ОРТОГОНАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР В УСТРОЙСТВЕ СИНТЕЗА И ОБРАБОТКИ СИГНАЛА ПРИ НЕБЕЛОМ ШУМЕ

С. Ф. Симовская

Харьков

Известно, что эффективным способом обработки сигналов в шумах является оптимальная линейная фильтрация. Оптимальный (согласованный) линейный фильтр, максимизирующий отношение сигнал/помеха при белом шуме, имеет коэффициент передачи $K(j\omega)$, равный с точностью до произвольного вещественного множителя A_0 и множителя запаздывания $e^{-j\omega t_0}$ комплексно-сопряженной спектральной плотности сигнала $S^*(j\omega)$

$$K(j\omega) = A_0 S^*(j\omega)\, e^{-j\omega t_0}, \tag{1}$$

где t_0 — момент времени, в который наблюдается пиковое значение сигнала на выходе фильтра.

Наличие связи между частотными характеристиками согласованного фильтра и сигнала обусловливает также наличие связи между их временными характеристиками. Импульсная характеристика оптимального фильтра является зеркальным отображением сигнала

$$g(t) = A_0 s(t_0 - t). \tag{2}$$

Поскольку реальные помехи в отличие от белого шума имеют неравномерный энергетический спектр, для оптимальной обработки известного сигнала на фоне небелого шума помимо согласования характеристик фильтра с сигналом требуется согласование их с энергетическим спектром шума.

Коэффициент передачи оптимального (согласованного) фильтра при небелом шуме имеет вид

$$K(j\omega) = A \frac{1}{G_п(\omega)} S^*(j\omega)\, e^{-j\omega t_0}. \tag{3}$$

Здесь $G_п(\omega)$ — энергетическая спектральная плотность небелого шума (отличная от нуля на всех частотах);

A — постоянный множитель.

Представим коэффициент передачи фильтра в виде произведения коэффициентов передачи трех каскадно соединенных четырехполюсников

$$K(j\omega) = K_1(j\omega)\, K_2(j\omega)\, K_3(j\omega), \qquad (4)$$

где

$$|K_1(j\omega)| = |K_2(j\omega)| = \sqrt{\frac{A}{G_{\text{п}}(\omega)}};$$

$$K_2(j\omega) = K_1^*(j\omega); \quad K_3(j\omega) = S^*(j\omega)\, e^{-j\omega t}.$$

Коэффициенты передачи первых двух четырехполюсников являются взаимно-сопряженными функциями и могут быть вычислены по найденной величине $|K_1(j\omega)|$ с помощью методики, изложенной в [2]. Коэффициент передачи последнего (третьего) четырехполюсника описывается функцией, комплексно-сопряженной по отношению к спектру входного сигнала.

При синтезе системы оптимальной обработки заданного сигнала и наличии помехи типа небелого шума можно использовать ортогональные системы фильтров, которые позволят осуществить перестройку фильтра под обрабатываемый сигнал, так как при любом небелом шуме имеется оптимальный сигнал. С этой целью импульсную характеристику третьего четырехполюсника нужно аппроксимировать специальными ортогональными функциями:

$$g_3(t) = \sum_{k=0}^{n} C_k u_k(t). \qquad (5)$$

где $\{u_k(t)\}$ — ортогональная система функций.

Коэффициент передачи выходного четырехполюсника

$$K_3(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g_3(t)\, e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{n} C_k u_k(t)\, e^{-j\omega t} dt =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_k \int_{-\infty}^{\infty} u_k(t)\, e^{-j\omega t} dt = \sum_{k=0}^{n} C_k K_{3_k}(j\omega). \qquad (6)$$

Выходной четырехполюсник может быть представлен в виде многоканальной системы на ортогональных фильтрах с регулируемыми усилительными звеньями (рисунок). Коэффициент передачи k-го элементарного ортогонального фильтра

$$K_{3_k}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)\, e^{-j\omega t} dt,$$

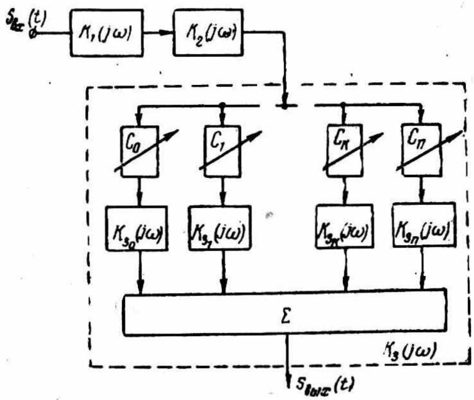
а коэффициент усиления k-го звена — C_k.

Регулировкой усиления C_k можно добиться подстройки системы под обрабатываемый сигнал.

В зависимости от выбранной ортогональной системы в качестве элементарных фильтров используются фильтры Лагерра, Эрмита, Лежандра, Чебышева и др. При формировании исходного сигнала $s(t)$ на передающей стороне представим его в виде разложения в ряд по ортогональным функциям (при этом предполагается, что функция, описывающая сигнал, удовлетворяет условиям Дирихле):

$$s(t) = \sum_{k=0}^{n} C_k u_k (t_0 - t). \tag{7}$$

Получить такой сигнал можно путем сложения произведения элементарных сигналов $u_k(t_0 - t)$, вырабатываемых соответствующим генератором, на коэффициенты C_k. Для формирования сигнала $s(t)$ многоканального фильтра можно применить ударное возбуждение, коэффициент передачи которого $K_{\text{пер}}(j\omega)$ с точностью до постоянного множителя совпадает со спектральной плотностью сигнала, а его импульсная характеристика — с формируемым сигналом



$$g_{\text{пер}}(t) = As(t).$$

Для ударного возбуждения фильтра на передающей стороне в качестве ударного импульса может быть использован импульс достаточно малой длительности по сравнению с постоянной времени фильтра.

Многоканальный фильтр ударного возбуждения содержит элементарные ортогональные фильтры с параллельно соединенными входами. Отношение сигнал/шум при небелом шуме на выходе согласованного фильтра зависит, как и при белом шуме, только от энергии сигнала и энергетического спектра шума.

Обычно оптимальная обработка сигналов на фоне шума осуществляется на промежуточной частоте. Поэтому для аппроксимации функций сигналов и импульсных характеристик оптимальных фильтров, которые являются высокочастотными и узкополосными, требуется использование высокочастотных ортогональных функций. Сигнал вида

$$s(t) = A(t) \cos \omega_0 t$$

можно аппроксимировать суммой высокочастотных ортогональных функций, т. е. представить в виде

$$s(t) = \sum_{k=0}^{n} C_k U_k(t) e^{j\omega_0 t},$$

где $\{U_k(t)\,e^{j\omega_0 t}\}$ — система высокочастотных ортогональных функций.

Представление высокочастотных узкополосных процессов с помощью разложения в обобщенный ряд Фурье по ортогональным специальным функциям может в отдельных случаях существенно сократить число членов разложения по сравнению с разложением по тригонометрическим функциям.

Следует отметить, что формирование оптимального сигнала и оптимальная его обработка, требующие создания «обратного» фильтра, практически является задачей весьма сложной и решается успешно не для любого «прямого» фильтра.

Среди широкого класса сложных сигналов подобная задача нашла сравнительно простое решение технической реализации для фазоманипулированных сигналов, амплитуда которых постоянна, а фаза меняется скачком.

При решении задач синтеза фазоманипулированных сигналов для получения наилучшего среднеквадратического приближения к заданным функциям, обладающим желаемым свойством в заданном классе, в качестве выбранных функций нашли применение различные ортогональные функции, в частности, функции Котельникова, полиномы Лагерра и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Котельников. Теория потенциальной помехоустойчивости. Госэнергоиздат, 1956.

2. В. В. Солодовников. Введение в статистическую динамику систем авторегулирования. Гостехтеоретиздат, 1952.

3. С. М. Башевский. Перестраиваемый согласованный фильтр на базе ортогональных фильтров. «Радиотехника и электроника», т. XV, № 6, 1970.