О ЗАВИСИМОСТИ ИЗМЕРЯЕМОГО ОСЛАБЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ДОЖДЯХ ОТ УСЛОВИЙ ЭКСПЕРИМЕНТА

А. С. Брюховецкий, Ю. И. Малышенко, А. А. Пузенко

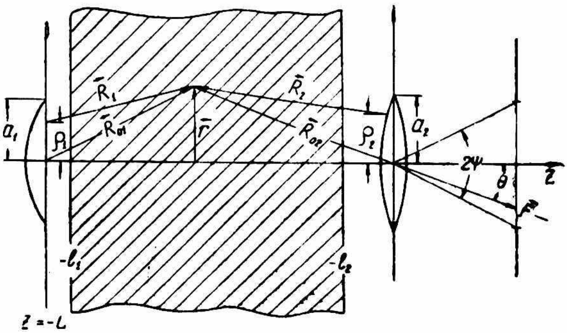
Харьков

Значения экспериментально измеряемого коэффициента ослабления оптического излучения в рассеивающей среде могут существенно отличаться от теоретического [1]. Причина такого расхождения была установлена К. С. Шифриным [2] и Бриллюэном [3]. В настоящее время выполнено много теоретических работ, посвященных учету влияния условий эксперимента на величину измеряемого коэффициента ослабления в оптическом диапазоне [4—7].

В диапазоне СВЧ такие расчеты отсутствуют. Между тем результаты теоретических расчетов, полученных в оптике, нельзя перенести автоматически на случай радиодиапазона. Причина этого заключается в том, что в оптических измерениях рассеивающие частицы практически всегда находятся в существенно ближней зоне антенны (линзы), в то время как при радиоизмерениях френелевский параметр, зависящий от размеров приемной площадки и положения частицы, может быть произвольным. Известно [8, 9], что при этом регистрируемое излучение, рассеянное отдельной частицей, зависит от величины френелевского параметра.

В настоящей работе показано, что в отличие от оптического случая коэффициент ослабления радиоволн в дожде не зависит от расстояния между передающей и приемной антеннами.

Рассмотрим следующую схему эксперимента. Две антенны (линзы) — передающая и приемная (рис. 1) — ориентированы так, что их оптические оси совпадают. Передающая антенна радиуса a_1, расположенная в точке $(0, 0 - L)$, имеет освещенность $A_1(\rho_1)$.



Приемная антенна радиуса a_2 находится в начале координат с функцией освещенности $A_2(\rho_2)$. Пространство между поверхностями $z = -l_1$ и $z = -l_2$ заполнено сферическими рассеивающими частицами. Поле передающей антенны в точке $\vec{R}_{01}$ можно записать в виде [10]

$$\vec{U}_0(\vec{R}_{01}) = \vec{U}_0(\vec{r}, z) = \frac{k}{2\pi i}\vec{E}_0 \frac{e^{ikz}}{L+z} \times$$
$$\times \iint d\check{\rho}_1 A_1(\rho_1) \exp\left[ik\frac{|\vec{r} - \vec{\rho}_1|^2}{2(L+z)}\right], \quad (1)$$

где $d\check{\rho}_1$ — элемент площади на апертуре передающей антенны.

Мы ограничимся случаем однократного рассеяния. Тогда поле в точке $\vec{\rho}_2$ апертуры приемной антенны

$$\vec{U}_S = \vec{U}_0(\vec{\rho}_2, 0) + \iiint \frac{\vec{Q}(\vec{R}_2/R_2)}{ikR_2} \cdot e^{ikR_2} dV = \vec{U}_{0S} + \vec{U}_{1S}, \quad (2)$$

$\vec{Q}(\vec{R}_2/R_2)\, e^{ikR_2}/ikR_2$ — поле, рассеянное отдельной частицей в направлении $\vec{R}_2/R_2$. Для малых углов рассеяния

$$\vec{Q}(\vec{R}_2/R_2) \simeq \vec{U}_0(\vec{r}, z)\; S\left(\left|\frac{\vec{r} - \vec{\rho}_2}{z}\right|\right),$$

где $S\left(\left|\frac{\vec{r} - \vec{\rho}_2}{z}\right|\right)$ — амплитуда рассеяния в направлении $\frac{\vec{R}_2}{R_2}$.

Задача состоит в определении полного потока мощности, проходящего через диафрагму в фокальной плоскости с угловым размером 2Ψ, для чего предварительно определим поле в точке $\vec{F}$ фокальной плоскости:

$$\vec{U}_F = k / 2\pi i \iint\limits^{V} d\rho_2 e^{ikF - ik\vec{n}_0\vec{\rho}_2} A_2(\rho_2) \vec{U}_S / F = \vec{U}_{0F} + \vec{U}_{1F}, \tag{3}$$

где $\vec{n}_0 = \vec{F} / F = \{\cos\varphi \sin\Theta, \ \sin\varphi\sin\Theta, \ \cos\Theta\}$. Тогда среднее значение вектора Пойнтинга в направлении $\vec{n}_0$

$$\langle \vec{N} \rangle = \frac{c}{4\pi} \langle |U_F|^2 \rangle = \frac{c}{4\pi} (\langle |\vec{U}_{0F}|^2 + $$

$$+ 2\mathrm{Re}\, \vec{U}_{0F}^{*} \langle \vec{U}_{1F} \rangle + \langle |\vec{U}_{1F}|^2 \rangle) = N_{00} + N_{01} + N_{11}. \tag{4}$$

Усреднение в (4) производится по всевозможным реализациям размеров частицы, находящейся в точке рассеяния $\vec{R}_{02}$. Полный поток мощности через диафрагму

$$W = F^2 \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\Psi} \langle N \rangle \sin\Theta d\Theta = W_{00} + W_{01} + W_{11}. \tag{5}$$

Оптическая толща $\tau = \alpha(l_1 - l_2)$, где α — коэффициент ослабления, определяется выражением

$$\tau = -\ln\frac{W}{W_{00}} \simeq -\frac{W_{01}}{W_{00}} - \frac{W_{11}}{W_{00}} \tag{6}$$

На основании формул (1) — (6) проведем вычисления в двух практически интересных случаях, соответствующих рассеянию на крупных частицах в оптике и на частицах, сравнимых с длиной волны, в СВЧ диапазоне. В отличие от данной работы имеющиеся в оптике расчеты используют в какой-либо форме уравнение переноса излучения. Иногда исходят из предположения, что поправка к коэффициенту ослабления обязана той доли некогерентно рассеянного излучения, которая попадает на апертуру приемной линзы [4, 5]. Поэтому приведенный ниже анализ оптического случая представляет не только методический интерес, поскольку вычисления производятся в терминах полей, а не интенсивностей, но и подтверждает тот факт, что поправка к коэффициенту ослабления зависит не от линейных размеров приемной апертуры, а от угла зрения приемника.

Рассеяние в оптическом диапазоне

В этом случае во всех вычислениях можно воспользоваться методом стационарной фазы. Полагая $\vec{r} - \vec{\rho}_1 = \vec{\rho}_1'$ в формуле (1) и считая $k\rho_1^2 / 2L \gg 1$, получаем

$$\vec{U}_0(\vec{r}, z) = \frac{k}{2\pi i} \vec{E}_0 \frac{e^{ikz}}{L+z} \iint\limits^{V'} d\rho_1' A_1(|\vec{r} - \vec{\rho}_1'|) \times$$

$$\times \exp\left[\frac{ik\rho_1'^2}{2(L+z)}\right] \approx \vec{E}_0 A_1(\vec{r}) e^{ikz}. \tag{7}$$

При выполнении неравенств $\overline{k^2a_0^2} \gg 1$, $k\overline{a_0^2}/2l_2 \ll 1$, где $\overline{a_0^2}$ — среднеквадратичный радиус рассеивающих частиц, аналогичным образом можно получить

$$\langle \vec{U}_{1F} \rangle = -\vec{U}_{0F} \frac{2\pi}{k^2} \langle S(0) \rangle (l_1 - l_2). \tag{8}$$

При вычислении $\langle |\vec{U}_{1F}|^2 \rangle$ следует принять во внимание, что $\langle S^*(|\vec{r}-\vec{\rho}_2|/|z|) S(|\vec{r}-\vec{\rho}_2'|/|z|) \rangle$ равно $\langle S^*(|\vec{r}-\vec{\rho}_2|/|z|) \times$ $\times S(|\vec{r}-\vec{\rho}_2'|/|z|) \rangle$ для одной и той же частицы $(\vec{r}=\vec{r}')$ и равно $\langle S^*(|\vec{r}-\vec{\rho}_2|/|z|) \rangle \langle S(|\vec{r}'-\vec{\rho}_2'|/|z|) \rangle$, если частицы не совпадают $(\vec{r} \neq \vec{r}')$. Тогда

$$\langle |U_{1F}|^2 \rangle = \frac{1}{4\pi^2F^2} \iint d\overset{\vee}{\rho}_2 e^{-ik\vec{n}_0\vec{\rho}_2} A_2(\rho_2) \times$$
$$\times \iint d\overset{\vee}{\rho_2'} e^{ik\vec{n}_0\vec{\rho}_2'} A_2(\rho_2') \iiint dV \frac{|U_0(\vec{r}, z)|^2}{z^2} \times$$
$$\times e^{-ik[\rho_2^2-\rho_2'^2-2\vec{r}(\vec{\rho}_2-\vec{\rho}_2')]/2z} \times$$
$$\times \langle S^*(|\vec{r}-\vec{\rho}|/|z|) S(|\vec{r}-\vec{\rho}_2'|/|z|) \rangle + |\langle U_{1F} \rangle|^2. \tag{9}$$

Слагаемое $|\langle U_{1F} \rangle|^2$ в этой формуле следует отбросить как величину более высокого порядка малости, корректный учет которой не может быть произведен в рамках приближения однократного рассеяния. Интегрирование методом стационарной фазы по приемной апертуре в формуле (9) приводит к следующему результату:

$$\langle |U_{1F}|^2 \rangle = \frac{E_0^2}{k^2F^2} \langle |S(n_{0\perp})|^2 \rangle \times$$
$$\times \int_{-l_1}^{-l_2} dz \iint d\overset{\vee}{r} A_1^2(r) A_2^2(|\vec{r}-z\vec{n}_{0\perp}|); \tag{10}$$

$\vec{n}_{0\perp}$ — поперечная составляющая вектора $\vec{n}_0$ в плоскости апертуры приемной антенны; $n_{0\perp} = \sin\Theta$. Очевидно, что

$$V(\Theta) = \int_{-l_1}^{-l_2} dz \iint d\overset{\vee}{r}_1 A_1^2(r) A_2^2(|\vec{r}-zn_{0\perp}|)$$

при равномерных освещенностях передающей и приемной апертур есть объем, излучение частиц которого может попасть на апертуру приемной линзы под углом Θ.

Если $A_1(r) = 1$ в пределах угла зрения приемника, то $V(\Theta) = \pi a_2^2(l_1 - l_2)$. При этом для системы одинаковых частиц, радиус которых a_0, значительно больше длины волны [11]:

$$\langle S(\sin\Theta) \rangle \approx Mk^2a_0^2 \frac{I_1(ka_0\Theta)}{ka_0\Theta};$$

$$\langle |S(\sin\Theta)|^2 \rangle \approx Mk^4 a_0^4 \frac{I_1^2(ka_0\Theta)}{k^2 a_0^2 \Theta^2},$$

где M — число частиц в единице объема. В этом случае несложно получить

$$\tau = M\Phi(ka_0\Psi)(l_1 - l_2), \tag{11}$$

где

$$\Phi(ka_0\Psi) = \pi a_0^2 [1 + I_0^2(ka_0\Psi) + I_1^2(ka_0\Psi)]$$

Здесь отношение максимальных значений N_{01} и N_{11} (при $\Theta = 0$)

$$N_{11} / |N_{01}| = a_0^2 / 2a_2^2.$$

Характерный угол, при котором существенно спадает N_{01}, очевидно, есть угловой размер фокального пятна, т. е. $\Theta \sim (ka_2)^{-1}$. Характерный угол спадания N_{11}, как это следует из (10), есть угол спадания индикатрисы $\Theta \sim (ka_0)^{-1}$. Отношение их $\sim a_2/a_0$. Поэтому, если угол зрения приемника $\Psi \gg (ka_0)^{-1}$, вклад от некогерентно рассеянной энергии может достигать половины значения энергии, изымаемой частицами у падающего поля:

$$\tau \to M\pi a_0^2 (l_1 - l_2);$$

$$ka_0\Psi \to \infty. \tag{12}$$

При малых размерах диафрагмы ($ka_0\Psi \ll 1$) вклад некогерентно рассеянной энергии в принимаемый сигнал пренебрежимо мал и

$$\tau \to 2M\pi a_0^2 (l_1 - l_2);$$

$$ka_0\Psi \to 0.$$

Ослабление миллиметровых радиоволн в дожде

Отличительной особенностью этого случая является малость размеров приемного устройства (рупора волновода) по сравнению с размером фокального пятна. Полная мощность, попадающая на вход приемника, пропорциональна вектору Пойнтинга в направлении $\vec{n}_0 = \{0, 0, 1\}$ так, что

$$\tau \cong -N_{01} / N_{00} - N_{11} / N_{00}. \tag{13}$$

Поскольку $\vec{n}_0\vec{\rho}_2 = 0$, из (1) и (3) получаем известное [10] выражение:

$$\vec{U}_{0F} = -\frac{k^2 \vec{E}_0 e^{ikF}}{LF} \int_0^{a_2} \rho_2 d\rho_2 A_2(\rho_2) e^{ik\frac{\rho_2^2}{2L}} \times$$

$$\times \int_0^{a_1} \rho_1 d\rho_1 A_1(\rho_1) e^{ik\frac{\rho_1^2}{2L}} I_0\left(\frac{k\rho_1\rho_2}{2L}\right). \tag{14}$$

Если характерный угол изменения амплитуды рассеяния значительно больше $\sqrt{\lambda/z}$, то при вычислении $\langle \vec{U}_{1F} \rangle$ можно положить $\langle \vec{Q}(\vec{R}_2/R_2) \rangle \approx \langle S(0) \rangle \vec{U}_0(\vec{r}, z)$. После интегрирования по азимутальным углам в плоскостях приемной и передающей апертур $\langle \vec{U}_{1F} \rangle$ примет вид

$$\langle \vec{U}_{1F} \rangle = 2\pi ik\vec{E}_0 \langle S(0) \rangle \frac{e^{ikF}}{F} \int_{-l_1}^{-l_2} \rho_2 d\rho_2 A_2(\rho_2) \times$$

$$\times e^{-\frac{ik\rho_2^2}{2z}} \int_0^{a_1} \rho_1 d\rho_1 A_1(\rho_1) e^{\frac{ik\rho_1^2}{2(L+z)}} \int_0^\infty r dr \times$$

$$\times e^{-\frac{ikLr^2}{2z(L+z)}} I_0\left(\frac{kr\rho_1}{L+z}\right) I_0\left(\frac{kr\rho_2}{z}\right). \qquad (15)$$

Проинтегрировав в (15) по r, а затем по z, имеем

$$\langle \vec{U}_{1F} \rangle = -\frac{2\pi \langle S(0) \rangle}{k^2} (l_1 - l_2) \vec{U}_{0F}. \qquad (16)$$

Аналогичным образом получаем

$$\langle |U_{1F}|^2 \rangle \leqslant 2\pi k^2 E_0^2 \langle |S(0)|^2 \rangle \frac{1}{F^2} \int_{-l_1}^{-l_2} \frac{dz}{z^2 (L-z)^2} \times$$

$$\times \int_0^{a_1} \rho_1 d\rho_1 A_1(\rho_1) \int_0^{a_2} \rho_2 d\rho_2 A_2(\rho_2) \int_0^{a_1} \rho_1' d\rho_1' A_1(\rho_1') \times$$

$$\times \int_0^{a_2} \rho_2' d\rho_2' A_2(\rho_2') \exp\left[\frac{ik}{2(L+z)} (\rho_1^2 - \rho_1'^2) -\right.$$

$$\left. - \frac{ik}{2z} (\rho_2^2 - \rho_2'^2)\right] \int_0^\infty r dr I_0\left(\frac{kr\rho_1}{L+z}\right) I_0\left(\frac{kr\rho_1'}{L+z}\right) I_0\left(\frac{kr\rho_2}{z}\right) I_0\left(\frac{kr\rho_2'}{z}\right). \qquad (17)$$

При произвольных функциях $A_1(\rho_1)$, $A_2(\rho_2)$ интеграл (17) не выражается через $\vec{U}_{0F}$, как это имеет место в формуле (16). Для оценки отношения $N_{11}/|N_{10}|$ выберем гауссовы функции освещенности

$$A_1(\rho_1) = \exp(-\rho_1^2/\rho_{01}^2), \quad A_2(\rho_2) = \exp(-\rho_2^2/\rho_{02}^2). \qquad (18)$$

Считая $a_1 \gg \rho_{01}$, $a_2 \gg \rho_{02}$ так, что верхние пределы интегрирования по ρ_1 и ρ_2 можно положить равными ∞, после вычислений получим

$$N_{11}/|N_{01}| < \frac{2}{\pi} \frac{\langle |S(0)|^2 \rangle}{\mathrm{Re} \langle S(0) \rangle} \cdot \frac{L}{l_1 - l_2} \frac{1 + (\beta_{1L} + \beta_{2L})^2}{k^2 \rho_{01} \rho_{02} \sqrt{1 + \frac{(\beta_{1L} + \beta_{2L})^2}{L}}} \times$$

$$\times \operatorname{arctg} \frac{1 + \frac{z\left(\rho_{01}^2 + \rho_{02}^2\right)}{\rho_{02}^2 L}}{\frac{\rho_{01}}{\rho_{02}} \sqrt{1 + \frac{1}{4}(\beta_{1L} + \beta_{2L})^2}}. \tag{19}$$

Здесь $\beta_{1L} = k\rho_{01}^2 / 2L$, $\beta_{2L} = k\rho_{02}^2 / 2L$.

В реальных экспериментах

$$l_1 - l_2 \approx L; \; \rho_{01} \approx \rho_{02}, \; \beta_{1L} \sim \beta_{2L}.$$

При этом

$$N_{11} / | N_{10} | < \frac{10}{k^2 \rho_{01} \rho_{02}} \cdot \frac{\langle | S(0) |^2 \rangle}{\operatorname{Re} \langle S(0) \rangle}.$$

Выполненные нами расчеты полидисперсных индикатрис рассеяния дождевыми каплями в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах показали, что отношение $\langle | S(0) |^2 \rangle / \operatorname{Re} \langle S(0) \rangle$ даже для очень сильных дождей не превышает величины нескольких десятков в субмиллиметровой области. Следовательно при реально используемой геометрии опыта $N_{11} / | N_{01} | \ll 1$, $(\sim 10^{-3})$; вкладом этого слагаемого в результат (13) можно пренебречь:

$$\tau \simeq - \frac{N_{01}}{N_{00}}. \tag{20}$$

Рассеянное поле (16) зависит от френелевских параметров $ka_{1,2}^2/2L$ точно таким же образом, как и падающее (14). В результате величина τ из (20), куда входит отношение рассеянного поля к падающему, оказывается независимой от нахождения передающей и приемной антенн относительно друг друга в ближней или дальней зоне.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Sinclair. Journ. Opt. Soc. Amer., 37, 475, 1947.
2. К. С. Шифрин. Изв. АН СССР. сер. географ. и геофиз., 14, 65, 1950.
3. L. Brilluin. Journ. Appl. Phys., 20, 1110, 1949.
4. К. С. Шифрин, Г. М. Айвазян. Труды главной геофизической обсерватории, вып. 153, 132, 1964.
5. М. В. Кабанов. Сб. «Актинометрия и оптика атмосферы» под ред. Г. В. Розенберга. Изд-во «Наука», 1964.
6. M. G. Gibbons. Journ Opt. Soc. Amer., 48, 550, 1958.
7. В. Е. Зуев, М. В. Кабанов, А. Г. Боровой. «Изв. вузов, Физика», № 6, 1968.
8. Г. Ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами (перевод с англ.). Изд-во иностр. лит., 1961.
9. С. Д. Творогов. «Изв. вузов, Физика», № 3, 1965.
10. Сканирующие антенные системы СВЧ (пер. с англ.). Изд-во «Советское радио», 1966.
11. К. С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде. М. — Л., ГИТТЛ, 1951.