

ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ RLC -СХЕМ

*Э. А. Свирцева, И. А. Бродская, В. М. Морозов,
Н. Н. Шевляков*

Х а р ь к о в

Методы прямого синтеза обладают ценным качеством, привлекающим внимание инженеров и исследователей: они позволяют перебрать все возможные схемы, реализующие заданную функцию посредством минимального числа элементов. Разработанные к настоящему времени методы прямого синтеза опираются на матричный и матрично-топологический аппараты. Предлагаемая статья посвящена разработке прямого синтеза RLC -схем на базе топологического анализа.

Основным соотношением, лежащим в основе топологического анализа, является топологический закон передачи, выражающий отношение реакции цепи X к воздействию сигнала Q через элементы схемы [1—3]:

$$T = \frac{X}{Q} = \frac{\sum P_k \Delta_k}{\Delta} \quad (1)$$

Здесь Δ — определитель схемы, равной сумме ее деревьев; P_k — величина k -го пути передачи; Δ_k — алгебраическое дополнение k -го пути передачи.

Анализируя функции полных графов, имеющих различное число вершин, нетрудно заметить ряд закономерностей, которые можно использовать при синтезе. Проследим эти закономерности, сосредоточив внимание на такой функции, как коэффициент передачи напряжения $K_U = \frac{U_2}{U_1}$. В этом случае $X = U_2$ и $Q = U_1$.

Выделим в графе три вершины, соответствующие входному, выходному и общему узлам схемы, пометив их индексами a , b , z соответственно. Тогда каждый граф будет соответствовать некоторому неуравновешенному четырехполюснику (рис. 1). Так

как положения вершин в полном графе являются равноценными, a , b и z выбираются произвольно. Для единообразия будем считать $a = 1$, $b = s - 1$, $z = s$, где s — номер, равный числу узлов схемы.

Аналитические выражения коэффициентов передачи напряжения для полных графов с различным числом вершин, полученные на основании топологического закона передачи [1], представлены в таблице. В них отсутствуют проводимости ветвей, шунтирующих вход схемы. Это значит, что при решении задачи синтеза схемы по заданному коэффициенту передачи напряжения можно было бы использовать граф, в котором отсутствовала бы ветвь, соединяющая 1-ю и s -ю вершины, как не участвующая в формировании передаточной функции рассматриваемого вида.

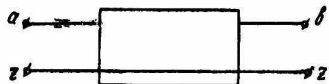


Рис. 1.

Число узлов	Полный граф	Коэффициент передачи напряжения
1		$K_u = \frac{a}{a + b}$
2		$K_u = \frac{ab + e(a + b + d)}{b(a + d + e + f) + (a + d)(e + f)}$
3		$K_u = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3 + P_4 \Delta_4 + P_5 \Delta_5}{\Delta}$ $P_1 = abc \quad \Delta_1 = 1$ $P_2 = an \quad \Delta_2 = b + h + g + c$ $P_3 = hc \quad \Delta_3 = a + f + n + b$ $P_4 = m \quad \Delta_4 = b(h + g + c) + a + n + f + (h + g + c)(a + f + n)$ $P_5 = hbn \quad \Delta_5 = 1$ $\Delta = (a + h + g + d + m + f)(bn + bc + nc) + (a + b + n + f)(m + d)(g + h) + [(a + m)(b + c) + (n + c)(h + g)] \times (a + f)$

Свяжем число вершин графов с порядком функции. Коэффициент передачи для полного графа s -го порядка состоит из компонентов, представляющих собой (см. табл.) произведение $s - 2$ множителей, каждый из которых имеет размерность проводимости и в общем случае может быть представлен в виде функции

$$y_{\Sigma} = pC_{\Sigma} + G_{\Sigma} + p^{-1}G_{\Sigma}. \quad (2)$$

Каждый такой множитель увеличивает степень $K_U(p)$ на 2. Отсюда следует, что при решении задачи синтеза число множителей, необходимое для реализации функции

$$K_U = \frac{\sum_{i=0}^n a_i p^i}{\sum_{j=0}^m b_j p^j}, \quad (3)$$

может быть найдено по степени знаменателя m , определяющей необходимое число реактивных элементов искомой схемы. Если m четно, то его надо взять равным $\frac{m}{2}$. При нечетном m максимальное возможное число множителей типа (2) равно $\frac{m-1}{2}$; кроме того, они дополняются множителем, который не содержит слагаемого типа pC_{Σ} , либо слагаемого типа $p^{-1}G_{\Sigma}$. В этом случае общее количество их равно $\frac{m-1}{2} + 1 = \frac{m+1}{2}$. Тогда минимальное число узлов искомой схемы может быть найдено как $s = \frac{m}{2} + 2$ в первом случае или как $s = \frac{m+1}{2} + 2$ — во втором. Число узлов увеличивается, если для получения необходимой степени знаменателя m выбрать множители, порядки которых ниже порядка (2). В частном случае, когда для реализации заданной функции выбрана двухэлементная схема (например, RC -типа), минимальное число узлов искомой схемы находится как $s = m + 2$, так как множители типа (2) в этом случае вырождаются в функции первого порядка.

Выбор числа активных сопротивлений искомой схемы, как и числа реактивностей, определяется исключительно особенностями заданной функции [4] и здесь не рассматривается.

Допустим, что уже установлено необходимое количество сопротивлений, емкостей и индуктивностей искомой схемы, а также намечены узлы, которые теперь надо соединить так, чтобы обеспечить все коэффициенты заданной функции. Проследим, каким образом заданная функция накладывает ограничения на структуру искомой схемы.

Из (1) и из таблицы видно, что в формировании числителя принимают участие лишь ветви графов, образующие пути передачи и дополнения к этим путям. Исключенными оказываются

ветви, соединяющие базисный узел схемы с остальными. Например, в лестничных схемах в формировании числителя не принимают участия вертикальные ветви.

Итак, числитель заданной функции определяет возможные варианты путей от входных зажимов к выходным и дополнений к ним. Речь идет не только о вариантах геометрии пути передачи или сочетаний этих путей, но и о вариантах содержимого отдельных ветвей. Например, двучлен $a_0 + a_1 p$ в числителе заданной функции при четырех узлах в схеме можно сформировать за счет пути передачи, проходящего через все узлы схемы (в дальнейшем будем называть его главным), комбинируя проводимости отдельных ветвей следующим образом: $(G_a + pC_a)G_b$, $(\frac{\Gamma_a}{p} + G_a)pC_b$, $G_a(G_b + pC_b)$, $pC_a(\frac{\Gamma_a}{p} + G_b)$ и т. д. Из этого примера видно, что задавшись одной какой-либо конфигурацией пути передачи, можно прийти к различным схемам.

После того как сформирован числитель, следует соединить узлы, через которые проходят пути передачи с базисным узлом, используя для этой цели оставшиеся элементы. При этом необходимо сформировать недостающие слагаемые знаменателя, так как часть слагаемых автоматически определяется при формировании числителя.

Учитывая все приведенные здесь соображения о связи между геометрической структурой схемы и выбором элементов ее ветвей, с одной стороны, и ее передаточной функцией, с другой, можно указать следующие этапы прямого топологического синтеза.

1. Определение числа узлов искомой схемы:

$$s = \frac{m}{2} + 2, \quad \text{если } m \text{ четно};$$

$$s = \frac{m+1}{2} + 2, \quad \text{если } m \text{ нечетно}.$$

На этом этапе задача решается однозначно только при определении минимального числа узлов. Как правило, оно может быть увеличено.

2. Нахождение числа независимых реактивных ($N_p = m$) и активных $[N_a = (n - N_0) \div (n - N_0 + 2)]$ [4] элементов искомой схемы (здесь N_0 — число нулевых коэффициентов в числителе и знаменателе функции).

3. Распределение реактивных элементов между индуктивностями и емкостями (решение не однозначно).

4. Формирование коэффициентов функции.

Для удобства полезно разделить числитель и знаменатель заданной функции на p^q , где q — число индуктивностей в выбранном наборе элементов.

Сначала, формируя коэффициенты числителя, необходимо перебрать все возможные пути передачи их сочетания (при этом варьировать не только их геометрическую структуру, но и эле-

менты отдельных ветвей). Затем следует перейти к формированию недостающих компонентов знаменателя. При этом необходимо использовать оставшиеся элементы для соединения узлов, через которые проходят пути передачи, с базисным (неоднозначности решения встречается несколько раз).

5. Определение параметров каждой из найденных схем путем приравнивания коэффициентов ее передаточной функции коэффициентам заданной функции, как это обычно делается при прямом синтезе [4].

В качестве примера реализуем функцию

$$K_U(p) = \frac{p^3}{p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}. \quad (4)$$

Находим число узлов: $s = \frac{m+1}{2} + 2 = 4$.

Число активных сопротивлений при реализации заданной функции (4) с точностью до постоянного множителя [4] можно взять равным $N_a = n - N_0 + 1 = 1$. Минимальное число реактивных элементов $N_p = m = 3$. Распределение реактивных элементов между емкостями и индуктивностями может быть выполнено по-разному:

2Г, 1С; 2С, 1Г; 3С; 3Г.

Варианты 3С и 3Г не подходят, так как они не могут обеспечить ненулевого коэффициента при p^0 . Остановимся на случае 2С, 1Г. Теперь реализуемую функцию удобнее представить в ином виде:

$$K_U(p) = \frac{p^2}{p^2 + a_2 p + a_1 + a_0 p^{-1}}. \quad (5)$$

Приступаем к формированию числителя. При выбранных элементах для этой цели подходит только произведение $pC_1 \times pC_2$. Из таблицы видим, что это возможно только при условии, что главный путь передачи состоит из емкостных ветвей. Вторым вариантом пути передачи e с его дополнением $(a + b + d)$ не подходит: для $(a + b + d) = Ap^{-2}$ необходимо, чтобы все четыре элемента (e, a, b, d) были чисто емкостными, но таким количеством емкостей мы не располагаем. Кажется бы, что можно еще сделать нулевыми проводимостями какие-либо ветви (a, b, d), но при этом уменьшается число вершин эквивалентного графа. Если остановиться на первом варианте пути передачи ($a = pC_1$; $b = pC_2$), то ветвь e должна иметь нулевую проводимость, иначе в числителе, кроме p^2 , появятся еще и другие слагаемые.

Переходим к формированию знаменателя. Пока остались неиспользованными сопротивление и индуктивность. При формировании числителя определились элементы трех ветвей: $a = pC_1$, $b = pC_2$ и $e = 0$. Для удобства дальнейших рассуждений выпишем аналитическое выражение знаменателя в том виде, какой он имеет на данном этапе (см. таблицу):

$$p^2 C_1 C_2 + f(C_1 + C_2) \cdot p + pC_2 d + df = Q. \quad (6)$$

Из (6) видно, что роли ветвей d и f равноценны, так как они входят в коэффициенты при одинаковых степенях p . Следовательно, нас будет устраивать как вариант $f = G$, $d = p^{-1}\Gamma$, так и вариант $d = G$, $f = p^{-1}\Gamma$.

Найденные графы и соответствующие им схемы приведены на рис. 2. Численные значения параметров найденных схем определяем из систем уравнений, полученных путем приравнивания аналитических выражений коэффициентов при различных степенях нормированных функций коэффициентам заданной функции. Для схемы рис. 2, а нормированная функция имеет вид

$$K'_U(p) = \frac{p^2}{p^2 + pG \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \frac{\Gamma}{C_1} + \frac{\Gamma}{C_1} \frac{G}{G_2} p^{-1}}.$$

Для схемы рис. 2, б нормированная функция запишется иначе:

$$K''_U(p) = \frac{p^2}{p^2 + p \frac{G}{C_1} + \Gamma \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \frac{\Gamma}{C_1} \frac{G}{G_2} p^{-1}}.$$

Примечание. Если при решении задачи синтеза требуется

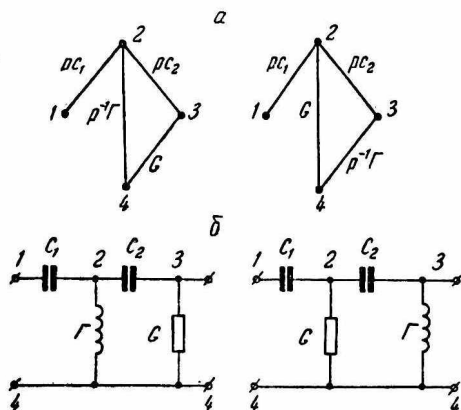


Рис. 2.

найти хотя бы одну, а не все возможные реализации заданной функции, полезно начинать построение схемы с главного пути передачи: главный путь передачи есть у каждой неуравновешенной системы, в то время как наличие других путей передачи не является обязательным. Если заданная функция реализуема в выбранном классе схем, то хотя бы одно схемное решение можно найти, перебирая варианты элементов главного пути.

В заключение отметим, что прямой топологический синтез имеет следующее преимущество перед матричным: благодаря тесной связи графа с геометрической структурой схемы он позволяет на каждом этапе построения схемы следить за ее «физичностью» и сразу отбрасывать нереальные или повторяющиеся варианты.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Мезон, Г. Циммерман. Электронные цепи, сигналы и системы. Изд-во иностр. лит., 1963.
2. Дж. Абрахамс, Дж. Каверли. Анализ электрических цепей методом. Изд-во «Мир», 1967.

3. В. П. Сигорский. Матрицы и графы в электронике. Изд-во «Энергия», 1968.

4. Э. А. Свирщева, Л. В. Гринченко. Прямой синтез RLC -схем. Материалы областной научно-технической конференции по радиоэлектронике. Изд-во ХГУ, Харьков, 1971.