения (1) — (3) записаны при условии пренебрежения холодными потерями в замедляющей системе и боковыми гармониками с частотами  $\Omega, \dots (n-1)\Omega, (n+1)\Omega, \dots k\Omega$ . Последнее приближение справедливо для сравнительно узкополосных замедляющих систем типа «гребенки» и не слишком больших коэффициентов умножения ( $n < 8$ ). При вычислении кулоновских сил сделано пренебрежение медленным изменением плотности пространственного заряда, что приводит к погрешности порядка  $\epsilon$  [4]. При численном интегрировании используется наиболее удобная кулоновская аппроксимация гриновской функции взаимодействия двух электронных дисков.

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned}
 u(x, \varphi_0)|_{x=0} &= \varphi_0; \\
 \frac{\partial u(x, \varphi_0)}{\partial x} &= \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\mu \sin \varphi_0}{1 + \mu \sin \varphi_0} \right).
 \end{aligned}$$

Переход к указанным безразмерным переменным удобен тем, что коэффициент усиления  $\epsilon$  в них не зависит от средней скорости электронного потока, кроме того, для малых  $\epsilon$ , когда можно пренебречь в уравнении движения (1) членом  $\epsilon \frac{\partial u}{\partial x}$  по сравнению с 1, параметр усиления входит лишь множителем в выражение для к. п. д.:

$$\eta = \frac{\epsilon}{2} \frac{|F_n(x)|^2}{n^2}.$$

Это позволяет избавиться от одного из параметров задачи, что заметно уменьшает объем численного счета и упрощает анализ результатов. Система нелинейных уравнений (1) — (3) интегрировалась на ЭЦВМ «Минск-2» методом Рунге—Кутта. Число электронов на период модулирующего поля было выбрано равным 48. Контрольные кривые рассчитывались для  $n = 96$ .

### Обсуждение результатов численного счета

Из рассмотрения кривых, представленных на рис. 1, видно, что при нулевом пространственном заряде  $\sigma^2 = 0$  наибольшие значения коэффициента полезного действия имеют место при сравни-

тельно слабой модуляции электронного потока по скорости. Для  $v = 1,5$ ,  $\epsilon = 0,1$ ;  $\mu < 0,05$  к. п. д. достигает значений, сравнимых по порядку величины с к. п. д. ламп бегущей волны. По-видимому, здесь предварительная модуляция необходима лишь для возбуждения ЛБВ-секции слабого высокочастотного сигнала на частоте, кратной частоте модулирующего напряжения, после чего процессы происходящие в сьемнике, качественно подобны в отсутствие потерь процессам в ЛБВ-усилителе. С увеличением предварительной модуляции электронного потока все более

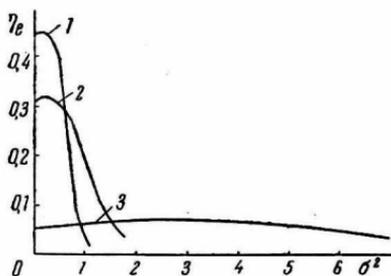


Рис. 1. Зависимость к. п. д. от параметра пространственного заряда:

$n = 4$ ;  $\epsilon = 0,1$ ;  $b = 1,5$ ;  
 1 —  $\mu = 0,02$ ; 2 —  $\mu = 0,06$ ; 3 —  $\mu = 0,2$ .

решающее влияние на группировку электронов будет оказывать начальный разброс скорости. Причем, чем больше  $\mu$ , тем быстрее разваливается электронный сгусток, тем на меньшей длине сьемника происходит его взаимодействие с возбуждаемым полем. На рис. 1 заметен резкий спад значений к. п. д. при увеличении  $\mu$  свыше 0,05.

Несколько иная картина наблюдается при конечном значении параметра плотности пространственного заряда. Увеличение  $\sigma^2$  для малых значений  $\mu$  ведет к очень резкому падению значений

к. п. д. С увеличением  $\sigma^2$  эффект разгруппировки пучка под влиянием сил расталкивания все более преобладает над эффектом его группировки высокочастотным полем ЛБВ-секции. Кроме того, при фиксированном  $\mu$  амплитуды гармоник тока уменьшаются с увеличением  $\sigma^2$  (для пространства дрейфа), что приводит ко все более уменьшающейся эффективности возбуждения сьемника. Известно, что увеличением модуляции электронного потока по скорости можно добиться того, что амплитуда, по крайней мере первой гармоники тока, не будет убывать с увеличением параметра плотности пространственного заряда. Следует ожидать, что и в описываемом случае увеличением  $\mu$  можно частично компенсировать уменьшение к. п. д., обусловленное возрастанием пространственного заряда.

На рис. 2 видно, что существует оптимальное значение  $\mu$  при фиксированном значении  $\sigma^2$ . С увеличением параметра пространственного заряда оптимальные значения глубины модуляции сдвигаются в сторону больших величин рис. 1. К. п. д. все же продолжает падать при росте  $\sigma^2$  и для оптимальных  $\mu$ , но медленнее, чем для неоптимальных. Падение к. п. д. объясняется тем, что для больших значений  $\sigma^2$  и  $\mu$  внутренняя динамика электронного потока становится настолько выраженной, что поле оказывает сравнительно малое влияние на него, т. е. на-

блюдается быстрый уход от режима ЛБВ-усилителя и приближение к режиму заданного тока. Проведенные расчеты показывают, что для ряда режимов, например, при  $\mu = 0,3$ ;  $\sigma^2 = 1$  (рис: 3), можно говорить о режиме заданного тока. Оценка проводилась по сравнению кривых модуля четвертой гармоники тока для пространства взаимодействия и пространства дрейфа. Изменение фазы тока под влиянием высокочастотного поля для рассматриваемых значений к. п. д. предполагается незначительным.

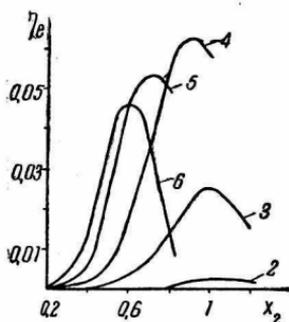


Рис. 2. Зависимость к. п. д. от длины пространства взаимодействия:

1 —  $n = 4$ ;  $\epsilon = 0,1$ ;  $b = 1,5$ ;  $\sigma^2 = 5$ ; 2 —  $\mu = 0,05$ ; 3 —  $\mu = 0,1$ ; 4 —  $\mu = 0,15$ ; 5 —  $\mu = 0,2$ ; 6 —  $\mu = 0,25$ .

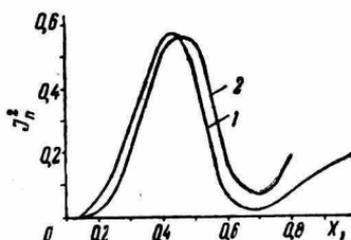


Рис. 3. Зависимость квадрата модуля четвертой гармоники тока безразмерной длины:

$\epsilon = 0,1$ ;  $n = 4$ ;  $b = 1,5$ ;  $\sigma^2 = 3$ ;  $\mu = 0,1$ ; 1 — пространство дрейфа; 2 — пространство взаимодействия.

Рассмотренные значения  $\epsilon$  при столь неэффективном способе предварительной модуляции электронного потока в режиме заданного тока не позволяют получить высоких значений к. п. д. Для малых  $\mu$  преобладающее внимание на внутреннюю динамику потока оказывают кулоновские силы, в то время как при больших  $\mu$  их удельный вес значительно уменьшается. Это хорошо демонстрирует рис. 4. Зависимость  $\eta = \eta(\sigma^2)$  имеет четко выраженный максимум. С увеличением степени предварительной модуляции электронного потока максимум сдвигается в сторону больших значений параметра плотности пространственного заряда. Объясняется это различным характером влияния, оказываемого на группирующийся пучок скоростной модуляции и действием кулоновских сил. Разброс скоростей в электронном потоке может быть частично компенсирован некоторым, зависящим от величины этого разброса, увеличением параметра  $\sigma^2$ . Длина насыщения коэффициента полезного действия, сильно уменьшаясь с увеличением  $\mu$ , сравнительно слабо меняется с ростом пространственного заряда (рис. 3, 4).

Оптимальные значения параметра рассинхронизма сдвигаются в сторону меньших величин с увеличением параметра плотности пространственного заряда при прочих фиксированных параметрах.

Поведение зависимости оптимального параметра рассинхронизма от параметра в твистронном умножителе прямо противоположно тому, что имеет место в ЛБВ-усилителе. Детальный анализ причин этого явления провести трудно из-за необходимости исследования фазовых траекторий с увеличенным числом (96) электронных дисков.

Из имеющихся кривых нетрудно построить зависимости, в которых фигурируют параметры и переменные величины, измеряемые

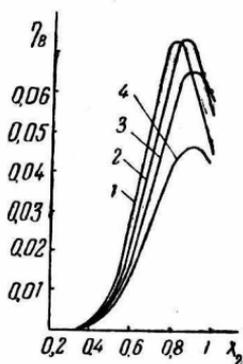


Рис. 4. Зависимость к. п. д. от длины пространства дрейфа:

$\epsilon = 0,1$ ;  $n = 4$ ;  $b = 1,0$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $1 - \sigma^2 = 0,5$ ;  $2 - \sigma^2 = 1$ ;  $3 - \sigma^2 = 3$ ;  $4 - \sigma^2 = 5$ .

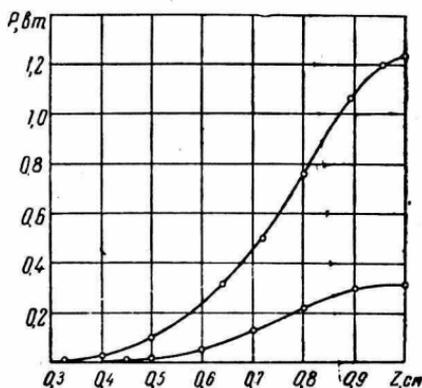


Рис. 5. Зависимость мощности в милливаттах от длины пространства взаимодействия в сантиметрах:

$b = 1,5$ ;  $\epsilon = 0,03$ ;  $\mu = 0,2$ ;  $1 - J_0 = 40$  ма;  $2 - J_0 = 80$  ма.

экспериментально. На рис. 5 представлена мощность высокочастотного сигнала на четвертой гармонике в зависимости от геометрической длины пространства взаимодействия. Параметром здесь служит постоянный ток пучка. Сопротивление связи было выбрано равным величине, характерной для ламп средней мощности длинноволновой части миллиметрового диапазона. Максимальное значение мощности и ее длина насыщения хорошо совпадают с экспериментальными результатами.

## ВЫВОДЫ

Количественный анализ показал, что возможна достаточно эффективная работа умножителя частоты на ЛБВ при предварительной скоростной модуляции электронного потока по скорости. Увеличение параметра плотности пространственного заряда приводит к снижению эффективности работы твистронного умножителя частоты, что можно частично компенсировать увеличением скоростной модуляции электронного потока. Оптимальные значения  $\mu$  увеличиваются с увеличением  $\sigma^2$ . Пространство дрейфа не приводит

к улучшению работы умножителя. Основные зависимости имеют качественно тот же характер, что и для твистронного усилителя с неглубокой предварительной модуляцией и малым параметром усиления ЛБВ-секции.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Гребенчук, Л. А. Поспелов, В. Ф. Процай. Теория умножительного твистрона. Часть I. Приближение заданного тока. Сб. «Радиотехника», вып. 19. Изд-во ХГУ, Харьков, 1971.
2. Л. А. Вайнштейн. Нелинейная теория лампы бегущей волны. Уравнения и законы сохранения. «Радиотехника и электроника», том II, вып. 7, 1957.
3. Л. А. Поспелов, А. Я. Усиков. Приборы СВЧ с гармонизированным электронным потоком. УФЖ, т. 15, 14, 1970.
4. Л. А. Вайнштейн. Основы сверхвысокочастотной электроники. Изд-во «Волжские дали», Саратов, 1970.