

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННИХ ШУМОВ СИНТЕЗАТОРА ЧАСТОТ НА ТОЧНОСТЬ ЕГО РАБОТЫ

***В. М. Качеровский, Ю. Н. Соколов,
А. С. Краснопоясковский, О. И. Губернаторов***

Х а р ь к о в

Одной из задач, возникающих при проектировании систем фазовой автоподстройки частоты, является оценка влияния внешних и внутренних шумов на качество их работы. Эти вопросы постоянно привлекают к себе внимание исследователей. В работе [1], например, детально описывается теория флуктуаций в автоколебательных системах. Основное внимание уделяется флуктуациям амплитуды и частоты, а также анализу ширины и формы спектральной линии автоколебаний автогенераторов, обладающих естественными и техническими шумами. В [2] изложены основы теории и расчета различных схем фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), а также даны особенности их работы при воздействии на них детерминированных и случайных возмущений. Можно было бы назвать еще ряд работ, в которых исследуется система ФАПЧ при воздействии на них случайных помех. Однако большинство из них посвящено часто встречающимся на практике

случаям, когда помеха в виде флуктуационного шума накладывается на эталонный сигнал при приеме его от удаленного источника.

В этих случаях уровень шумов может изменяться в довольно широких пределах. При больших уровнях шумов для исследования систем ФАПЧ (в связи с явно выраженной нелинейностью характеристики фазового детектора) пользуются, как правило, приближенными статистическими методами.

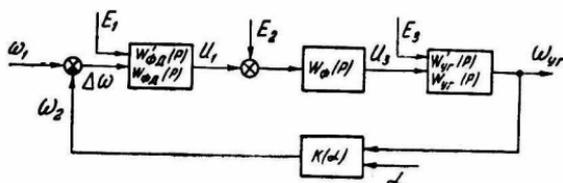


Рис. 1. Структурная схема синтезатора частот.

Широко применяется аппарат марковских процессов и методы статистической линеаризации нелинейностей.

Для синтезаторов дискретных частот, использующих принцип фазовой автоподстройки частоты, характерно отсутствие флуктуационных помех в эталонном сигнале. Основными дестабилизирующими факторами здесь являются внутренние шумы и флуктуации параметров схемы, которые вызывают паразитную модуляцию частоты, амплитуды и фазы сигнала управляемого генератора, размывая спектральную линию синтезируемого колебания. Однако уровень внутренних флуктуаций относительно низок. Соотношение мощностей сигнала и шума $p > 5$, так что вероятность отклонения фазы, превосходящей линейный участок характеристики фазового детектора, достаточно мала [3].

В связи с этим можно не учитывать нелинейные свойства синтезатора частот. В [2] показано, что при нормальном законе распределения помех система ФАПЧ описывается линейными дифференциальными уравнениями, если среднеквадратическое значение разности фаз σ_φ удовлетворяет условию

$$\sigma_\varphi \leq \frac{1}{3} \left[\sqrt{2,25 \frac{\gamma_n^2}{1 - \gamma_n^2} + 0,6} - 1,5 \frac{\gamma_n}{\sqrt{1 - \gamma_n^2}} \right],$$

где γ_n — относительная начальная расстройка.

При выполнении приведенного соотношения для исследования системы ФАПЧ применимы методы спектрально-корреляционного анализа.

Структурная схема исследуемого синтезатора частот показана на рис. 1. Здесь

$$W_{\text{ф. д.}}(p) = \frac{U_1(p)}{\Delta\Omega(p)} = \frac{k_1}{p}$$

— передаточная функция фазового детектора;

$$W_{\phi}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{T_{\phi} p + 1}$$

— передаточная функция фильтра нижних частот;

$$W_{y.r}(p) = \frac{Q_{y.r}(p)}{U_2(p)} = k_2$$

— передаточная функция управляемого генератора;

$$W_d(p) = \frac{Q_2(p)}{Q_{y.r}(p)} = k(\alpha)$$

— передаточная функция делителей частоты по отношению к частоте управляемого генератора;

$$W'_d(p) = \frac{Q_2(p)}{A(p)} = C$$

— передаточная функция делителей частоты по отношению к командному сигналу α .

На входы системы поступают детерминированные воздействия ω_1 и α . Ко входам фазового детектора, фильтра нижних частот и управляющего элемента генератора приведены стационарные случайные воздействия $E_1(t)$, $E_2(t)$ и $E_3(t)$, отражающие внутренние (естественные) шумы элементов системы.

Будем считать, что в системе применен балансный фазовый детектор. При учете тепловых шумов полупроводниковых диодов фазового детектора его упрощенная эквивалентная схема будет иметь вид, показанный на рис. 2.

Здесь $U_{вх1}$, $U_{вх2}$ — напряжения входных сигналов;

$U_{оп}$ — напряжение опорного сигнала;

ε_1 , ε_2 — э. д. с. тепловых шумов активных сопротивлений полупроводниковых диодов;

R_{01} , R_{02} — внутреннее сопротивление диодов;

$R_1 = R_2 = R$ — сопротивление нагрузки каждого плеча схемы.

На основании эквивалентной схемы может быть получена зависимость напряжения на выходе фазового детектора от разности частот входного и опорного сигналов, т. е. частот ω_1 и ω_2 (рис. 1), и разности э. д. с. тепловых шумов ε_1 и ε_2 . Эта зависимость имеет вид $U_{вых} = U_1 = k_1 \frac{\Delta\omega}{p} + k'_1 E_1$,

$$U_{вых} = U_1 = k_1 \frac{\Delta\omega}{p} + k'_1 E_1, \quad (1)$$

где $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ — разностная частота;

$E_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ — результирующая э. д. с. тепловых шумов полупроводниковых диодов;

$k_1 = k'' \frac{R}{R \rightarrow R_0} \cdot \frac{4U_{вхm}}{\pi}$ — передаточный коэффициент по воздействию $\Delta\omega$;

$k_1' = k'' \frac{R}{R + R_0}$ — передаточный коэффициент по воздействию E_1 ;

$k'' = 0,9$ — коэффициент пропорциональности между действующим и средним значением переменного тока для двухполупериодной схемы.

Из (1) может быть получена передаточная функция фазового детектора относительно естественных шумов:

$$W'_{\text{ф. д.}}(p) = \frac{U_1(p)}{E_1(p)} = k_1'. \quad (2)$$

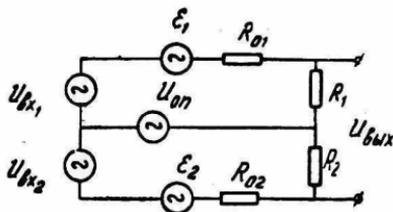


Рис. 2. Эквивалентная схема фазового детектора.

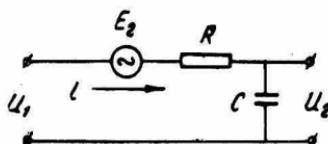


Рис. 3. Фильтр нижних частот.

Таким образом, случайная функция $E_1(t)$ приводится ко входу фазового детектора (рис. 1) и ее влияние эквивалентно влиянию естественных шумов в элементах фазового детектора.

Если при рассмотрении фильтра нижних частот учитывать тепловые шумы активного сопротивления R (рис. 3), то передаточная функция по отношению к э. д. с. теплового шума $E_2(t)$ получает вид

$$W_{\text{ф}}(p) = \frac{U_2(p)}{E_2(p)} = \frac{1}{T_{\text{ф}} p + 1}. \quad (3)$$

В работе [1] показано, что при анализе спектральной линии синхронизированного автогенератора, находящегося под влиянием естественных шумов, флуктуации частоты генератора описываются уравнением

$$\frac{d\varphi}{dt} = -c\alpha_0\varphi - \frac{\omega_0}{2R_0} E_3(t), \quad (4)$$

где

$$c\alpha_0 = \frac{E_0\omega_0}{2R_0} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^2},$$

$c\alpha_0$ — прочность предельного цикла;

E_0 — амплитуда синхронизирующего сигнала;

R_0 — установившаяся амплитуда автоколебаний;

ω_0 — частота установившихся автоколебаний;

Δ — расстройка частоты генератора;

Δ_0 — критическое значение расстройки.

Имея (4), можно записать

$$\omega \left(1 + \frac{c\alpha_0}{p} \right) = - \frac{\omega_0}{2R_0} E_3(t). \quad (5)$$

Отсюда передаточная функция управляемого генератора по отношению к случайному воздействию $E_3(t)$

$$W_{y.r}(p) = \frac{\Omega_{y.r}(p)}{E_3(p)} = \frac{k_2' p}{T_{y.r} p + 1}, \quad (6)$$

где при $\Delta = 0$

$$k_2' = \frac{\omega_0}{2R_0 c \alpha_0} = \frac{1}{E_0}$$

— передаточный коэффициент генератора по отношению к возмущающему воздействию;

$T_{y.r} = \frac{2R_0}{E_0 \omega_0}$ — постоянная времени генератора.

Таким образом, случайные функции $E_2(t)$ и $E_3(t)$ соответственно также приводятся ко входу фильтра и генератора (рис. 1).

Для оценки точности системы ФАПЧ воспользуемся величиной ошибки, возникающей под влиянием детерминированных и случайных воздействий.

Принимая во внимание принцип суперпозиции и исследуя структурную схему системы (рис. 1), запишем выражение для ошибки, вызванной детерминированными воздействиями ω_1 и α :

$$\Delta\omega_d = \frac{p(T_{\Phi} p + 1)\omega_1}{p(T_{\Phi} p + 1) + k_1 k_2 k(\alpha)} - \frac{p(T_{\Phi} p + 1)c\alpha}{p(T_{\Phi} p + 1) + k_1 k_2 k(\alpha)}. \quad (7)$$

При переходе к установившемуся режиму ($p = 0$) из (7) получаем, что статическая ошибка системы равна нулю, т. е. система является астатической по отношению к воздействиям ω_1 и α . Таким образом, если не учитывать внутренних шумов, стабильность частоты управляемого генератора соответствует стабильности частоты опорного сигнала.

Рассмотрим теперь влияние на синтезатор частот случайных воздействий.

Точность воспроизведения системой полезного сигнала при наличии стационарных случайных воздействий обычно оценивается средним значением квадрата ошибки (дисперсией) $\overline{\Delta\omega_c^2}$

$$\overline{\Delta\omega_c^2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\Delta\omega}(\omega) d\omega. \quad (8)$$

Спектральная плотность ошибки $S_{\Delta\omega}(\omega)$ зависит от спектра возмущающего воздействия $S_{\omega}(\omega)$ и вида передаточной функции системы $\Phi_{\Delta\omega}(p)$ для соответствующего воздействия [3]:

$$S_{\Delta\omega}(\omega) = |\Phi_{\Delta\omega}(j\omega)|^2 S_{\omega}(\omega). \quad (9)$$

Определим средний квадрат ошибки для шумовых напряжений E_1 , E_2 и E_3 , считая, что их спектральные плотности явля-

ются постоянными в определенной полосе частот, т. е. эти случайные процессы являются реальным белым шумом. Спектральная плотность таких процессов (при малых T) может быть определена следующим выражением [4]:

$$S_{\text{ш}}(\omega) = \frac{N}{T^2\omega^2 + 1}, \quad (10)$$

где N — уровень спектральной плотности;

T — постоянная времени, определяющая ширину полосы частот.

Из схемы рис. 1 следует, что частотные передаточные функции замкнутой системы по ошибке, вызванной случайными воздействиями E_1 , E_2 и E_3 , имеют соответственно вид

$$\Phi_{\Delta\omega_1}(j\omega) = \frac{\Delta\Omega_1(j\omega)}{E_1(j\omega)} = \frac{j\omega k_1' k_2 k(\alpha)}{j\omega (T_{\Phi} j\omega + 1) + k}; \quad (11)$$

$$\Phi_{\Delta\omega_2}(j\omega) = \frac{\Delta\Omega_2(j\omega)}{E_2(j\omega)} = \frac{j\omega k_2 k(\alpha)}{j\omega (T_{\Phi} j\omega + 1) + k}; \quad (12)$$

$$\Phi_{\Delta\omega_3}(j\omega) = \frac{\Delta\Omega_3(j\omega)}{E_3(j\omega)} = \frac{k_2' k(\alpha) (j\omega)^2 (T_{\Phi} j\omega + 1)}{[j\omega (T_{\Phi} j\omega + 1) + k] (T_{y.r} j\omega + 1)}, \quad (13)$$

где $k = k_1 k_2 k(\alpha)$.

Подставляя (10), (11), (12), (13) в (9) и (8), получаем, что суммарный средний квадрат ошибки

$$\overline{\Delta\omega_c^2} = \overline{\Delta\omega_{c1}^2} + \overline{\Delta\omega_{c2}^2} + \overline{\Delta\omega_{c3}^2},$$

или

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\omega_c^2} = & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_1}{T^2\omega^2 + 1} \left| \frac{j\omega k_1' k_2 k(\alpha)}{j\omega (T_{\Phi} j\omega + 1) + k} \right|^2 d\omega + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_2}{T^2\omega^2 + 1} \left| \frac{j\omega k_2 k(\alpha)}{j\omega (T_{\Phi} j\omega + 1) + k} \right|^2 d\omega + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_3}{T^2\omega^2 + 1} \left| \frac{(j\omega)^2 k_2' k(\alpha) (T_{\Phi} j\omega + 1)}{[j\omega (T_{\Phi} j\omega + 1) + k] (T_{y.r} j\omega + 1)} \right|^2 d\omega, \end{aligned} \quad (14)$$

где N_1 , N_2 , N_3 — уровни спектральных плотностей естественных шумов соответственно в фазовом детекторе, фильтре и управляемом генераторе.

Аналитический метод вычисления $\overline{\Delta\omega_{c1}^2}$, $\overline{\Delta\omega_{c2}^2}$ и $\overline{\Delta\omega_{c3}^2}$ основан на предположении, что спектральные плотности и частотные передаточные функции, входящие в (14), могут быть представлены в виде дробно-рациональных функций от ω . Тогда определение составляющих среднего квадрата ошибки сведется к вычислению интегралов вида [2]

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_n(j\omega)}{F_n(j\omega) F_n(-j\omega)} d\omega, \quad (15)$$

где n — степень $F_n(j\omega)$ знаменателя подынтегрального выражения;

$$\begin{aligned} F_n(j\omega) &= a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n; \\ G_n(j\omega) &= b_0(j\omega)^{2n-2} + b_1(j\omega)^{2n-4} + \dots + b_{n-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Интегралы типа (15) выражаются через коэффициенты a_0, a_1, \dots , и b_0, b_1, \dots , [4].

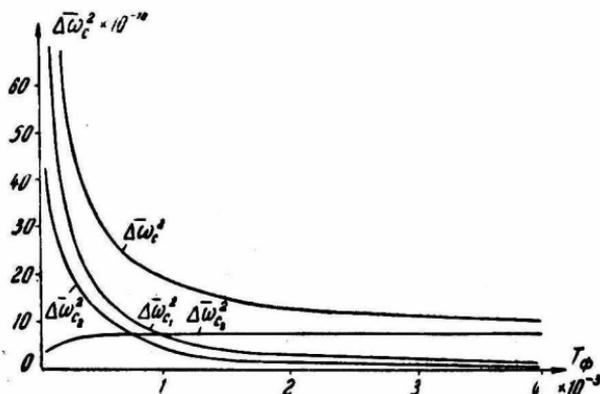


Рис. 4. Влияние параметров синтезатора частот на точность его работы при $k = 3,2 \cdot 10^3$ 1/сек.

Применяя указанный метод вычисления интегралов к (14) и учитывая, что $(T^2\omega^2 + 1) = |Tj\omega + 1|^2$, получаем

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\omega_c^2} &= \frac{N_1 k_1'^2 k_2^2 k^2(\alpha)}{2(T^2 k + T + T_\phi)} + \frac{N_2 k_2^2 k^2(\alpha)}{2(T^2 k + T + T_\phi)} + \\ &+ \frac{N_3 k_2'^2 k^2(\alpha) T_\phi^2}{2TT_\phi T_{y.r}(TT_\phi + TT_{y.r} + T_\phi T_{y.r})}. \end{aligned} \quad (17)$$

Выражение (17) дает возможность оценить влияние параметров и внутренних шумов системы на ее точность.

Для проверки полученных соотношений был произведен расчет точности при использовании в системе балансного фазового детектора с сопротивлением диодов $R_0 = 300$ ом и управляемого генератора, собранного на транзисторе типа П416. Результаты расчета представлены графиками на рис. 4 при значении $k = 3,2 \cdot 10^3$ 1/сек, из которых следует, что наиболее целесообразным значением T_ϕ является $T_\phi = 2 \cdot 10^{-3}$ сек, приняв которое определим среднеквадратическую ошибку системы:

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\overline{\Delta\omega_c^2}} = \sqrt{13,26 \cdot 10^{-10}} = 3,63 \cdot 10^{-5} \text{ 1/сек.}$$

ВЫВОДЫ

1. При отсутствии внутренних шумов стабильность частоты управляемого генератора соответствует стабильности частоты опорного сигнала.

2. Среднеквадратическая ошибка системы практически не зависит от коэффициента усиления. Основным параметром, влияющим на величину среднеквадратической ошибки, является постоянная времени фильтра нижних частот T_{ϕ} .

3. Основной составляющей среднеквадратической ошибки синтезатора частот является составляющая, определяемая внутренними шумами управляемого генератора.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Малахов. Флуктуации в автоколебательных системах. Изд-во «Наука», 1968.

2. В. В. Шахгильдян, А. А. Ляховкин. Фазовая автоподстройка частоты. Изд-во «Связь», 1966.

3. Б. Р. Левин. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. Изд-во «Советское радио», 1967.

4. В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. Теория систем автоматического регулирования. Изд-во «Наука», 1966.